

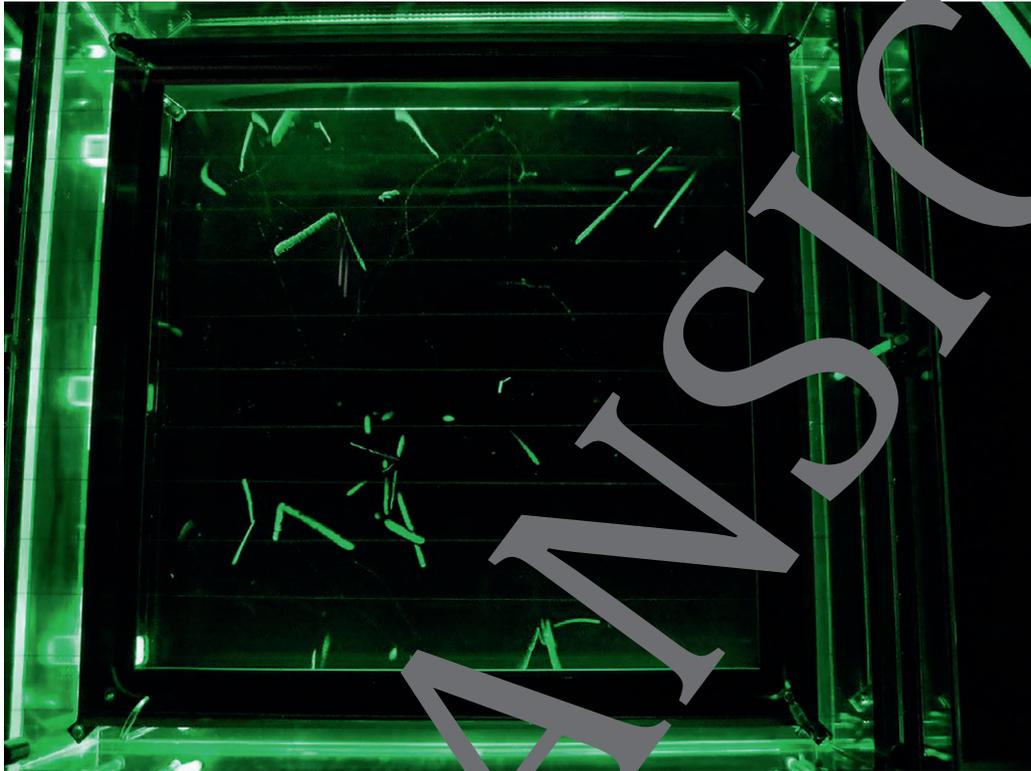
II.B.4

Thermodynamik

Teilchenstrahlen in Gasen

Gerhard Deyke, Hamburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



Eine Nebelkammer ist meist mit einem übersättigten Luft-Alkohol-Gemisch gefüllt. Wenn ein energiereiches, geladenes Teilchen das Gas durchqueren erzeugt es durch Stoßionisation zahlreiche Ionen, die einzeln als Kondensationskerne für die Bildung feinsten Tröpfchen verantwortlich sind. In ihrer Gesamtheit bilden sie eine sichtbare Spur, einen Kondensstreifen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe/Lernjahr: 11 (G8), 12 (G9)

Dauer: 2 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: 1. reproduzieren; 2. Lösungen berechnen; 3. argumentieren und diskutieren

Thematische Bereiche: Kinetische Theorie der Wärme, Absorption in der Physik, Lösung einer einfachen Differenzialgleichung, Wahrscheinlichkeit, allgemeine Gasgleichung, Stoßquerschnitt, exponentielles Wachstum, Absorptionskoeffizient, mittlere freie Weglänge von Teilchen

Didaktisch-methodische Hinweise

Fachlicher Hintergrund

Schießt man einen Teilchenstrahl durch ein Gas, so verlässt der Strahl das Gas mit geringerer „Intensität“ als derjenigen, mit der er in das Gas eintrat. Stellt man sich die (gleichartigen) Moleküle des Gases als Kugeln vom Radius R und die Teilchen (vielleicht selbst Moleküle) als Kugeln vom Radius r vor, so werden Kugeln der beiden voneinander verschiedenen Kugelarten zusammenstoßen, was dafür sorgt, dass Strahlteilchen die Richtung des einfallenden Strahles verlassen. Von N auf das Gas treffende Teilchen scheiden ΔN aus, sodass es zu einer Verminderung der Teilchenzahldichte kommt, also zu einer „Intensitätsabnahme“ des Strahles.

In diesem Beitrag soll zunächst die „Intensitätsminderung“ des Strahles untersucht werden. Wir gehen in einem ersten Modellierungsversuch von ruhenden Gasmolekülen aus. Ein Teilchen des Strahles scheidet aus, wenn es im durchquerten Gasvolumen zu einer Begegnung mit einem Gasmolekül innerhalb der Fläche A_s eines Kreises vom Radius $r+R$ kommt (sog. Stoßquerschnitt), wie man sofort der Abb. 1 entnimmt. Nach der Begegnung verlässt das Gas das Teilchen verschluckt (absorbiert).

Der Teilchenstrahl durchquere ein quaderförmiges Gasvolumen der Länge Δx mit der Querschnittsfläche A (siehe Abb. 2).

In diesem Volumen ruhen z Moleküle. Die Wahrscheinlichkeit p für ein Zusammentreffen eines Strahlteilchens mit einem Molekül des Gases beträgt offenbar:

$$p = \frac{z \cdot A_s}{A} \quad (1)$$

Lehrplanbezug

Das vorgelegte Thema gehört sicherlich nicht zu den Pflichtinhalten in der Vorbereitung auf das zentrale schriftliche Abitur in Physik. Es hat aber durchaus seinen Platz in den Additiva und hat seinen eigenen Reiz. Stellvertretend für die verschiedenen Bundesländer kann Folgendes festgestellt werden: Der hamburger „Bildungsplan gymnasiale Oberstufe“ ist beispielsweise ein Rahmenplan, der viele Freiräume für inhaltliche Gestaltung zulässt. Er kennt „verbindliche Inhalte“ und in der „Abitur-Richtlinie (2028)“ ergänzende Sachgebiete, denen das vorliegende Thema zugeordnet werden kann. Dagegen ist der Bayerische „Lehrplan Physik“ stark inhaltlich ausgerichtet. Er kennt jedoch zahlreiche „Lehrplanalternativen“, z. B. Medizinphysik oder Astrophysik, in denen sich das hier angesprochene Thema wiederfinden lässt.

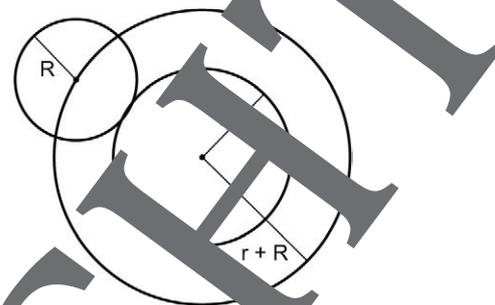


Abb.1

Grafik: Dr. W. Zettlmeier

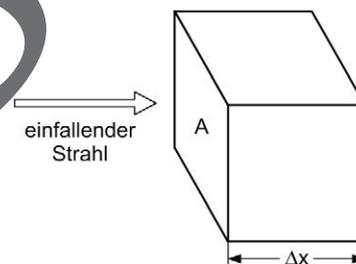


Abb.2

Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Hinweise zur Gestaltung des Unterrichts

Lernvoraussetzungen

Mit Rücksicht auf die Kürze der für diese Unterrichtseinheit eingeplanten Zeit sollten Ihre Schüler bereits mit den Grundaussagen der **kinetischen Gastheorie** vertraut sein, insbesondere mit der **Zustandsgleichung idealer Gase**. Ebenso sollten die Lernenden hier nicht zum ersten Male vor das Problem der **Lösung einer Differenzialgleichung** gestellt werden.

Gruppenarbeit als Unterrichtsmethode

Die Aufgabe ist besonders für die Bearbeitung in kleinen Teams geeignet. Lehrerpräsenz wäre gut, falls fachliche Beratung erforderlich wird. Auf Präsentation der Ergebnisse im Plenum sollte nicht verzichtet werden.

Denkbar ist aber auch der Einsatz der Aufgabe zum **selbstständigen Erarbeiten** des Themas.

Besuch eines Schollabs oder des DESY / Hamburg

Dies ist eine theoretische Aufgabe. Eigene Experimente zum Inhalt des Themas lassen sich nicht in der Schule durchführen, sofern diese über keine Nebelkammer verfügt. Vielleicht kooperiert die Schule mit einer nahe gelegenen Universität oder einem entsprechenden physikalischen Institut, das ein **Schollab** hat. In Hamburg beispielsweise wäre so etwas möglich an den Universitäten oder auch einem Schülerlabor am **DESY**. Für die Schüler wäre eine solche Aktivität natürlich ein Highlight.

Bibliografische Angaben

- ▶ **Professor Dr. Dieter Meschede:** Gerthsen, Physik, 24. Auflage. Springer 2010

Weiterführende Internetseiten

Wer sich zu den Themen „mittlere freie Weglänge“ und „Streuung von Teilchen“ umfassender informieren möchte, sei auf drei Internetseiten verwiesen.

Mittlere freie Weglänge und Streuung von Teilchen:

- ▶ <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4886>
In dem Artikel wird die mittlere freie Weglänge berechnet. Schreibt man die entscheidende Differenzialgleichung $\Delta N = N \cdot \sigma \cdot \Delta x$ um, so erhält man daraus durch Integration die mittlere freie Weglänge.
- ▶ <https://www.spektrum.de/text/physik/mittlere-freie-weglaenge/9840>
Hier wird ein Überblickwissen über die mittlere freie Weglänge vermittelt unter Verzicht auf Herleitung.
- ▶ www.inp.uni-kiel.de/people/wimmer/teaching/Phys_IV/P4_V3.pdf
Bei der Streuung eines Teilchens an einem anderen spielt die Wechselwirkung zwischen ihnen eine entscheidende Rolle. Dies ist ein sehr ausführlicher Artikel, der das Thema wissenschaftlich auslotet und bis hin zur Theorie der Magnetresonanztomografie (MRT).

Teilchenstrahlen in Gasen

M 1

Aufgaben

1. Ist n die Moleküldichte im Gasvolumen (Anzahl der Moleküle pro Volumeneinheit), so gilt:

$$\Delta N = -n \cdot \Delta x \cdot A_s \cdot N. \quad (2)$$

Begründen Sie Gleichung (2).

2. Die Abnahme der Teilchenzahl auf der Strecke Δx ist demnach zur Teilchenzahl N proportional. Ist die Schichtdicke Δx sehr klein, dann ist auch ΔN sehr klein und infolgedessen ist die Anzahl der aus der Schicht herauskommenden Teilchen annähernd so groß wie die Zahl der einfallenden Teilchen:

$$N - \Delta N \approx N.$$

Ferner ist dann $\frac{\Delta N}{\Delta x} \approx N'(x)$, wenn wir mit $N(x)$ die Zahl der Teilchen bezeichnen, die bereits im Gas die Strecke x zurückgelegt haben. $N'(x)$ ist dann die Ableitung von $N(x)$. Aus Gleichung (2) ergibt sich sofort die Differentialgleichung:

$$N'(x) = -nA_s N(x). \quad (3)$$

Sie ist vom Typ

$$f'(x) = C \cdot f(x); C = \text{const.} \quad (4)$$

Zeigen Sie, dass

$$f(x) = f(0)e^{Cx} \quad (5)$$

eine Lösung der Differentialgleichung (Gleichung 4)

3. Gleichung (5) ist die typische Gleichung für exponentielles Wachstum. Viele Absorptionsvorgänge in der Physik wie Absorption von Licht oder Röntgenstrahlung in Materie werden so beschrieben.

Geben Sie nun die Lösung der DGL (3) an.

4. In der Lösung von Gleichung (3) wird üblicherweise $nA_s = \alpha$ gesetzt. α heißt Absorptionskoeffizient. Er hängt lediglich von der Moleküldichte des Gases und dem Stoßquerschnitt der kollidierenden Stoßpartner ab.

Die 3. entwickelte Lösung der Gleichung (3) ist jedoch nur relevant, wenn das Gas, durch welches der Strahl geschickt wird, einen sehr geringen Druck hat. Hat ein Gas die (absolute) Temperatur $T = 273\text{K}$ und steht unter einem Druck von $p = 10^3 \text{ mbar} = 10^3 \text{ hPa}$, so beträgt nach der allgemeinen Gasgleichung $pV = \nu RT$ (ν ist die Stoffmenge und R die universelle Gaskonstante) seine Teilchendichte $n \approx 2,7 \cdot 10^{25}$ Teilchen pro m^3 . Damit wird $-\alpha$ sehr klein und $e^{-\alpha x}$ strebt gegen 0, d. h., das Gas ist für die Teilchen undurchlässig.

Aus der Messung von α kann auf den Stoßquerschnitt A_s der beteiligten Teilchen geschlossen werden, auf die Summe der Kugelradien. Für Silberatomstrahlen, welche in Stickstoff eingeschossen werden, ergab sich auf diese als Summe der Radien von Ag und N_2 $r + R = 1,58 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Lösungen

1. Da ΔN eine „Abnahme“ ist, gilt:

$$a) \quad -\frac{\Delta N}{N} = p.$$

Weiter ist definitionsgemäß $n = \frac{z}{\Delta x A}$, also $z = n \Delta x A$. Aus (a) und (1) ergibt sich auch:

$$-\frac{\Delta N}{N} = \frac{z A_s}{A} = \frac{n \Delta x A A_s}{A} = n \Delta x A_s \quad \text{bzw.} \quad \Delta N = -n \Delta x A_s N, \quad \text{wie zu zeigen war.}$$

2. Man erhält aus $f(x) = f(0)e^{Cx}$ sofort die Ableitung:

$$f'(x) = f(0)C e^{Cx} = C f(x).$$

$f(x) = f(0)e^{Cx}$ ist also eine Lösung der DGL (4).

3. Mit $f(x) = N(x)$ und $C = -n A_s$ wird

$$b) \quad N(x) = N_0 e^{-n A_s x}, \quad \text{wenn wir } N_0 = N(0) \text{ verabreden.}$$

4. Wir benötigen die Moleküldichte n und berechnen sie für das Volumen V_0 , in das die Stoffmenge 1 mol einnimmt. 1 mol enthält $N_A = 6,0221 \cdot 10^{23}$ Teilchen. Das gilt nach der allgemeinen Gasgleichung:

$$c) \quad n = \frac{N_A}{V_0} = \frac{N_A p}{v R T} \quad \text{mit } v = 1 \text{ mol.}$$

Numerische Berechnung:

$N_A = 6,0221 \cdot 10^{23}$ Teilchen pro mol

Druck: $p := 2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$

Temperatur des Gases: $T := 273 \text{ K}$

universelle Gaskonstante: $R := 8,3144 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

Stoffmenge: $v := 1,0 \text{ mol}$ $n := \frac{N_A p}{v \cdot R \cdot T}$

$n = 5,306 \cdot 10^{17} \text{ Teilchen pro m}^3$

Für den Absorptionskoeffizienten α ergibt sich:

Radius des Stickstoffmoleküls: $r_N = \frac{d_N}{2}$

Stoßquerschnitt: $A_s := \pi (2 r_N)^2$ $A_s = 3,632 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$

Absorptionskoeffizient: $\alpha := n \cdot A_s$ $\alpha = 0,193 \frac{1}{\text{m}}$

Nach Aufgabe 3 gilt: $N(x) = N_0 e^{-\alpha x}$.

also $\frac{N(x_H)}{N_0} = \frac{1}{2} = e^{-\alpha x_H}$ und mit $x_H = \frac{-\ln 0,5}{\alpha} = \frac{\ln 2}{\alpha} = \frac{\ln 2}{0,193} \text{ m} = 3,59 \text{ m}$.

Die Halbwertslänge des Gasvolumens beträgt also etwa 3,6 m.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de