I.C.68

Algebra

Originallängen, Bildlängen, Maßstäbe – Maßstäbliche Zusammenhänge erkennen

Diana Hauser

© Klaus Vedfelt/DigitalVision

Schon mal von einem überdi[illegible]ional großen [illegible]s geträumt und während dieses Tagtraums auf ein Spielzeugauto getreten? [illegible]aßstäbl[illegible]e Vergrößeru[illegible]n beziehungsweise Verkleinerungen begegnen uns vielfach im Alltag. [illegible]dieser Unte[illegible]ichtseinheit l[illegible]rnt Ihre Klasse im Zusammenhang mit maßstäblichen Angaben Originallän[illegible] Bil[illegible]längen [illegible] Maßstäbe zu berechnen und maßstäbliche Zeichnungen anzufertigen. Mithilfe des [illegible]erials zu Maßstabsleisten auf Landkarten und der kritischen Reflexion der M[illegible] von Weltk[illegible] fördern Sie das fächerübergreifende Denken. *LearningApps* unterstütz[illegible] das spieler[illegible]und selbs[illegible]ständige Lernen und dienen der Differenzierung.

K[illegible]PETENZ[illegible]EIL

LearningApps - interaktive Lernbausteine

Klasse[illegible]tufe:	5/6
Dauer:	3–4 Unterrichtsstunden
[illegible]	Maßstab, Vergrößern, Verkleinern, maßstäbliche Zeichnungen, Landkarten, Weltkarte
Kompetenzen:	mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Planung für 3 Stunden

Einstieg

M 1	Pauls Geburtstag

Erarbeitung

M 2	Der Maßstab – Vergrößern und Verkleine
M 3	Vergrößere selbst
M 4	Vergrößere selbst
M 5	Verkleinere selbst
M 6	Verkleinere selbst
M 7	Maßstab auf Landkarte

Ergebnissicherung

M 8	Merkblatt rund um den Maßstab

Übung

M 9	…hte Aufgaben

Vertiefung

M 10	The True S…e of … – Warum alle Weltkarten falsch sind

…g

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 19.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 2	Der Maßstab – Vergrößern und Verkleinern
M 3	Vergrößere selbst
M 5	Verkleinere selbst
M 7	Maßstab auf Landkarten
M 9	Vermischte Aufgaben

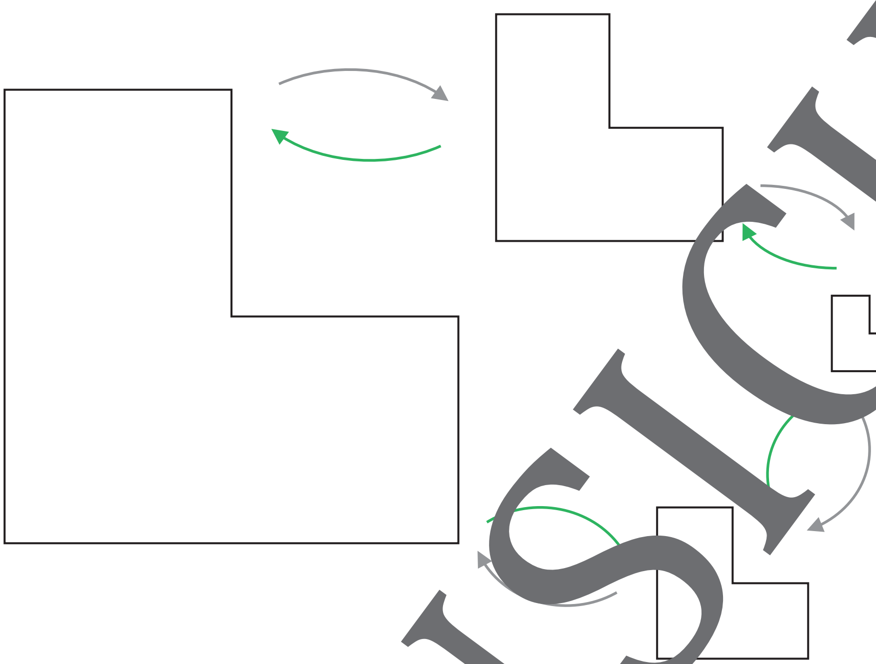
Erklärung zu den Symbolen

Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
Zusatzaufgaben	Alternative	Erklärvideo

M 9 Vermischte Aufgaben

Aufgabe 1

Schreibe den jeweils verwendeten Maßstab an die Pfeile. **Miss** dazu die nötigen Längen.



Alternativ kannst du diese Aufgabe auch als *LearningApp* bearbeiten https://learningapps.org/watch?v=p5aq33r6k23

Aufgabe 2

Stimmt das? **Kreuze a**[illegible]

	ja	nein
Ein Rechteck ist im Origina[illegible]m lang. Im Maßstab 5 : 1 hat es dann eine Länge vo[illegible]		
Ein Quadrat hat im Original einen Flächeninhalt von 4 cm². Im Maßstab 1 : 2 ha[illegible] somit einen Flächeninhalt von 2 cm².		
Wenn ein im Maßstab 1 : 12 gezeichneter Tiger 15 cm lang ist, ist er in Wirklichkeit 1,8 m lang.		
Du möchtest einen Raum, der 6,5 m lang und 5,5 m breit ist, in deinem Heft (30 cm x 21 cm) im Maßstab 1 : 25 darstellen. Ist dein Heft groß genug?		

Alternativ kannst du diese Aufgabe auch als *LearningApp* bearbeiten https://learningapps.org/watch?v=p3hqqpvsk23

Aufgabe 3

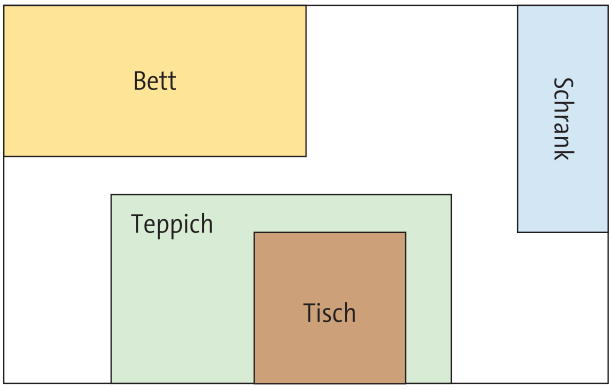
Stelle im Diagramm den Kanal C im Maßstab richtig **dar** und **berechne** die Länge des Kanals A.

Kanal A ____________ km

Kanal B 90 km

Kanal C 150 km

Aufgabe 4



Das Zimmer wurde im Maßstab 1 : 50 gezeichnet. **Fülle** die Tabellen **aus**.

Zimmer	Bild	Wirklichkeit
Länge		
Breite		

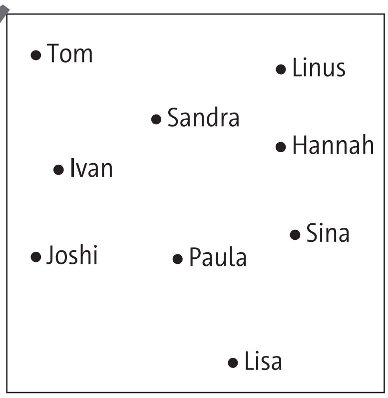
Bett	Bild	Wirklichkeit
Länge		
Breite		

Teppich	Bild	Wirklichkeit
Länge		
Breite		

Schrank	Bild	Wirklichkeit
Länge		
Breite		

Aufgabe 5

Die Karte zeigt, wo Lisas Freunde wohnen. Hannah und Linus wohnen 400 m voneinander entfernt.



a) Welchen Maßstab hat die Karte?

b) Welche Freunde wohnen weniger als 1,2 km von Lisa weg?

Ziehe mit dem Zirkel einen Kreisbogen um „Lisa".

c) Welche Freunde wohnen mehr als 1,6 km von Lisa weg?

M 10

The True Size of ... – Warum alle Weltkarten falsch sind

Du hast gelernt, dass beim Zeichnen von Landkarten die Wirklichkeit maßstabsgetreu abgebildet wird. Ganze Länder und Kontinente werden stark verkleinert, um auf einem Blatt Papier dargestellt werden zu können. Doch je größer wir das Gebiet wählen, das wir abbilden wollen, desto schwieriger wird eine korrekte Abbildung. Gerade wenn man die komplette Weltkarte abbilden möchte, wird es richtig problematisch. Warum ist das so? Finde es heraus!

Aufgabe

a) **Recherchiere** die Problematik rund um die Darstellung der Weltkarte.

Schau dir dazu beispielsweise dieses Video https://raabe.click/Weltkarten	Und/oder **lies** dir diesen Artikel durch https://raabe.click/WeltkarteArtikel.

b) **Erkläre**, worin die Problematik besteht, die Erde in Form einer Karte darzustellen.

c) **Erläutere** die Stärken und die Schwächen der Mercator-Projektion.

d) **Öffne** die Internetseite https://raabe.click/TrueSizeOf.
Wähle ein Land **aus** und **ziehe** es mit dem Mauszeiger über die Weltkarte vom Äquator zu den Polen. **Erläutere**, was dir auffällt.

e) Inwieweit kann eine solche Darstellung problematisch sein für unser Denken? **Erläutere.**

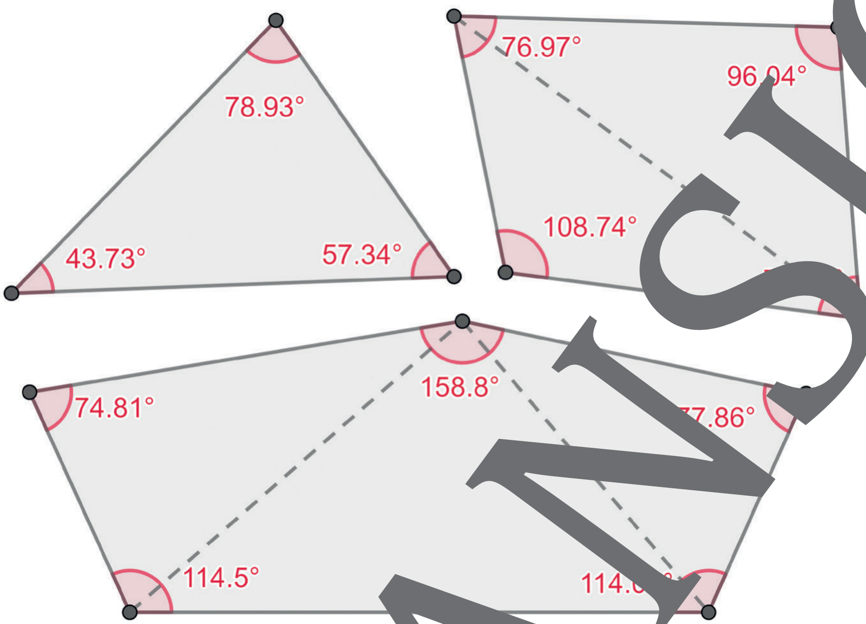
f) Welche Alternativen oder Überlegungen zur Verbesserung der Modellierung gibt es? **Erläutere** mindestens eine.

I.D.66

Geometrie

Entdecken der Winkelsätze und des Winkelsummensatzes für Dreiecke und Vielecke

Ann-Cathrin und Birgit Bremer



Thematisch beschäftigt sich diese Einheit mit der Erschließung von Winkelweiten unter Verwendung von Scheitel- und Nebenwinkeln sowie Stufen- und Wechselwinkeln. Die Lernenden begründen damit den Winkelsummensatz für Dreiecke und Vielecke. Argumentieren wird dadurch im Speziellen als Kompetenz gefördert. Individuelles Lernen wird durch einen Eingangstest, verschiedene Niveaustufen, Erklärvideos, *LearningApps* und Tipp-Karten ermöglicht. Zusatzdateien zur dynamischen Geometriesoftware *GeoGebra* unterstützen das selbstständige Erkunden, Veranschaulichen und Durchdringen des Problems.

GeoGebra

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	7/8
Dauer:	8 Unterrichtsstunden (Minimalplan 5)
Inhalt:	Winkelsätze, Winkelsummensatz
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), kommunizieren (K6)
Medien:	*GeoGebra, LearningApps*

Auf einen Blick

Planung für 8 Stunden

Lernstandsdiagnose

Thema: **Winkelarten und parallele Geraden**

M 1	Winkelarten und parallele Geraden – Bin ich fit?
M 2	Winkelarten und parallele Geraden – Bin ich fit?

Einstieg

Thema: **Winkelsummensatz**

M 3	Dreiecke und deren Innenwinkelsumme

Erarbeitung

Thema: **Winkelsätze**

M 4	Winkelsätze entdecken

Ergebnissicherung I

Thema: **Winkelsätze**

M 5	Merkblatt – Winkelsätze

Erarbeitung II

Thema: **Winkelsumme im Dreieck**

M 6	Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen
M 7	Tippkarten zu „Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen“

Ergebnissicherung II

Thema: **Winkelsumme im Dreieck**

M 8	Merkblatt – Winkelsumme im Dreieck

Vertiefung

Thema: **Winkelsumme im n-Eck**

M 9 Innenwinkelsumme in Vielecken erschließen

Übung

Thema: **Winkelsätze und Winkelsumme**

M 10	Winkelsätze anwenden
M 11	Winkelsätze anwenden
M 12	Winkelsummensatz anwenden
M 13	Winkelsummensatz anwenden
M 14	Bin ich fit? – Teste dich!

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 21.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtsei[...]it für fünf Stunden mit den folgenden Materialien:

Thema: **Winkelsätze u[...]Winkelsumme**

M 3	Dreiecke und der[...] Innenw[...]mme
M 4	Winkelsätze entdec[...]n
M 5	Merkblatt – Winkelsä[...]
M 6	In[...]summe im [...]ieck beweisen
M 7	[...]ippkarten [...] „Innenwink[...]summe im Dreieck beweisen“
M 8	[...]kblatt [...]e im Dreieck
M 14	Bin [...] – Teste dich!

Erklärun[...] zu den Symbo[...]n

Dies[...]arkiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.		
[...]hes Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
Zusatzaufgaben	Alternative	Selbsteinschätzung

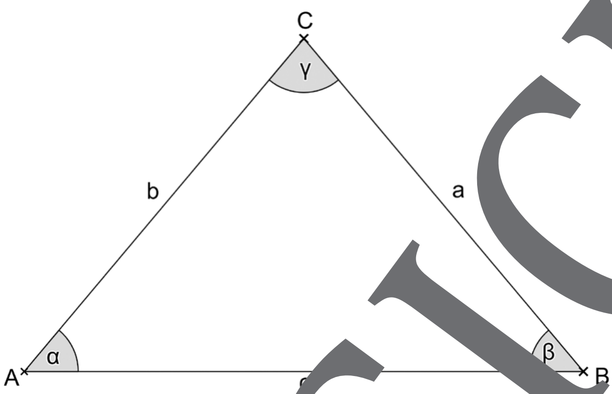
M 3 Einstieg: Dreiecke und deren Innenwinkelsumme

Aufgabe 1

a) **Miss** die Winkel α, β und γ und trage die Werte in die Tabelle ein.

b) **Berechne** die Summe der Winkel, indem du die Winkelgrößen von α, β und γ addierst. **Trage** das Ergebnis ebenfalls in die Tabelle **ein**.

c) **Miss** die Seiten a, b und c des Dreiecks und trage die Werte in die Tabelle ein.



Winkelgröße	α =	β =	γ =
Summe der Winkel	$\alpha + \beta + \gamma$ =		
Seitenlänge	a =	b =	c =

d) **Betrachte** die Ergebnisse in der Tabelle und **erkläre**, welchen Zusammenhang du bei diesem besonderen Dreieck feststellen kannst.

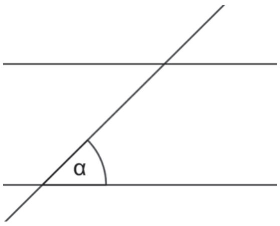
e) **Öffne** die *GeoGebra*-Datei https://raabe.click/ggb-ID66-M3A1e und **verschiebe** den Punkt C entlang der Achse. Kannst du deine Beobachtung aus Aufgabe d weiterhin bestätigen?

Tippkarten zu „Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen" M 7

Tipp zu Aufgabe a)

Winkel werden mit griechischen Buchstaben beschriftet. Da ein Dreieck drei Winkel hat, werden meistens die ersten drei **griechischen Buchstaben** α, β und γ verwendet. Beschriftungen im Dreieck erfolgen immer **gegen den Uhrzeigersinn**.

Tipp zu Aufgabe b)



Um beispielsweise den Wechselwinkel von α zu fi den, kann es helfen, wenn du die Gerade des Dreiecks bei α verl gerst und eine Seite des Dreiecks ignorierst. So erhältst du das ekannte „Bild" von zwei parallelen Geraden, die v iner Gerade geschnitten werden.

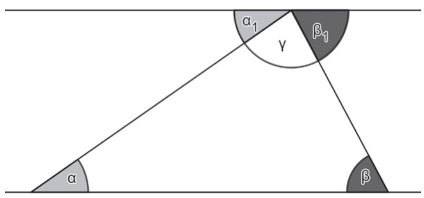
Tipp 1 zu Aufgabe c)

Beantwortet zunächst folgende Fragen (ihr könnt eu e Antworten auch auf nem extra Blatt notieren):

- Gibt es in eurer beschrifteten Zeichnung ein n gestreckten W kel?
  Falls ja, wie viel Grad hat ein gestreckter
- Welche Eigenschaften haben Wechselwinkel u o in der Zeichnung findet ihr Wechselwinkel?

Tipp 2 zu Aufgabe c)

Die Winkel α_1, γ und β_1 bilden gemeinsam e en gestreckten Winkel und it zusammen 180°. Die Winkel α_1 u d α genau wie die Wink β und β_1 stellen We inkel da Überlegt nun, was das fü Winkel γ bedeutet. Was kann man somit über die winkelsumme in einem eieck a n?



Ti 3 zu fgabe c)

Scha dir das Vi ps://raabe.click/Winkelsumme-Dreieck-1

Computer im Mathematikunterricht

KI-generierte Lösungen kritisch prüfen – Leitideen 1, 2 und 3

Johann-Georg Vogelhuber

© demaerre/iStock/Getty Images Plus

Matheaufgaben nicht mehr selbst lösen zu müssen, sondern einfach ChatGPT und Co für sich denken lassen? – Wohl ein Traum für viele Kinder und Jugendliche. Doch wie verlässlich sind die Ergebnisse der Künstlichen Intelligenz wirklich? Mit dieser Einheit fördern Sie den kritischen Umgang mit KI-generierten Lösungen in der Klasse und regen dazu an, vermeintlich plausible Lösungswege genau zu prüfen. Dabei wird sowohl die Medienkompetenz als auch die Fachkompetenz gestärkt. Der besondere inhaltliche Fokus der Einheit liegt auf den Themen Bruchrechnen (Leitidee 1 – Algorithmus und Zahl), Flächeninhalte (Leitidee 2 – Messen) und Oberflächen von Zylindern (Leitidee 3 – Raum und Form) der Sekundarstufe I.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	5–10
Dauer:	jeweils 1–2 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Bruchrechnen, Flächeninhalte, Oberflächen von Zylindern
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2)

Auf einen Blick

Das Material für jede Leitidee ist etwa für eine Doppelstunde ausgelegt.

Leitidee Zahl (Klasse 5/6)

Thema: **Multiplikation von Brüchen**

M 1 Kann eine Künstliche Intelligenz Brüche multiplizieren?

Leitidee Messen (Klasse 7/8)

Thema: **Berechnung von Flächeninhalten für Polygone**

M 2 Einstieg: Kann eine Künstliche Intelligenz den Inhalt [illegible] Flächen kor[illegible] berechnen?

M 3 Erarbeitung: Kann eine Künstliche Intel[illegible]enz den Inhalt von F[illegible] korrekt berechnen?

M 4 Sicherung: Kann eine Künstliche Intellig[illegible]halt vo[illegible]lächen korrekt berechnen?

Leitidee Raum und Form (Klasse 9/10)

Thema: **Oberfläche von Quader und Zyl[illegible]r**

M 5 Kann eine KI A[illegible]n zur Oberflächen[illegible]echnung von Quadern korrekt lösen?

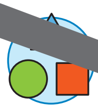
M 6 Kann eine KI Aufga[illegible]n zur [illegible]ber[illegible]nberechnung von Zylindern korrekt lösen?

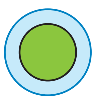
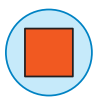
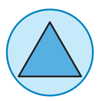
M 7 Sich[illegible] Kann eine KI [illegible]ufgaben zur Oberflächenberechnung von Zylin-[illegible]rn und [illegible]dern korrekt [illegible]en?

Lösungen

Die Lösun[illegible]n zu den Aufgab[illegible] finden Sie ab Seite 13.

Erkläru[illegible] zu den Sy[illegible]bolen

 Di[illegible]es Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, [illegible]en sich die Materialien auf mittlerem Niveau.

 einfaches Niveau  mittleres Niveau  schwieriges Niveau

M 1 Kann eine Künstliche Intelligenz Brüche multiplizieren?

Multiplikation von Brüchen

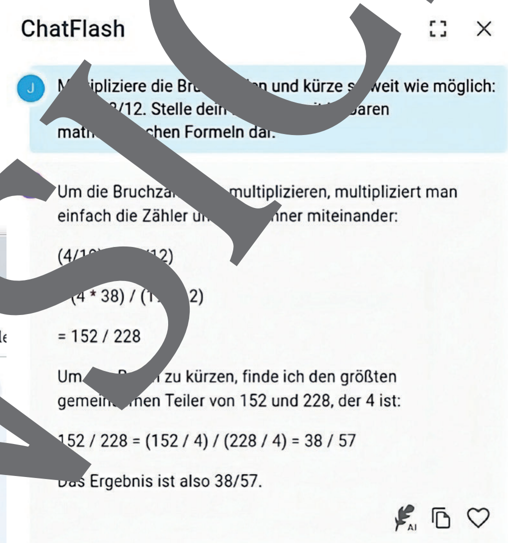
Multipliziere die folgenden Brüche und kürze so weit wie möglich.

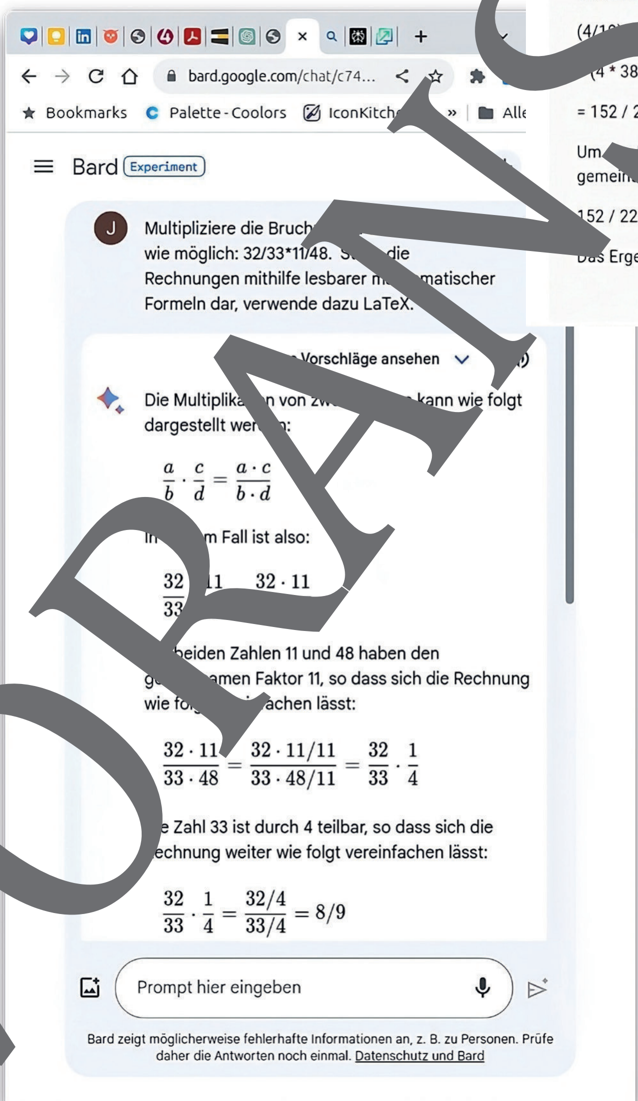
$$\frac{32}{33} \cdot \frac{11}{48} = \qquad\qquad \frac{4}{19} \cdot \frac{38}{12} =$$

Heute musst du diese Aufgaben nicht komplett selbst lösen. Mit einer künstlichen Intelligenz wurde bereits ein Lösungsansatz erstellt. Diese Lösungsansätze findest du in den Abbildungen auf dieser Seite. Allerdings sind die von KI erstellten Lösungen nicht immer fehlerfrei. Deine Aufgabe ist es, diese Lösungen zu überprüfen und ggf. zu korrigieren.

Aufgabe 1

Überprüfe zunächst die beiden Lösungsvorschläge. **Unterstreiche** die korrekten Rechnungen mit einem grünen und die Fehler mit einem roten Stift.





Aufgabe 2

Erstelle mithilfe der KI-Lösungen und deinen Ergebnissen zu Aufgabe 1 jeweils einen korrekten Rechenweg. **Behalte** dabei die Art und Weise des Lösungsweges **bei** und **nimm** nur die notwendigen Korrekturen vor.

Aufgabe 3

Welche KI (ChatFlash oder Bard) hat deiner Meinung nach die gestellte Aufgabe besser gelöst? **Schreibe** dazu eine kurze Begründung.

Analysis

Differentialrechnung als Hilfsmittel in technischen Handlungssituationen

Johann-Georg Vogelhuber

© RYosha/iStock/Getty Images Plus

Die Differentialrechnung ist ein wichtiges Hilfsmittel in vielen Anwendungssituationen. Gerade technische Fragestellungen bieten eine Vielzahl von unterschiedlichen Herausforderungen, die über die einfache Optimierung einer Pappschachtel deutlich hinausgehen. Motivieren Sie Ihre Klasse durch die Bearbeitung von praxisbezogenen Projektaufgaben und fördern Sie so die Kompetenz zur Modellierung mit den Werkzeugen der Analysis.

KOMPETENZPROFIL

LEARNING Snacks

Klassenstufe:	Sek. II
Dauer:	8 Unterrichtsstunden (Minimalplan 4)
Inhalt:	Berechnung von Extremwerten und Wendepunkten
Kompetenzen:	mathematisch modellieren (K3), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Planung für 3–4 Stunden

Einstieg

Thema:	**Problemorientierter Unterrichtseinstieg**
M 1	Die Einparkformel
Benötigt:	☐ Modellautos oder andere rechteckige Gegenstände

Erarbeitung

Thema:	**Berechnung des Wendepunktes**
M 2	Modellierung des Einparkvorgangs
M 3	Punkt zum Gegenlenken berechnen
Benötigt:	☐ GTR oder CAS

Ergebnissicherung

Thema:	**Erstellung eines Gutachtens**
M 4	Formulierung eines Gutachtens
M 5	Reflexion: Schritte zur Lösung des Problems

Übung

Thema:	**Projektaufgaben**
M 6	Optimierung der Ladezeit eines Akkus
M 7	Optimierung der Flugzeit einer Notfall-Drohne
M 8	Optimierung der Abmessungen eines Einwegkaffeebechers
M 9	Bewertungsschema für Projektaufgaben
Benötigt:	☐ GTR oder CAS ☐ PC oder Tablet zur Erstellung des Gutachtens

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 15.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für vier Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1	Die Einparkformel
M 2	Modellierung des Einparkvorgangs
M 3	Punkt zum Gegenlenken berechnen
M 4	Formulierung eines Gutachtens

Erklärung zu den Symbolen

Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.

einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

Dieses Symbol markiert alternative Möglichkeiten.

Dieses Symbol markiert Wissen und Merksätze.

Dieses Symbol markiert Tipps.

Dieses Symbol markiert gelenkte Internetrecherche.

Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden ein Smartphone nutzen sollen.

Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen Videos angesehen werden.

Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden einen Taschenrechner für die Lösung nutzen sollen.

M 1 Einstieg: Die Einparkformel

Einstiegsvideo

https://raabe.click/einparken

Der Park-Pilot verwendet zum Einparken einen Algorithmus, der sich vereinfacht mit den folgenden drei Schritten beschreiben lässt:

- Langsam rückwärtsfahren, dann Lenkrad voll einschlagen
- Im „richtigen" Moment gegenlenken

© snegok13/iStock/Getty Images Plus

Fragestellung

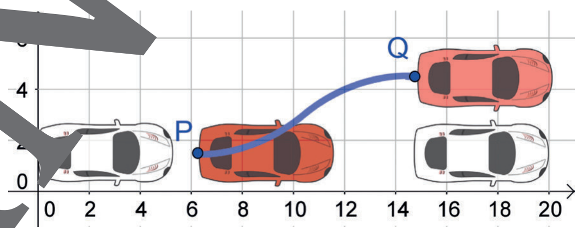
An welcher Stelle des Einparkvorgangs muss der Park-Pilot gegenlenken, um optimal einparken zu können?

Zur Vereinfachung können Sie bei Schritt 3 annehmen, dass das Fahrzeug stehen bleibt, bis das Lenkrad auf den neuen Einschlagwinkel gedreht wurde.

Analyse

Versuchen Sie den Punkt zum Gegenlenken durch Ausprobieren **herauszufinden.**

Spielen Sie dazu den Einparkvorgang beispielsweise mit Modellautos, Radiergummis oder anderen geeigneten Gegenständen nach. **Markieren** Sie den gefundenen Punkt in der nebenstehenden Skizze.



Grafik: opengamesart.org, Lizenz CC0 1.0 Universal, bearbeitet durch Johann-Georg Vogelhuber

Wie könnte man diesen Punkt rechnerisch bestimmen? Notieren Sie Ihre Überlegungen

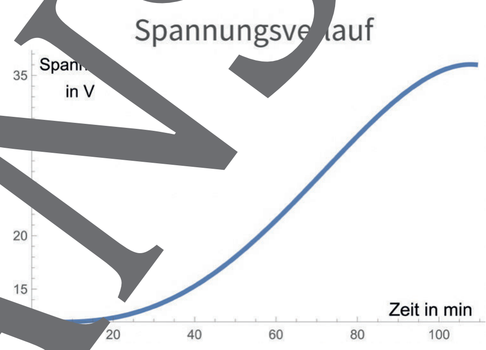
Tipp

Die Ausrichtung des Fahrzeugs zur x-Achse kann auch als Steigungswert aufgefasst werden. Welchen Steigungswert hätte das rote Fahrzeug an den Punkten P und Q?

Projektaufgabe: Verbesserung der Ladezeit eines Akkus

M 6

E-Scooter erfreuen sich zunehmender Beliebtheit. Dabei werden Scooter mit entladendem Akku vom Unternehmen eingesammelt und zentral aufgeladen. Dies ist eine große logistische Herausforderung.
Damit die Ladezeiten eines Akkus verkürzt werden können, plant das Unternehmen, neue Schnellladegeräte einzusetzen. Bei diesem Ladevorgang erwärmt sich der Akku deutlich stärker als bei dem aktuell verwendeten Verfahren. Um eine Überhitzung des Akkus und damit eine Verkürzung der Lebensdauer zu vermeiden, wird der Ladevorgang bei einer bestimmten Temperatur unterbrochen. Dieses Verfahren hat aber einen erheblichen Nachteil, da die Abschaltung immer erst dann ausgelöst wird, nachdem sich die Zelle bereits erwärmt hat. Dadurch wird ein längerer Zeitraum für die Abkühlung benötigt und die Ladedauer verringert sich erheblich. Ein geeignetes Kriterium für die Unterbrechung des Ladestromes ist die Ermittlung des stärksten Anstiegs der Spannungskurve. Zu diesem Zeitpunkt ist der Temperaturanstieg ebenfalls am größten.



Grafik: Johann-Georg Vogelhuber

Typischerweise haben die Akkus zu Beginn des Ladevorgangs eine Spannung von 12 Volt. Die Spannung bei Vollladung entspricht 36 Volt. Während des Ladevorgangs steigt die Spannung entsprechend der abgebildeten Spannungskurve. 75 Sekunden nach Erreichen der Vollladung fällt die Spannung auf 35,98 V. Danach beginnt die Phase der Überladung. Nach Herstellerangaben wird die Vollladung von 36 V nach 107 Minuten und 45 Sekunden erreicht, wenn die Spannung zu Beginn des Ladevorgangs 12 Volt betrug. Nach ca. 50 Minuten ist der Akku zu 50 % geladen. Zu diesem Zeitpunkt beträgt die Spannung 18 V.

Erklärvideo

https://raabe.click/Funktionsterm aufstellen

LearningSnack

https://raabe.click/Verbesserung der Ladezeit

Arbeitsauftrag

Zur Planung der Logistik für den Ladevorgang wird die Zeit bis zur Abschaltung der Ladespannung am Wendepunkt der Ladekurve benötigt. **Bestimmen** Sie die entsprechende Zeit in Minuten und **formulieren** Sie Ihre Antwort in Form eines Gutachtens.

Tipp 1

Stellen Sie eine Funktion für die Ladekurve aus den gegebenen Daten auf. Die Funktion hat den Verlauf einer ganzrationalen Funktion 4. Grades.

Tipp 2

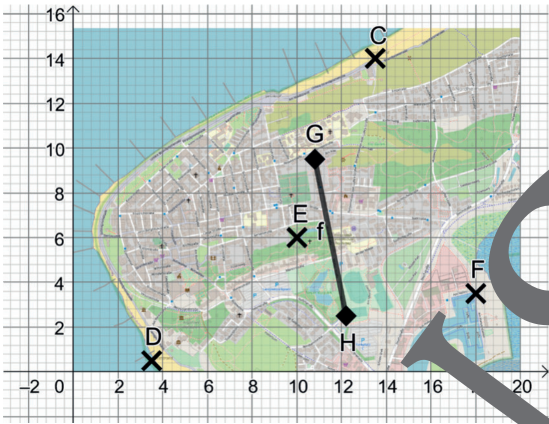
Über den *LearningSnack* bekommen Sie eine Schritt-für-Schritt-Anleitung zum Aufstellen der Funktion. Bei Bedarf können Sie sich auch das verlinkte Erklärvideo anschauen.

M 7

Projektaufgabe: Optimierung der Flugzeit einer Notfall-Drohne

Situationsbeschreibung

Mit der fortschreitenden Entwicklung von Drohnen ergeben sich immer neue Einsatzmöglichkeiten. Beispielsweise wird seit einigen Jahren auf dem Gebiet der Drohnen geforscht, die autonom einen Defibrillator zu einem Notfallort bringen können, um so Leben retten zu können. Neben einer zuverlässigen Funktionsweise ist eine geeignete Wahl des Standorts für eine Drohnenbasis von entscheidender Bedeutung. Durch eine kluge Wahl des Standorts lassen sich die Flugzeiten zu den wahrscheinlichsten Einsatzorten deutlich verkürzen.



Ein neu e[...]wickelter Prototy[...] für eine solche Drohne [...] auf der Insel N[...]rderney getestet werden. [...] soll [...]in geeigneter Stand[...] ermittelt werden. Die Auswertung der Einsatz[...]istiken hat folgende Einsatzschwerpunkte er[...]en (siehe Abbildung):

[...]ordstrand [...](13,5 | 14)
Weststrand [...](3,5 | 0,5)
Kur[...] [...](10 | 6)
Hafen F(18 | 3,5)

Die Drohnenbasis soll entlang der M[...]lenstraße zwischen den Punkten G(10,8 | 9,5) und H(12,2 | 2,5) errichtet werden. Alle Koordinaten si[...] dabei in Längeneinheiten angegeben.

Es wird damit gerechne[...] dass [...]0 % der Fälle der Nordstrand der Einsatzort ist. Die anderen Orte werden jeweils mit e[...]er Wa[...]sche[...]keit von 20 % angeflogen.

Arbeitsauftr[...]

Bestimm[...]n Sie e[...] geeigneten [...]ndort für die Drohnenbasis, mit der die erwartete Flugzeit zu den m[...]lichen Ein[...]tzorten mini[...]iert wird.

Formulie[...] [...]ie e[...]e Antwort in Form eines Gutachtens.

Stellen Si[...] [...]ne Geradengleichung für die Gerade durch die Punkte G und H auf. Mit dieser Geradengle[...]ung können Sie dann eine Abstandsfunktion für die durchschnittliche Flugstrecke herl[...]ten. Für diese Funktion müssen Sie dann das Minimum bestimmen.

Tipp 2

Über den *LearningSnack* bekommen Sie eine Schritt-für-Schritt-Anleitung zum Aufstellen der Funktion für die durchschnittliche Flugstrecke. Dort können Sie auch Ihr Zwischenergebnis vergleichen.

https://raabe.click/Flugzeit-Optimierung

II.B.22

Lineare Algebra und analytische Geometrie

Parameterdarstellung von Geraden im $\mathbb{R}^2$ – Computerspiele mathematisch betrachtet

Johann-Georg Vogelhuber

© heshphoto/Image Source

In der Entwicklung von Computerspielen bilden Vektoren das Grundgerüst für die Grafik und die Beschreibung von Bewegungen. Lassen Sie Ihre Schülerinnen und Schüler ausgehend von diesem Anwendungsbeispiel im Unterricht Grundkonzepte wie die vektorielle Parameterdarstellung von Geraden anschaulich und realitätsbezogen erarbeiten und vertiefen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	Sek. II
Dauer:	4 Unterrichtsstunden (Minimalplan 2)
Inhalt:	Parameterdarstellung, Geraden, Vektoren, Länge von Vektoren
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Auf einen Blick

Einstieg

M 1 Eine Neuauflage des Videospielklassikers Pong

Erarbeitung

M 2 Analysefragen und Arbeitsauftrag

M 3 Tipp-Karten

Ergebnissicherung

M 4 Lernprotokoll zu Geradengleichungen

Übung

M 5 Mithilfe der Geradengleichung zum Snooker-Weltmeister

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 11.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1 Eine Neuauflage des Videospielklassikers Pong
M 2 Analysefragen und Arbeitsauftrag
M 3 Tipp-Karten

M 1 Einstieg: Eine Neuauflage des Videospielklassikers Pong

Das zu Beginn der 1970er-Jahre von Atari veröffentlichte Videospiel Pong gilt als Urvater der Videospiele und wurde zunächst auf Geräten in Spielhallen gespielt. Zwar war es nicht das erste Videospiel, dennoch war es das erste, das weltweit erfolgreich wurde.

Die Spielregeln

Das Spielprinzip von Pong ist sehr einfach gehalten und ähnlich zu Tischtennis: Ein Ball, dargestellt als Bildpunkt, bewegt sich geradlinig auf dem Bildschirm hin und her. Jeder der zwei Spieler hat einen „Schläger“, den er nach oben oder unten bewegen kann.
Den Schläger muss man dabei so bewegen, dass der Ball dort abprallt und wieder zum Gegner zurückgespielt wird. Verpasst man den Ball und lässt ihn am Schläger vorbei, erhält der Gegner einen Punkt.

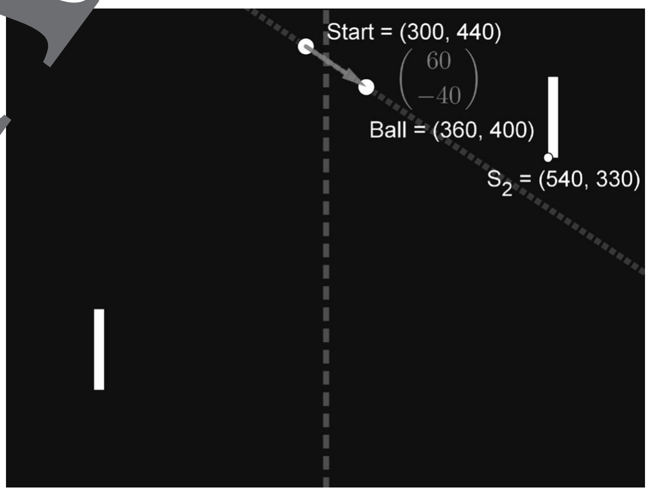
© Owltom at German Wikipedia/wikimedia commons/CC-BY-SA-3.0

Trifft der Ball auf den Schläger bzw. auf den oberen oder unteren Bildschirmrand, so prallt er von diesem Hindernis ab. Die Geschwindigkeit wird dabei beibehalten und die Richtung verändert sich so, dass sich der Ball wieder vom Hindernis wegbewegt. Dabei soll der „Auftreffwinkel“ gleich dem „Abprallwinkel“ sein.

Situationsbeschreibung

Dieses Videospiel Pong soll als innovative Handy-App neu entwickelt werden. Dafür muss neben den Spielregeln und der Steuerung auch eine „künstliche Intelligenz“ entwickelt werden, sodass man auch gegen einen virtuellen Gegner spielen kann. Dieser virtuelle Gegner muss die Flugbahn des Balls berechnen können und die Position ermitteln, zu der er seinen Schläger bewegen muss, sodass er den Ball trifft.

Als Vorüberlegung sollen für eine konkrete Spielsituation die Flugbahn des Balls sowie der Auftreffpunkt auf den rechten Schläger berechnet werden.



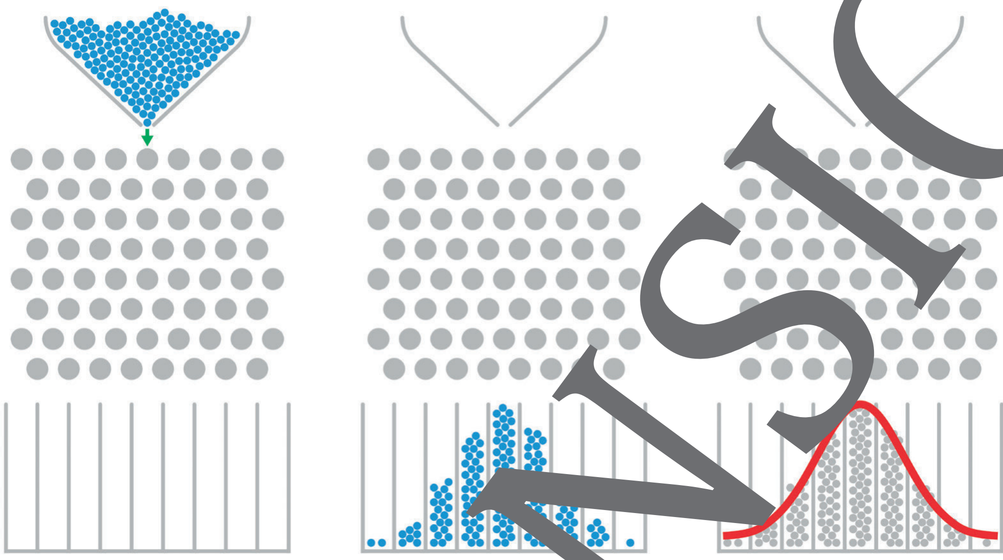
Grafik: Johann-Georg Vogelhuber

Der Ball befindet sich in diesem Fall 300 Pixel rechts und 440 Pixel oberhalb der linken unteren Ecke des Spielfeldes und bewegt sich pro Sekunde insgesamt um 60 Pixel nach rechts und −40 Pixel nach unten. Die untere Ecke des Schlägers befindet sich im Punkt S_2 (540 | 330). Dabei hat der Schläger eine Höhe von 80 Pixel.

Stochastik

Das Galton-Brett und die Binomialverteilung – Mit Simulationen entdeckendes Lernen fördern

Johann-Georg Vogelhuber



Interaktive Simulationen eignen sich im Mathematikunterricht zur Veranschaulichung und dem tatsächlichen Begreifen von Zusammenhängen und Abläufen. Mithilfe dieses Beitrages und der damit verbundenen Simulation können Sie Ihren Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit bieten, durch das eigenständige Experimentieren und Entdecken eine grundlegende Vorstellung für die Binomialverteilung zu entwickeln.

KOMPETENZPROFIL

LearningApps - interaktive Lernbausteine

Klassenstufe: Sek. II
Dauer: 3–4 Unterrichtsstunden
Inhalt: Galton-Brett, Binomialverteilung
Kompetenzen: Mathematisch argumentieren (K1)
Methoden: Entdeckendes Lernen; Arbeiten mit Simulationen

Auf einen Blick

Planung für 3–4 Stunden

Einstieg

M 1 Das Galton-Brett

Benötigt:
- ☐ Smartphone/Tablet/Computer
- ☐ PhET-Simulation

Erabeitung

M 2 Galton-Brett – Wahrscheinlichkeiten

M 3 Galton-Brett – Unterschiedliche Verteilungen

Benötigt:
- ☐ Smartphone/Tablet/Computer
- ☐ PhET-Simulation

Ergebnissicherung

M 4 Das Galton-Brett – Zusammenfassung

Lösungen

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 9.

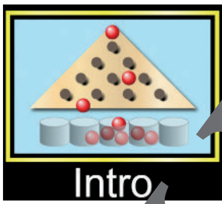
Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit als Selbstlerneinheit für die Schülerinnen und Schüler, die diese zu Hause absolvieren können.

Einstieg: Das Galton-Brett

M 1

Francis Galton (1822–1911) erfand dieses nach ihm benannte Brett. Auf diesem sind mehrere Reihen von Plättchen (Nägeln) auf Lücken befestigt. Durchfallende Kugeln treffen auf die Spitze des ersten Plättchens und werden dort zufällig nach rechts oder links abgelenkt. Dieser Vorgang setzt sich reihenweise fort. Mit diesem Brett lassen sich Eigenschaften von bestimmten Zufallsversuchen untersuchen. **Öffnen** Sie zur Bearbeitung der folgenden Forscheraufträge die verlinkte Simulation und **wählen** Sie den „Intro“-Reiter **aus**.



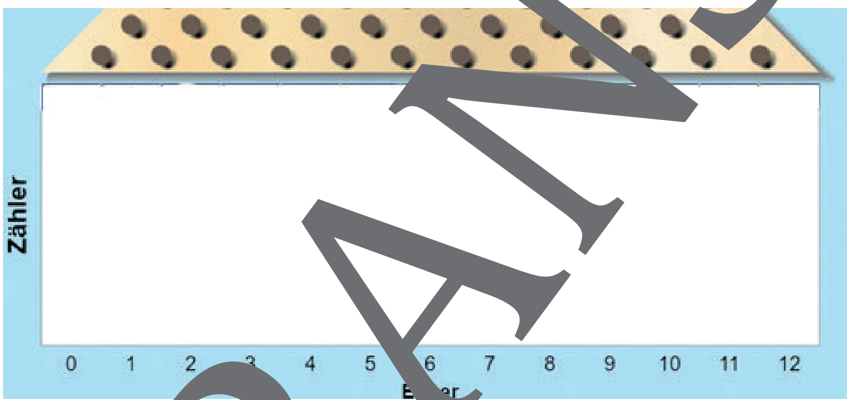
https://raabe.click/Simulation-Binomialverteilung

Augabe 1

a) **Klicken** Sie einige Male auf den „Play“-Button, um sich mit der Simulation vertraut zu machen.
b) **Wechseln** Sie mit den Buttons unten links auch mal die Darstellung für die Ergebnisse.
c) Wenn Sie die Funktionsweise der Simulation verstanden haben, **löschen** Sie Ihre Ergebnisse mit dem Radiergummi.

Aufgabe 2

a) **Schalten** Sie die Simulation zuerst auf die Zähler-Ansicht um.
b) **Überlegen** Sie dann, in welche Eimer wohl die meisten bzw. die wenigsten Kugeln fallen werden.
c) **Markieren** Sie Ihre Vermutungen, indem Sie in dem folgenden Bild die Nummern der Eimer mit unterschiedlichen Farben kennzeichnen.



d) **Starten** Sie nun die Simulation mit 100 Kugeln.
e) **Zeichnen** Sie die Verteilung der Ergebnisse in das Bild ein und **notieren** Sie die Anzahlen.
f) Was fällt Ihnen auf, wenn Sie das Ergebnis mit Ihren Erwartungen vergleichen? Stimmen Ergebnis und Vermutung überein, oder gibt es Unterschiede? **Notieren** Sie.

Aufgabe 3

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Ergebnis einer anderen Person. Gibt es Unterschiede? **Erklären** Sie, wie diese Unterschiede zustande kommen.