

Albert Einstein und sein „annus mirabilis“ 1905

Wolfgang Vogg, Eurasburg

In diesem Beitrag stellen wir Ihnen vier Arbeiten Einsteins vor:

1. die Lichtquantenhypothese,
2. die Bestimmung der Moleküldimensionen,
3. zur Brown'schen Molekularbewegung
und
4. zur speziellen Relativitätstheorie.

All diese Arbeiten hat der damals 26-Jährige innerhalb nicht einmal eines Jahres verfasst.

Vermitteln Sie Ihren Schüler anhand der Arbeitsblätter die wesentlichen Ideen Einsteins.

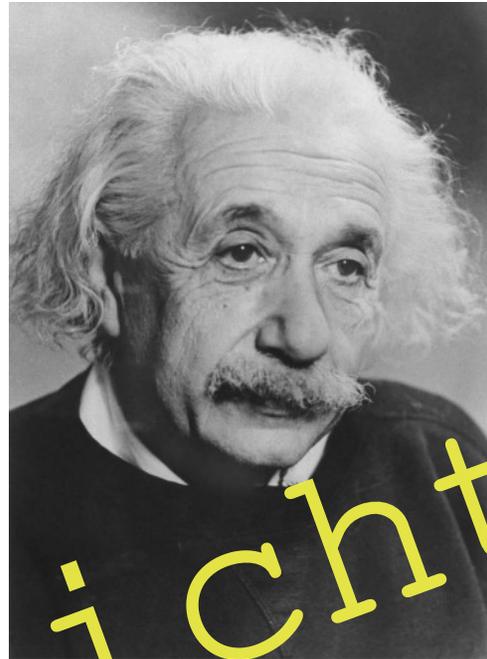


Foto: pictu 3-alliance/tpa

Meistens ist es weniger schwierig, ein Problem zu lösen, als damit zu leben.

(Albert Einstein)

II/G

Voransicht

Ein Leseartikel – für Schüler verständlich und doch spannend!

Der Beitrag im Überblick	
<p>Klasse: 12</p> <p>Dauer: 2 h–4 h</p> <p>Ihr Plus:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ bahnbrechende und die damalige Physik revolutionierende Ideen ✓ für Schüler verständlich erklärt 	<p>Inhalt:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Historische Einführung (M 1) – Die Lichtquantenhypothese (M 2) – Moleküldimensionen und deren Bestimmung (M 3) – Brown'sche Molekularbewegung (M 4) – Spezielle Relativitätstheorie (M 5) – Elektrodynamik bewegter Körper (M 6)

Fachliche und didaktisch-methodische Hinweise

Die fachlichen Hinweise erübrigen sich, da es sich im Wesentlichen um Material zum Lesen handelt.

Lehrplanbezug

Unter Ph 11.3 „Bewegung geladener Teilchen in Feldern und **Einblick in die spezielle Relativitätstheorie**“ (ca. 22 Std.) finden Sie im bayerischen Lehrplan¹:

Grundaussagen der speziellen Relativitätstheorie

- Postulate
- Hinweis auf Zeitdilatation und Längenkontraktion
- Auswirkungen auf die Vorstellung von Raum und Zeit

Vorbereitung: Kopieren Sie die Arbeitsblätter in Klassenstärke und legen Sie sie auf der Fensterbank aus.

Materialübersicht

⌚ V = Vorbereitungszeit SV = Schülerversuch Ab = Arbeitsblatt/Informationblatt

⌚ D = Durchführungszeit LV = Lehrerversuch Fo = Folie

M 1 Ab **1905, das Wunderjahr Einsteins – eine Einführung**

M 2 Ab **Die Lichtquantenhypothese**

M 3 Ab **Bestimmung von Moleküldimensionen**

M 4 Ab **Zur Brownschen Molekularbewegung**

M 5 Ab **Zur speziellen Relativitätstheorie**

M 6 Ab **Zur Elektrodynamik bewegter Körper**

Minimalplan

Das Material **M 1** geben Sie Ihren Schülern als Hausaufgabe. Sie können die Materialien **M 2–M 6** einzeln einsetzen. Die vier Kontexte (**M 5** und **M 6** hängen inhaltlich zusammen) sind voneinander unabhängig.

Mediathek

<http://www.library.ethz.ch/Ressourcen/Digitale-Bibliothek/Einstein-Online/Beamter-im-Patentamt-1900-1909>

https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1921/

[http://onlinelibrary.wiley.com/journal/10.1002/\(ISSN\)1521-3889/issues](http://onlinelibrary.wiley.com/journal/10.1002/(ISSN)1521-3889/issues)

ÜBER EINEN DIE ERZEUGUNG UND VERWANDLUNG DES LICHTES BETREFFENDEN HEURISTISCHEN GESICHTSPUNKT

http://myweb.rz.uni-augsburg.de/~eckern/adp/history/einstein-papers/1905_17_132-148.pdf

¹ <http://www.isb-gym8-lehrplan.de/content/serv/3.1.neu/g8.de/index.php?StoryID=27147>

M 1 1905, das Wunderjahr Einsteins – eine Einführung

1905 gilt als das Wunderjahr – „annus mirabilis“ – des damals 26-jährigen Albert Einstein.

Als Beamter 3. Klasse am Eidgenössischen Amt für geistiges Eigentum in Bern veröffentlichte er innerhalb nicht einmal eines Jahres vier bahnbrechende physikalische Arbeiten, von denen jede für sich die Physik auf ganz unterschiedlichen Gebieten revolutionieren sollte.

Den Anfang macht eine Arbeit mit dem Titel „**Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt**“. In dieser Arbeit deutet Einstein den **lichtelektrischen Effekt** durch die Annahme einzelner Energiequanten. Für den Beitrag erhielt er 1921 den Nobelpreis für Physik. Ende April legt Einstein seine Doktorarbeit „**Über eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen**“ vor. Er beschäftigt sich darin mit der Frage nach der Realität von Atomen und – falls es sie denn gibt – mit deren Anzahl und Größe. Diese theoretische Ableitung zählt noch heute zu den meistzitierten Arbeiten in der gesamten Physik.

Mai 1905: Brief von Einstein an Conrad Habicht²

„Ich verspreche Ihnen vier Arbeiten dafür, von denen ich die erste in Bälde schicken könnte, da ich die Freiemplare baldigst erhalten werde. Sie handelt von der Strahlung und den energetischen Eigenschaften des Lichtes und ist sehr revolutionär, wie Sie sehen werden [...] Die zweite Arbeit ist eine Bestimmung der wahren Atomgröße aus der Diffusion und der inneren Reibung der verdünnten flüssigen Lösungen neutraler Stoffe. Die dritte beweist, dass unter Voraussetzung der molekularen Theorie der Wärme in Flüssigkeiten suspendierte Körper von der Größenordnung $1/1000$ mm bereits eine wahrnehmbare ungeordnete Bewegung ausführen müssen, welche durch die Wärmebewegung erzeugt ist; es sind <unerklärte> Bewegungen lebloser kleiner suspendierter Körper in der Tat beobachtet worden von den Physiologen, welche Bewegungen von ihnen „Brown'sche Molekularbewegung“ genannt werden. Die vierte Arbeit liegt erst im Konzept vor und ist eine Elektrodynamik bewegter Körper unter Benützung einer Modifikation der Lehre von Raum und Zeit; der rein kinematische Teil dieser Arbeit wird Sie sicher interessieren.“³

Gerade mal zwei Wochen später reicht Einstein die nächste Arbeit bei den „Annalen der Physik“⁴ ein. Seine Erklärung der „Brown'schen Molekularbewegung“ und die daraus resultierenden Experimente bestätigen die molekularkinetische Wärmetheorie sowie die Realität von Atomen. Einstein wird mit dieser Arbeit zum Begründer der statistischen Physik.

September 1905: Brief von Einstein an Conrad Habicht

„Eine Konsequenz der elektrodynamischen Arbeit ist mir noch in den Sinn gekommen. Das Relativitätsprinzip im Zusammenhang mit den Maxwell'schen Grundgleichungen verlangt nämlich, dass die Masse direkt ein Maß für die im Körper enthaltene Energie ist; das Licht überträgt Masse. Eine merkliche Abnahme der Masse müsste beim Radium erfolgen. Die Überlegung ist lustig und bestechend.“⁵

Einstein publiziert eine Arbeit zur „Elektrodynamik bewegter Körper“, in der er die physikalischen Grundbegriffe von **Raum**, **Zeit**, **Geschwindigkeit** und **Gleichzeitigkeit** vollständig neu definiert. Diese Arbeit wird heute als spezielle Relativitätstheorie bezeichnet. Nur kurze Zeit später, im September 1905, formuliert Einstein in einem Nachtrag zur „Elektrodynamik bewegter Körper“ die wohl bekannteste physikalische Formel, die Masse-Energie-Äquivalenz $E = m \cdot c^2$, mit der er den Grundstein zur Nutzung der Kernenergie legte.

Im Folgenden werden nun Einsteins Arbeiten hinsichtlich ihres gedanklichen und physikalischen Inhalts beschrieben.

M 2 Die Lichtquantenhypothese – Fortsetzung I

Allerdings stimmt Gleichung (3) nur für kleine Werte von ν / T mit der beobachteten Energieverteilung überein.

Max Planck arbeitete an einer neuen Formel für die Energiedichteverteilung, die schließlich gut mit den Beobachtungen übereinstimmte und bis heute als **Planck'sches Strahlungsgesetz** bekannt ist (Gleichung 4).

$$\rho_\nu = \frac{8 \cdot \pi \cdot h \cdot \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \cdot \nu}{k \cdot T}} - 1}; \quad k = \frac{R}{N} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (\text{Boltzmann-Konstante}) \quad (4)$$

Zur Herleitung des Gesetzes berechnete Planck die Entropie des Oszillators, wobei er die Formel $S = k \cdot \lg W$ benutzte, die von Einstein später als „**Boltzmann'sches Prinzip**“ bezeichnet wurde. Darin bedeutet S die Entropie eines makroskopischen Zustandes des Systems mit der Wahrscheinlichkeit W .

Einstein vergleicht alle bisher bekannten Gesetzmäßigkeiten miteinander und kommt schließlich zu dem Schluss: „Je größer die Energiedichte und die Wellenlänge einer Strahlung ist, als umso brauchbarer erweisen sich die von uns benutzten theoretischen Grundlagen; für kleine Wellenlängen und kleine Strahlungsdichten aber versagen dieselben vollständig.“¹⁴

Ausgehend vom Wien'schen Gesetz für schwarze Strahlung (Gleichung 5), das für große Werte von ν / T experimentell bestätigt wird, zeigt Einstein die Abhängigkeit der Entropie S vom von der Strahlung eingenommenen Volumen V (Gleichung 6).

Wien'sches Strahlungsgesetz

$$\rho_\nu = \frac{8 \cdot \pi \cdot h \cdot \nu^3}{c^3} \cdot e^{\frac{h \cdot \nu}{k \cdot T}} \quad (5)$$

Entropie und Volumen:

$$S - S_0 = \frac{E \cdot k}{n \cdot \nu} \cdot \lg \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (6)$$

Erfolgt: „Diese Gleichung zeigt, dass die Entropie einer monochromatischen Strahlung von genügend kleiner Dichte nach dem gleichen Gesetze mit dem Volumen variiert wie die Entropie eines idealen Gases oder einer verdünnten Lösung.“¹⁵ Unter Verwendung der Boltzmann'schen Beziehung gelangt Einstein zu dem Schluss: „Ist monochromatische Strahlung von der Frequenz ν und der Energie E in das Volumen V_0 eingeschlossen, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einem beliebig herausgegriffenen Zeitmoment die ganze Strahlungsenergie in dem Teilvolumen V des Volumens V_0 befindet gegeben durch Gleichung 8.“¹⁶

Entropie und Wahrscheinlichkeit:

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \cdot \lg W \quad (7)$$

Wahrscheinlichkeit:

$$W = \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{N \cdot E}{R \cdot \nu}} \quad (8)$$

M 5 Zur speziellen Relativitätstheorie

Einstein beschreibt in der speziellen Relativitätstheorie zunächst eine neue Kinematik, die auf zwei Postulaten beruht, dem **Relativitätsprinzip** (*) und dem Prinzip der **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit** (**). Die daraus resultierenden Ergebnisse benützt er zur Lösung verschiedener Probleme aus der Optik und Elektrodynamik bewegter Körper, bevor er die Äquivalenz von Masse und Energie ableitet.

Das Relativitätsprinzip (*)

In Bezugssystemen, die sich relativ zueinander mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, gelten die gleichen Naturgesetze. Keines ist vor den anderen ausgezeichnet.

Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit (**)

Ein Apparat, der mithilfe von Uhren und starren Körpern die Lichtgeschwindigkeit misst, liefert unabhängig von seinem Bewegungszustand immer denselben Wert.

Die Theorien von Maxwell und Lorentz³¹ fordern die Existenz eines bevorzugten Inertialsystems (***), was in krassem Widerspruch zum Relativitätsprinzip steht. Zudem wurde der Äther³² als Träger aller elektrischen und magnetischen Felder angesehen. Einstein verworft die Äthertheorie, nachdem alle optischen und elektromagnetischen Experimente zu seinem Nachweis versagt hatten. Er sah in diesem Versagen einen empirischen Hinweis auf die Gültigkeit des Relativitätsprinzips für die Elektrodynamik und Optik.

Das Inertialsystem (***)

Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, von dem aus gesehen der Trägheitssatz gilt, d. h., in dem jede Änderung des Bewegungszustandes eines Körpers nur durch äußere Kräfte verursacht wird.

Zudem übernahm er aus der Elektrodynamik das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, was in Verbindung mit dem Relativitätsprinzip gleichbedeutend war mit dem Schluss, dass die **Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen gleich sein muss**. Diese Forderung widerspricht Newtons Gesetz der Addition von Geschwindigkeiten und macht eine Revision der kinematischen Grundlagen der gesamten Physik nötig.

Einstein beschäftigt sich zunächst mit dem Phänomen der Gleichzeitigkeit und der Relativität von Zeiten und Längen. Dabei kann er zeigen, dass bewegte Uhren langsamer gehen (**Zeitdilatation**) und bewegte Maßstäbe sich verkürzen (**Längenkontraktion**). Ein einfaches Beispiel zeigt den Unterschied zwischen der klassischen Newton'schen Mechanik und der Einstein'schen Relativität:

In einem mit konstanter Geschwindigkeit v fahrenden Zug soll die Zeit bestimmt werden, die ein Lichtteilchen braucht, um die Strecke D von einem Ausgangspunkt A (Ereignis 1) zu einem Spiegel S und wieder zurück zu einem Endpunkt B (Ereignis 2) zu überwinden. Die Zeit zwischen den beiden Ereignissen soll von einem Beobachter im Zug und von einem Beobachter auf dem Bahndamm gemessen werden.

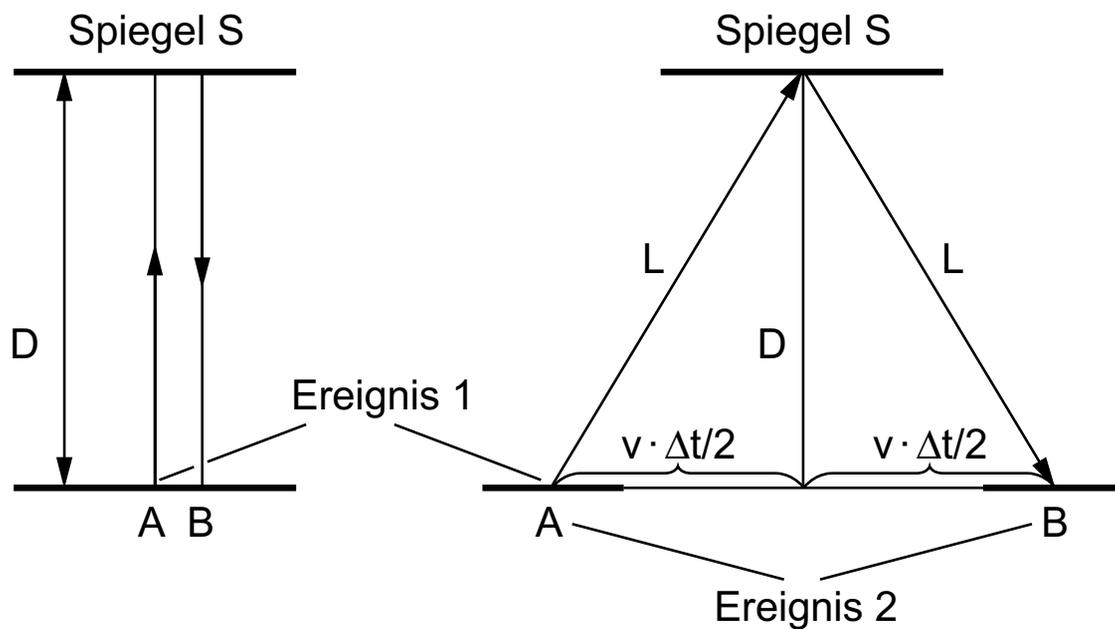


Abb. 1: Verdeutlichung der Laufzeiten des Lichts a) im ruhenden Inertialsystem und b) im fahrenden Zug

a) Klassische Berechnung:

- Zeit zwischen den Ereignissen im Zug:

$$\Delta t_z = \frac{2 \cdot D}{c}$$

- Zeit zwischen den Ereignissen, vom Bahndamm aus gesehen (vgl. Abb. 2):

$$\Delta t_B = \frac{2 \cdot L}{c'} = \frac{2 \cdot \sqrt{D^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t_B}{2}\right)^2}}{c'} = \frac{2 \cdot \sqrt{D^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t_B}{2}\right)^2}}{\sqrt{c^2 + v^2}}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B^2 = \frac{4 \cdot \left(D^2 + \frac{v^2 \cdot \Delta t_B^2}{4}\right)}{c^2 + v^2} = \frac{4 \cdot D^2 + v^2 \cdot \Delta t_B^2}{c^2 + v^2}$$

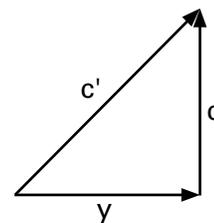


Abb. 2

(18)

$$\Delta t_B^2 = \frac{v^2 \cdot \Delta t_B^2}{c^2 + v^2} + \frac{4 \cdot D^2}{c^2 + v^2} \Rightarrow \Delta t_B^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2 + v^2}\right) = \frac{4 \cdot D^2}{c^2 + v^2}$$

$$\Delta t_B^2 = \frac{4 \cdot D^2}{c^2 + v^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2 + v^2}} \Rightarrow \Delta t_B^2 = \frac{4 \cdot D^2}{c^2 + v^2} \cdot \frac{1}{\frac{c^2 + v^2 - v^2}{c^2 + v^2}}$$

$$\Delta t_B^2 = \frac{4 \cdot D^2}{c^2 + v^2} \cdot \frac{1}{\frac{c^2}{c^2 + v^2}} \Rightarrow \Delta t_B^2 = \frac{4 \cdot D^2}{(c^2 + v^2)} \cdot \frac{(c^2 + v^2)}{c^2}$$

$$\Delta t_B^2 = \frac{4 \cdot D^2}{c^2} \Rightarrow \Delta t_B = \frac{2 \cdot D}{c} = \Delta t_z$$

Das Ergebnis zeigt, dass die Beobachter im Zug und auf dem Bahndamm die gleiche Zeitdifferenz messen!

Erläuterungen und Lösungen

M 2 Die Lichtquantenhypothese

a) Es gilt:

$$W_{\text{kin}} = \frac{R \cdot h \cdot \nu}{k \cdot N} - W_A \quad \Rightarrow \quad W_A = \frac{R \cdot h \cdot \nu}{k \cdot N} - W_{\text{kin}}$$

$$\text{Mit } \nu = \frac{c}{\lambda} \text{ folgt daraus: } W_A = \frac{R \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda}}{k \cdot N} - W_{\text{kin}}$$

$$\Rightarrow W_A = \frac{8,3145 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 6,25 \cdot 10^{18} \frac{\text{eV}}{\text{J}} \cdot \frac{3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{200 \cdot 10^{-9} \text{ m}}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 6,0221 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} - 1,2 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow W_A = 6,21 \text{ eV} - 1,2 \text{ eV} = \underline{\underline{5,01 \text{ eV}}}$$

b) Mit $k = \frac{R}{N}$ wird Gl. 9 zu: $W_{\text{kin}} = \frac{R \cdot h \cdot \nu}{\frac{R}{N} \cdot N} - W_A \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{W_{\text{kin}} = h \cdot \nu - W_A}}$

M 3 Bestimmung von Moleküldimensionen

Zunächst berechnet man die Fläche A des Filmes und daraus seine Dicke d:

$$A = r^2 \cdot \pi = (6,5 \text{ cm})^2 \cdot \pi = 132,73 \text{ cm}^2 \quad \Rightarrow \quad d = \frac{V_{\text{öl}}}{A} = \frac{1 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^3}{132,73 \text{ cm}^2} = 7,53 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

Daraus folgt für das Volumen eines Ölsäuremoleküls:

$$V_{\text{Molek.}} = d^3 = (7,53 \cdot 10^{-8} \text{ cm})^3 = 4,27 \cdot 10^{-22} \text{ cm}^3$$

Man berechnet man das Volumen V_{mol} eines Mols Ölsäure:

$$V_{\text{mol}} = \frac{M}{\rho_{\text{öl}}} = \frac{282,47 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0,89 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 317,38 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$$

Daraus ergibt sich die (Avogadro-Konstante):

$$N_A = \frac{V_{\text{mol}}}{V_{\text{Molek.}}} = \frac{317,38 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}}{4,27 \cdot 10^{-22} \text{ cm}^3} = \underline{\underline{7,43 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}}$$

Der in diesem Versuch durch Näherungsbedingungen ermittelte Wert weicht rund 23 % vom exakten Wert $N_A = 6,0221 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$ ab.