

Übungsaufgaben zu statischen und zeitlich veränderlichen Magnetfeldern

Wolfgang Vogg, Eurasburg

Smartphone, Radio, Fernseher und andere Elektrogeräte sowie Lichtquellen sind nur einige Beispiele an technischen Hilfsmitteln, die für uns Menschen selbstverständlich sind. Doch wer denkt schon daran, dass die meisten Geräte ohne die Existenz zeitlich veränderlicher Magnetfelder nicht funktionieren würden? Mit Magnetismus assoziieren wir allenfalls statische Magnetfelder, die wir beispielsweise als Erdmagnetfeld oder in Form kleiner Haftmagnete für die Pinnwand kennen.

Dieser Beitrag enthält Übungsaufgaben zu statischen und zeitlich veränderlichen Magnetfeldern.

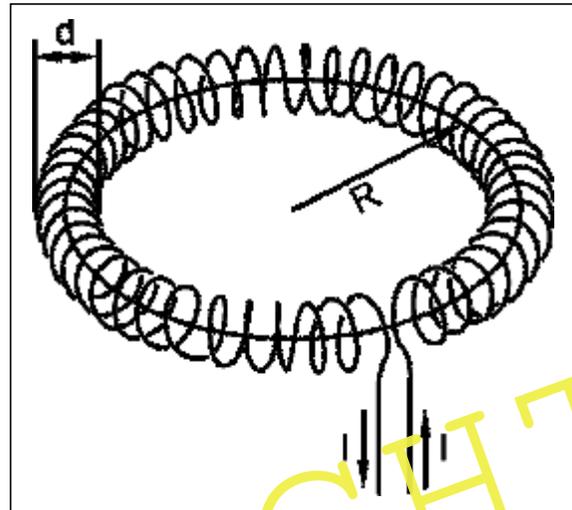


Abb. 1: Ringförmige Spule

II/C

Elektrischer Strom und
Magnetfelder –
stets miteinander verknüpft!

Der Beitrag im Überblick

<p>Klasse: 11 (G 8)</p> <p>Dauer: ca. 6–8 Stunden</p> <p>Ihr Plus:</p> <p>✓ Thema relevant für die Abiturprüfung</p>	<p>Inhalt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gesetzmäßigkeiten statischer und zeitlich veränderlicher Magnetfelder • Übungsaufgaben mit Erklärungen und Berechnungen
---	--

Fachliche und didaktisch-methodische Hinweise

Magnetismus war schon im Altertum bekannt, doch erst zu Beginn des 19. Jahrhunderts gelang es Physikern wie **Hans Christian Ørsted** (1777–1851), **André-Marie Ampère** (1775–1836), **Jean-Baptiste Biot** (1774–1862), **Felix Savart** (1791–1841) und **Michael Faraday** (1791–1867), den fundamentalen Zusammenhang zwischen Stromfluss und Magnetismus zu erforschen. Mit der Aufstellung seiner umfassenden Maxwell-Gleichungen brachte **James Clerk Maxwell** (1831–1879) im Jahr 1864 die Zusammenhänge in eine mathematisch optimal verwendbare Form.

Machen Sie Ihren Schülern mit Aufgaben in **verschiedenen Schwierigkeitsstufen** die physikalischen Zusammenhänge verständlich. Lassen Sie sie einfache Beispiele bis hin zu schwierigeren Themen bearbeiten und so Sicherheit im Umgang mit den Formeln gewinnen. Für interessierte und mathematisch versierte Schüler finden Sie auch einige komplexere Aufgabenstellungen mit detaillierten Lösungen.

Fachlicher Hintergrund

Von **statischen Magnetfeldern** spricht man, wenn die Feldkräfte zeitlich konstant bleiben. Das Erdmagnetfeld kann als statisches Feld bezeichnet werden, weil sich messbare Feldstärkeänderungen nur in Zeiträumen von einigen Jahrtausenden ergeben.

Ein durch elektrischen Gleichstrom hervorgerufenen statisches Magnetfeld wird durch einen Elektromagneten realisiert. Dieser beruht auf der von **Hans Christian Ørsted** im Jahr 1820 entdeckten Tatsache, dass ein durch einen Draht fließender elektrischer Strom ein um den Draht herum laufendes kreisförmiges Magnetfeld bildet. Wickelt man den Draht zu einer Spule, so entsteht ein Elektromagnet mit derselben Polarität aus Nord- und Südpol, die auch ein Stabmagnet hat. Die Anziehungskraft des Elektromagneten hängt von der Stromstärke, der Anzahl der Spulenwindungen und von der Füllung der Spule (z. B. mit einem Eisenkern) ab.

Zeitlich veränderliche Magnetfelder entstehen unter anderem dann, wenn der elektrische Strom fortlaufend seine Richtung ändert, wie etwa beim technisch erzeugten 50-Hz-Wechselstrom der Haushaltssteckdose. Dabei wird ein magnetisches Wechselfeld aufgebaut, das im gleichen Rhythmus seine Richtung ändert wie der ihn erzeugende Stromfluss.

Michael Faraday entdeckte im Jahr 1831, dass veränderliche Magnetfelder elektrische Ströme hervorrufen können. Bewegt man z. B. einen Dauermagneten auf eine geschlossene Leiterschleife zu oder von ihr weg, so zeigt ein empfindliches Messgerät je nach Bewegungsrichtung eine positive oder negative Spannung $U(t)$ an, die proportional zur Geschwindigkeit $v(t)$ des Magneten, zur Anzahl der Windungen n , zur Fläche A der Leiterschleife und zum Kosinus des Winkels zwischen der Leiterschleife und dem Magnetfeld ist:

$$U(t) = k \cdot v(t) \cdot n \cdot A \cdot \cos \alpha, \quad k = \text{Konstante}$$

Genauso kann man eine Leiterschleife im homogenen Magnetfeld eines Dauermagneten bewegen und stellt dabei fest, dass auch hier eine Spannung erzeugt wird. Der Grund liegt darin, dass durch die Drehbewegung eine sich ändernde Fläche der Leiterschleife durchsetzt wird, was einem sich ändernden Magnetfeld bezüglich der Leiterschleife entspricht. Bei einer vollständigen Umdrehung der Leiterschleife erhält man eine sinusförmige Wechselspannung, was bis heute als Grundprinzip der technischen Stromerzeugung angewandt wird. Seinem Entdecker zu Ehren wird die gefundene Gesetzmäßigkeit als **Faraday'sches Induktionsgesetz** bezeichnet.

Materialübersicht

⌚ V = Vorbereitungszeit SV = Schülerversuch Ab = Arbeitsblatt/Informationsblatt

⌚ D = Durchführungszeit LV = Lehrerversuch Fo = Folie

LEK = Lernerfolgskontrolle

M 1 Ab Übungsaufgaben zu statischen Magnetfeldern

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ⌚ V: 5 min ⌚ D: 4 h | <ol style="list-style-type: none"> 1. Bestimmung der Flussdichte 2. Permeabilität einer Spule 3. Fadenstrahlrohr 4. Hallspannung 5. Flussdichte in Spule 6. Permeabilität von Spulen 7. Flussdichte in Ringspule 8. Flussdichte in Leiter |
|--|---|

M 2 Ab Übungsaufgaben zu zeitlich veränderlichen Magnetfeldern

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ⌚ V: 5 min ⌚ D: 4 h | <ol style="list-style-type: none"> 1. Induktion mit Kupferstab 2. Induktion mit L-Schleife 3. Biot-Savart-Gesetz 4. Induktion in L-Schleife 5. Stromkreis mit R und L 6. Helmholtz-Spulenpaar 7. Stromkreis mit R und L 8. Energie im RL-Kreis |
|--|--|

Die Erläuterungen und Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 11.

Minimalplan

Zu M 1: Die Aufgaben 1, 2 und 6 können als Hausaufgabe bearbeitet werden. Die übrigen Aufgaben sollten im Unterricht bearbeitet werden, da zuerst die stofflichen Inhalte abzuklären und ggf. durch Versuche zu untermauern sind.

Zu M 2: Die Aufgaben 1 und 5 können als Hausaufgabe bearbeitet werden. Bei den Aufgaben 2–4 sollten die physikalischen Gesetzmäßigkeiten im Unterricht genau besprochen werden; die dann folgenden Berechnungen und Erklärungen können die Schüler auch als Hausaufgabe bewältigen.

Die anspruchsvollen Aufgaben 6–8 sind als Ergänzung für interessierte Schüler mit guten mathematischen Kenntnissen gedacht, die es für sich als Herausforderung sehen, auch über das normale Maß hinausgehende Anforderungen anzupacken.

M 1 Übungsaufgaben zu statischen Magnetfeldern

Die im Folgenden ausgewählten Übungsaufgaben sind in **verschiedene Schwierigkeitsstufen** eingeteilt:

- (•) Einfache Aufgaben mit ein- bis zwei Rechenschritten,
- (••) Etwas schwierigere Aufgaben, die in mehreren Schritten zur Lösung führen und bereits etwas problemlösendes Denken erfordern,
- (•••) Anspruchsvolle Aufgaben, die detaillierte Kenntnisse des physikalischen Sachverhaltes erfordern. Dabei können auch physikalische Inhalte aus verschiedenen Stoffgebieten durch problemorientiertes Denken miteinander verknüpft sein,
- (••••) Sehr anspruchsvolle Aufgaben, bei denen neben den in (•••) vorausgesetzten Kenntnissen auch gute mathematische Fähigkeiten erforderlich sind.

II/C

Aufgaben

1. Durch eine 70 cm lange, mit Luft gefüllte Spule ($N = 800$) fließt ein Strom $I = 0,3 \text{ A}$.

a) Welche Flussdichte \vec{B} herrscht im Inneren der Spule? (•)

Tipp Die magn. Feldkonstante beträgt $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$.

b) Wie groß wird diese Flussdichte, wenn man das Innere der Spule mit einem Eisenkern ($\mu_r = 1500$) ausfüllt? (•)

2. Eine 30 cm lange, mit Luft gefüllte Spule ($N_1 = 250$) hat im Inneren dieselbe magnetische Flussdichte wie eine doppelt so lange, mit Eisen ($\mu_r = 1000$) gefüllte Spule ($N_2 = 300$). In welchem Verhältnis stehen die Stromstärken zueinander? (••)

3. Elektronen bewegen sich in einem Fadenstrahlrohr mit einer Geschwindigkeit \vec{v} in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte \vec{B} senkrecht zu den magnetischen Feldlinien.

a) Erläutern Sie, wodurch der Elektronenstrahl sichtbar wird! (••)

b) Leiten Sie eine Beziehung her, mit der die spezifische Ladung e/m bestimmt werden kann! (••)

c) Erklären Sie, warum sich der Wert der spezifischen Ladung e/m bei hohen Beschleunigungsspannungen U deutlich verändert! (••)

d) Bei welcher Beschleunigungsspannung tritt eine Abweichung von 1 % auf? (•••)

e) Welche magnetische Flussdichte \vec{B} erhält man, wenn der Bahnradius der Elektronen $r = 6,0 \text{ cm}$ beträgt und die Elektronen mit einer Spannung $U = 250 \text{ V}$ beschleunigt werden? (••)

f) Um welchen Winkel φ muss das Fadenstrahlrohr gegen die Vertikale gedreht werden, wenn bei sonst gleichen Bedingungen wie in Aufgabe e) der Elektronenstrahl eine Ganghöhe $h = 3,0 \text{ cm}$ beschreiben soll? (•••)

M 1 Statische Magnetfelder – Fortsetzung I

Aufgaben

4. Eine Metallfolie ($b = 1,5 \text{ cm}$; $d = 0,5 \text{ mm}$) wird von einem Strom der Stärke $I = 20 \text{ A}$ durchflossen (Abb. 2). Bei einer magnetischen Flussdichte $B = 2,5 \text{ T}$ wird eine Hallspannung $U_H = 10 \mu\text{V}$ gemessen.

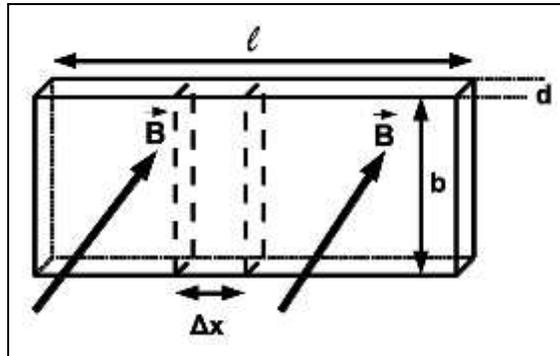


Abb. 2: Stromdurchflossene Metallfolie

- a) Mit welcher Driftgeschwindigkeit bewegen sich die Elektronen durch die Metallfolie? (•)
- b) Die Anzahl der Ladungsträger N pro Volumen V sei $n = N/V$.

Zeigen Sie, dass für die Stromstärke, die in der Zeitspanne Δt ein Volumenelement ΔV durchfließt, der Zusammenhang $I = n \cdot \Delta \cdot d \cdot e \cdot v_D$ gilt. Berechnen Sie daraus Anzahldichte n (Teilchen pro Volumeneinheit) der Ladungsträger! (•••)

- c) Um welches Metall handelt es sich? (•••)

5. An den Enden einer $l = 20 \text{ cm}$ langen, eisenfreien Zylinderspule von $N = 400$ Windungen (Durchmesser einer Windung: $d = 2,0 \text{ cm}$) aus $0,5 \text{ mm}$ dickem Kupferdraht ($\rho_{Ku} = 0,0175 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$) liegt eine Spannung von $U = 24 \text{ V}$ an.

Welche magnetische Flussdichte \bar{B} herrscht im Inneren? (•••)

6. In einer mit einem Eisenkern vollständig gefüllten Spule mit quadratischem Querschnitt ($L = 20 \text{ cm}$; $N = 700$) herrscht eine magnetische Flussdichte $B = 2,5 \text{ T}$, wenn die Spule von einem Strom der Stärke $I = 0,8 \text{ A}$ durchflossen wird (Abb. 3 a).

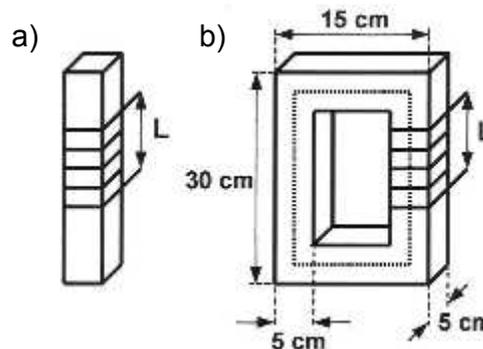


Abb. 3: Spule mit quadratischem Querschnitt mit a) I-Kern und b) geschlossenem U-Kern

- a) Wie groß ist die relative Permeabilität μ_R des Eisens? (•)

- b) Wie ändert sich die relative Permeabilität μ_R , wenn man den Eisenkern – wie in Abb. 3 b zu sehen – durch einen geschlossenen Eisenring ersetzt und bei sonst gleichen Bedingungen eine Flussdichte $B = 3,5 \text{ T}$ gemessen wird? (••)

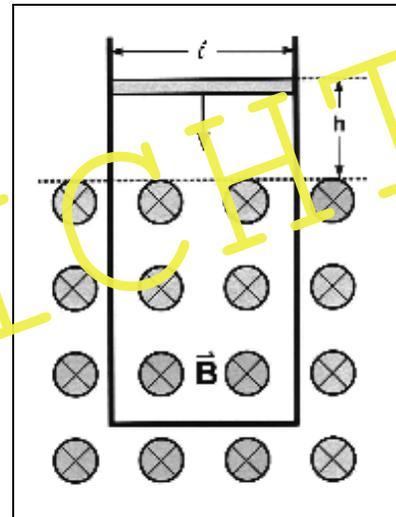
M 2 Übungsaufgaben zu zeitlich veränderlichen Magnetfeldern

Die im Folgenden ausgewählten Übungsaufgaben sind in verschiedene Schwierigkeitsstufen eingeteilt:

- (•) Einfache Aufgaben mit ein- bis zwei Rechenschritten
- (••) Etwas schwierigere Aufgaben, die in mehreren Schritten zur Lösung führen und bereits etwas problemlösendes Denken erfordern.
- (•••) Anspruchsvolle Aufgaben, die detaillierte Kenntnisse des physikalischen Sachverhaltes erfordern. Dabei können auch physikalische Inhalte aus verschiedenen Stoffgebieten durch problemorientiertes Denken miteinander verknüpft sein.
- (••••) Sehr anspruchsvolle Aufgaben, bei denen neben den in (•••) vorausgesetzten Kenntnissen auch gute mathematische Fähigkeiten erforderlich sind.

Aufgaben

1. Ein waagrecht gelagerter Kupferstab der Länge $l = 5,0 \text{ cm}$ und der Dicke $d = 2,5 \text{ mm}$ soll frei fallend in ein in die Zeichenebene hineinweisendes Magnetfeld der Flussdichte $B = 0,05 \text{ T}$ eindringen und dieses durchqueren. Er wird dabei von beiden Seiten von zwei senkrechten, elektrisch leitenden Schienen geführt, deren elektrischer Widerstand ebenso zu vernachlässigen ist wie mechanische Reibung (Abb. 5).



- a) Aus welcher Höhe h über dem oberen Rand des Magnetfeldes muss der Stab losgelassen werden, wenn er das Magnetfeld mit $v = \text{const.}$ passieren soll? (•••)

- b) In welcher Richtung fließt der induzierte Strom im Stab? (•)

- c) Berechnen Sie die Werte für die induzierte Spannung U_i , den Strom I und die Bremskraft \vec{F} ! (••)

2. Eine lange Leiterschleife ($R = 10 \Omega$; $m = 20 \text{ g}$; $b = 0,1 \text{ m}$; $a \gg b$)

soll mit einer Anfangsgeschwindigkeit \vec{v}_0 in ein exakt begrenztes, homogenes Magnetfeld der Flussdichte $B = 0,7 \text{ T}$ eindringen. Die Ausdehnung des Magnetfeldes sei so bemessen, dass die Leiterschleife vollständig im Magnetfeld Platz hat (Abb. 6).

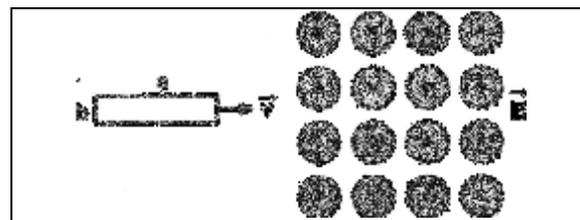


Abb. 6.: Leiterschleife dringt in ein Magnetfeld ein.

Tipp Die gegebenen physikalischen Größen und Abmessungen sind so gewählt, dass sich für die Teilaufgaben a–c nur der rechte Teil der Leiterschleife im Magnetfeld befindet.

- a) Welche Bremskraft \vec{F} erhält man aufgrund der Induktionswirkung in Abhängigkeit von der momentanen Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$? (••)
- b) Leiten Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ her! (•••)

M 2 Zeitlich veränderliche Magnetfelder – Fortsetzung II

5. Ein Stromkreis (Abb. 9) besteht aus zwei Glühlampen G_1 und G_2 , die parallel an eine Gleichspannungsquelle U_0 angeschlossen sind. Vor G_1 liegt ein variabler Widerstand R , vor G_2 eine Spule mit Eisenkern der Induktivität L . Der Widerstand wird so eingestellt, dass bei geschlossenem Schalter S beide Lampen gleich hell leuchten.

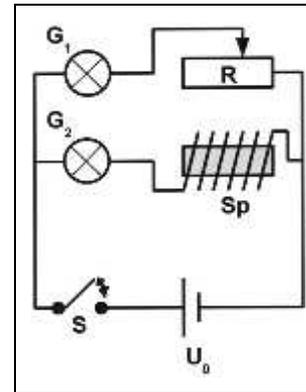


Abb. 9. Stromkreis mit zwei Glühlampen

- a) Warum erreicht G_2 beim Einschalten die volle Helligkeit später als G_1 ? (••)
- b) Warum ist dieser Effekt beim Ausschalten nicht zu beobachten? (••)
6. Ein Helmholtz-Spulenpaar (Windungszahl $N = 154$; Spulenradius und Spulenabstand $R = 20$ cm) wird von einem Strom $I = 4,5$ A durchflossen (Abb. 10).

pro Spule

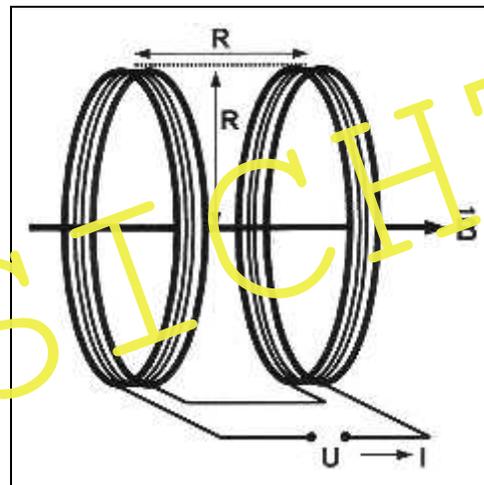


Abb. 10: Helmholtzspulenpaar

- a) Welche gesamte Energie W_{magn} ist im Magnetfeld gespeichert, wenn für die Berechnung der Induktivität L vereinfachend angenommen wird, dass das Magnetfeld bis zum Ende des von den Leitern umschlossenen Raumes homogen sein und für die magnetische Flussdichte \vec{B} gelten soll.

$$B = \left(\frac{4}{5} \right)^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R} \quad (\bullet\bullet\bullet)$$

- b) Welcher Anteil der in Teilaufgabe a) berechneten Energie ist in dem von den Spulen eingeschlossenen Raum gespeichert? (•••)
7. Ein Stromkreis besteht aus einem Widerstand $R = 8 \Omega$, einer Induktivität $L = 1,2$ H und einer Stromquelle der Spannung U_0 .

Nach welcher Zeit t hat die Stromstärke 70 % ihres Endwertes erreicht, wenn der Stromkreis zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen wird? (••)

8. Gegeben ist ein RL-Kreis mit folgenden Größen:

$$U_0 = 15 \text{ V}; R = 4 \Omega; L = 0,7 \text{ H}$$

Der Stromkreis wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen.

Berechnen Sie für den Zeitraum $t_1 = 0$ bis $t_2 = 0,5$ s

- a) die von der Batterie abgegebene Gesamtenergie W_{el} ! (•••)
- b) die im Widerstand R in Wärme umgewandelte Energie W_R ! (••••)
- c) die in der Spule gespeicherte Energie W_L ! (•••)

Erläuterungen und Lösungen

M 1 Übungsaufgaben zu statischen Magnetfeldern

1. a)

$$B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{N}{\ell} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 0,3 \text{ A} \cdot \frac{800}{0,7 \text{ m}} = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ T} = \underline{\underline{0,43 \text{ mT}}}$$

b) $B' = \mu_r \cdot B = 1500 \cdot 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ T} = \underline{\underline{0,645 \text{ T}}}$

2. Es gelten: $B_1 = \mu_0 \cdot I_1 \cdot \frac{N_1}{\ell_1}$ und $B_2 = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot I_2 \cdot \frac{N_2}{\ell_2}$

$$\text{Wegen } B_1 = B_2 \text{ folgt daraus: } \mu_0 \cdot I_1 \cdot \frac{N_1}{\ell_1} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot I_2 \cdot \frac{N_2}{\ell_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\mu_r \cdot N_2 \cdot \ell_1}{N_1 \cdot \ell_2} = \frac{1000 \cdot 300 \cdot 0,3 \text{ m}}{250 \cdot 0,6 \text{ m}} = 600 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \underline{\underline{600 : 1}}$$

3. a) Im Fadenstrahlrohr befinden sich Gasteilchen unter geringem Druck. Stoßen die Elektronen mit den Gasteilchen zusammen, werden Letztere in einen angeregten Zustand gebracht, aus dem sie unter Aussendung von Licht in den Ausgangszustand zurückkehren. Damit wird die Bahn der Elektronen sichtbar!

b) Aus der Bedingung, dass die Lorentzkraft \vec{F}_L gleich groß wie die Zentripetalkraft \vec{F}_z ist, folgt:

$$e \cdot v_s \cdot B = m \frac{v_s^2}{r} \Rightarrow v_s = \frac{e \cdot r \cdot B}{m}$$

Setzt man diese Gleichung in den Ausdruck für die mit der Beschleunigungsspannung U gewonnene kinetische Energie $e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ ein, erhält man:

$$\frac{m \cdot e^2 \cdot r^2 \cdot B^2}{2 \cdot m^2} = e \cdot U \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{r^2 \cdot B^2}$$

c) Erhöht man die Beschleunigungsspannung U deutlich, wird die Geschwindigkeit der Elektronen so hoch, dass sich die relativistische Massenzunahme bemerkbar macht. Eine Zunahme der Masse m bedeutet aber bei gleichbleibender Elementarladung e ein Absinken der spezifischen Ladung e/m !

d) Eine Zunahme der Masse m um 1 % der Ruhemasse m_0 ist gleichbedeutend mit $m/m_0 = 1,01$, denn das folgt aus $m = m_0 + m_0/100$.

Mit der von Albert Einstein ermittelten Formel $E = m \cdot c^2$ ergibt sich die kinetische Energie in relativistischer Form zu: $E_{kin} = E - E_0 = (m - m_0) \cdot c^2$

Mit $E_{kin} = e \cdot U$ folgt daraus:

$$e \cdot U = (m - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow e \cdot U = (1,01 \cdot m_0 - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow e \cdot U = 0,01 \cdot m_0 \cdot c^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{0,01 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = \underline{\underline{5117 \text{ V}}}$$

II/C