

I.C.21

Wärmelehre

Wärmekapazität von Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen

Prof. Dr. Axel Donges, Isny im Allgäu



© JackValley/E+

Die spezifische Wärmekapazität ist eine der wichtigsten Stoffgrößen der Wärmelehre. Sie gibt an, wie viel Wärmeenergie einem Kilogramm eines Stoffes zugeführt werden muss, damit sich seine Temperatur um ein Kelvin erhöht. Die Schülerinnen und Schüler werden in dieser Unterrichtsssequenz anhand von Arbeitsblätter und Beispielen an die Thematik der Wärmelehre herangeführt. Eine Lernerfolgskontrolle zum Abschluss der Einheit bietet die Möglichkeit, die Lernfortschritte der Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 10.–12. Klasse (Qualifikationsphase)

Dauer: 14 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: Wärmekapazität verstehen und erklären können, Experimente selbstständig durchführen, verschiedene Wärmekapazitäten unterscheiden, Funktionsweise der benötigten Messinstrumente verstehen

Thematische Bereiche: Spezifische und molare Wärmekapazität, Wärmekapazität von Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen, Mischungstemperatur, Kalorimetrie, Druck, Volumen, Abhängigkeit von Freiheitsgraden

M 1

Definitionen der verschiedenen Wärmekapazitäten

Die **spezifische Wärmekapazität** ist eine wichtige physikalische Stoffeigenschaft. Sie spielt in der **Wärmelehre** eine große Rolle.

Gedanken-Experiment

Ein mit Wasser gefülltes Reagenzglas wird für einige Minuten über die Flamme eines Bunsenbrenners gehalten. Aufgrund der zugeführten Wärmeenergie steigt die Temperatur des Reagenzglases/Wassers an. Dabei stellt man fest: Je mehr Wärmeenergie zugeführt wird, umso höher wird die Temperatur.

**Definitionen**

1. Die **Wärmekapazität C** eines Körpers wird als Quotient der zugeführten Wärmeenergie ΔQ – gemessen in Joule (J) – zum resultierenden Temperaturanstieg $\Delta\vartheta$ – gemessen

Kelvin (K) – definiert: $C = \frac{\Delta Q}{\Delta\vartheta}$ (Annahme: keine Änderung

des Aggregatzustandes).

Die Einheit der Wärmekapazität ist $[C] = 1 \frac{\text{J}}{\text{K}}$.

2. Die **spezifische Wärmekapazität c** ergibt sich, wenn die Wärmekapazität C auf die Masse m – gemessen in Kilogramm (kg) – des Körpers bezogen wird: $c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta\vartheta}$. Umgestellt ergibt sich $\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$. Dies ist die **Grundgleichung der Wärmelehre**. Die Einheit der spezifischen

Wärmekapazität ist $[c] = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

3. Gelegentlich wird die Wärmekapazität auch auf die Stoffmenge ν – gemessen in Mol (mol)¹ – bezogen. Dann spricht man von der **molaren Wärmekapazität**: $c_{\text{mol}} = \frac{C}{\nu} = \frac{\Delta Q}{\nu \cdot \Delta\vartheta}$. Die Einheit ist $[c_{\text{mol}}] = 1 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

Beispiel 1

Einem Körper mit der Masse $m = 100 \text{ g}$ (was in diesem Beispiel einer Stoffmenge von $\nu = 4 \text{ mol}$ entsprechen) wird eine Wärmeenergie von $\Delta Q = 400 \text{ J}$ zugeführt. Dadurch steigt die Temperatur des Körpers um $\Delta\vartheta = 10 \text{ K}$ an.

Die Wärmekapazität des Körpers beträgt dann $C = \frac{\Delta Q}{\Delta\vartheta} = \frac{400 \text{ J}}{10 \text{ K}} = 40 \frac{\text{J}}{\text{K}}$.

Die spezifische bzw. die molare Wärmekapazität berechnen sich zu

$$c = \frac{C}{m} = \frac{40 \frac{\text{J}}{\text{K}}}{0,1 \text{ kg}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \text{ bzw. } c_{\text{mol}} = \frac{C}{\nu} = \frac{40 \frac{\text{J}}{\text{K}}}{4 \text{ mol}} = 10 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}.$$

¹ 1 mol eines Stoffes enthält ungefähr $6,022 \cdot 10^{23}$ Teilchen.

M 2



Messung der spezifischen Wärmekapazität von Wasser

Schülerversuch

🕒 Vorbereitung: 5 min

Durchführung: 20 min

Geräte	Materialien
<input type="checkbox"/> Wasserkocher <input type="checkbox"/> Thermometer <input type="checkbox"/> Waage	<input type="checkbox"/> Wasser

Vorsicht: Heißes Wasser!

Versuchsaufbau und -durchführung

- Füllen** Sie einen Wasserkocher, dessen elektrische Leistung P bekannt ist, mit einer definierten Menge kalten Wassers (z. B. $m=1,0\text{ kg}$).
 - Messen** Sie die Temperatur ϑ_k des kalten Wassers mithilfe eines Thermometers.
 - Schalten** Sie den Wasserkocher **ein**. Messen Sie die Zeit t (z. B. mit der Stoppuhr Ihres Handys), bis das Wasser kocht.
 - Führen** Sie die Schritte 1–3 dreimal durch.
 - Leiten** Sie die Auswerteformel $c = \frac{P \cdot t}{m \cdot (100^\circ\text{C} - \vartheta_k)}$ für die spezifische Wärmekapazität des Wassers **her**.
- Hinweise:** Nehmen Sie an, dass das kochende Wasser eine Temperatur von 100°C hat und es keine Wärmeverluste an die Umgebung gibt.
- Bestimmen** Sie mit der Auswerteformel die spezifische Wärmekapazität von Wasser und **berechnen** Sie den Mittelwert.
 - Diskutieren** Sie, warum Ihr von Ihnen gemessene Wert (wahrscheinlich) zu groß ist.



© daz2d/DigitalVision Vectors/Getty Images

Tragen Sie Ihre Messwerte in die nachfolgende Tabelle ein:

	Masse m	Temperatur ϑ_k	Leistung P	Zeit t	$c = \frac{P \cdot t}{m \cdot (100^\circ\text{C} - \vartheta_k)}$
Versuch 1					
Versuch 2					
Versuch 3					

Übungsaufgaben zur Wärmekapazität

M 3

1. **Betrachten** Sie die Bilder **M 3a**. Was haben sie mit Wärmekapazität zu tun?
2. Welche Wärmemenge muss 5,0 kg Wasser zugeführt werden, damit die Temperatur von 15 °C auf 95 °C ansteigt?
3. Man schätzt das Volumen der Weltmeere auf etwa 1,35 Milliarden Kubikkilometer. Wie viel Wärmeenergie muss den Weltmeeren zugeführt werden, damit die Temperatur um 2 K ansteigt. Vernachlässigen Sie den Salzgehalt des Wassers.
4. Wie teuer ist es, das Wasser für ein Vollbad (Volumen $V = 200 \text{ l}$) von 14 °C auf 33 °C elektrisch zu erwärmen? Rechnen Sie mit einem Strompreis von 30 Cent/kWh und einem Wirkungsgrad von 80 % für den Aufheizvorgang.
5. Wie lange dauert es, bis ein Wasserkocher mit einer elektrischen Anschlussleistung von 2,0 kW
 - a) einen Liter Wasser
 - b) einen Liter Öl
 von 15 °C auf 100 °C erwärmt? Gehen Sie davon aus, dass 85 % der dem Kocher zugeführten Leistung ins Wasser/Öl gelangt.
6. Eine nicht identifizierte Flüssigkeit mit der Masse $m = 4,00 \text{ kg}$ wird in einem Wasserkocher innerhalb von 60 s von 20 °C auf 30 °C erwärmt. Die elektrische Leistung des Kochers ist 2,0 kW, sein Wirkungsgrad beträgt 90 %. Wie groß ist die spezifische Wärmekapazität der Flüssigkeit?
7. Wie viel Wärmeenergie gibt eine Wärmflasche (gerade mit 2,5 l Wasser) ab, wenn ihre Temperatur von 40 °C auf 20 °C sinkt. Die Wärmekapazität der Flasche (ohne Wasser) beträgt $C = 700 \text{ J/K}$.
8. Wie viel Wärmeenergie muss einem mit 3,0 l Wasser gefülltem Eisentopf zugeführt werden, um einen Temperaturanstieg von 70 K zu erreichen? Der Eisentopf hat eine Masse von 1,0 kg.



Matthias Kulka/The Image Bank/Getty Images



© Prashant Chauhan/iStock/Getty Images Plus



© ImageDB/iStock/Getty Images Plus

Mischungstemperatur

M 4

Formel zur Berechnung der Mischungstemperatur

Wir betrachten zwei Stoffe mit den Massen m_1 und m_2 , den spezifischen Wärmekapazitäten c_1 und c_2 und den Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 . Werden diese Stoffe in Kontakt gebracht, fließt Wärmeenergie vom heißeren zum kälteren Stoff, bis sich eine gemeinsame Mischungstemperatur ϑ_m eingestellt hat. Der heißere Stoff gibt genau so viel Wärmeenergie ab, wie der kältere aufnimmt. Dies lässt sich durch eine Gleichung ausdrücken:

$$c_1 m_1 (\vartheta_1 - \vartheta_m) = c_2 m_2 (\vartheta_m - \vartheta_2).$$

Diese Gleichung liefert für die Mischungstemperatur die Formel

$$\vartheta_m = \frac{c_1 m_1 \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} = \frac{C_1 \vartheta_1 + C_2 \vartheta_2}{C_1 + C_2}.$$

Diese Formel kann leicht auf mehr als zwei Stoffe erweitert werden. Für n Stoffe gilt:

$$\vartheta_m = \frac{c_1 m_1 \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2 + \dots + c_n m_n \vartheta_n}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots + c_n m_n} = \frac{C_1 \vartheta_1 + C_2 \vartheta_2 + \dots + C_n \vartheta_n}{C_1 + C_2 + \dots + C_n}.$$

Beispiel 1

$m_1 = 2,5$ kg Wasser (spezifische Wärmekapazität $c_1 = 4183 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$) mit der Temperatur $\vartheta_1 = 20$ °C

und $m_2 = 1,5$ kg Eisen (spezifische Wärmekapazität $c_2 = 444 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$) mit der Temperatur $\vartheta_2 = 200$ °C

werden zusammengebracht.

Welche Mischungstemperatur stellt sich ein?

Antwort:

$$\vartheta_m = \frac{c_1 m_1 \vartheta_1 + c_2 m_2 \vartheta_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} = \frac{4183 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 2,5 \text{ kg} \cdot 20 \text{ °C} + 444 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot 200 \text{ °C}}{4183 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 2,5 \text{ kg} + 444 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1,5 \text{ kg}} = 30,8 \text{ °C}.$$

Beispiel 2

In eine Tasse (Wärmekapazität $C_T = 100 \text{ J/K}$, Temperatur $\vartheta_T = 20$ °C) werden Kaffee ($m_K = 200 \text{ g}$; $\vartheta_K = 60$ °C) und Milch ($m_M = 5,0 \text{ g}$; $\vartheta_M = 10$ °C) geschüttet. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein?

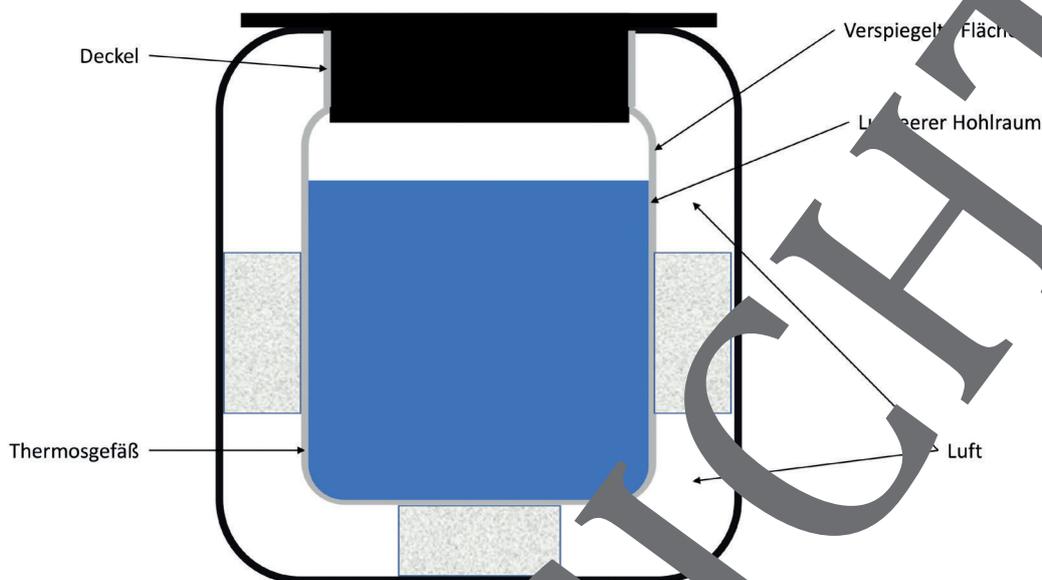
Hinweis: Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass Milch und Kaffee die gleiche spezifische Wärmekapazität wie Wasser haben und keine Wärmeenergie an die Umgebung abgegeben wird.

Antwort:

$$\vartheta_m = \frac{C_T \vartheta_T + c_K m_K \vartheta_K + c_M m_M \vartheta_M}{m_T + c_K m_K + c_M m_M} = \frac{100 \cdot 20 \text{ °C} + 4183 \cdot 0,2 \cdot 60 \text{ °C} + 4183 \cdot 0,005 \cdot 10 \text{ °C}}{100 + 4183 \cdot 0,2 + 4183 \cdot 0,005} = 54,7 \text{ °C}.$$



Dewar-Gefäß



Skizze: Benjamin Streit

Das Dewar-Gefäß ist nach seinem Erfinder, dem schottischen Physiker Sir James Dewar, benannt. Es dient zur thermisch isolierten Aufbewahrung von Stoffen, meist Flüssigkeiten. Die thermische Isolation gegenüber der Umgebung wird durch eine verspiegelte und evakuierte doppelwandige Hülle erreicht. Im Alltag kennt man Dewar-Gefäße unter dem Namen **Thermoskanne** oder **-flasche**. Sie werden meist zur Aufbewahrung von heißem Tee genutzt.

Wird in ein kaltes Dewar-Gefäß eine heiße Flüssigkeit geschüttet, erwärmen sich die Innenwände des Gefäßes und die Flüssigkeit kühlt etwas ab.

Es stellt sich die Mischungstemperatur

$$\vartheta_m = \frac{c_F m_F \vartheta_F + C_D}{c_F \cdot m_F + C_D}$$

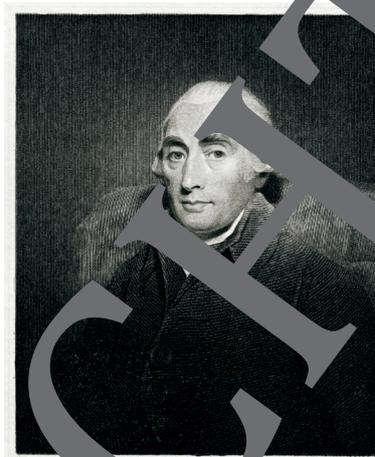
ein.

Hierbei bedeuten c_F : spezifische Wärmekapazität der Flüssigkeit, m_F : Masse der Flüssigkeit und C_D : Wärmekapazität des Dewar-Gefäßes. In wissenschaftlich genutzten Dewar-Gefäßen befinden sich meist noch ein Thermometer und ein kleines Rührwerk. Die Wärmekapazitäten dieser Bauteile tragen ebenfalls zur Wärmekapazität C_D bei.

M 6

Spezifische und molare Wärmekapazität von Gasen

Die ersten wichtigen Beiträge zur Wärmetheorie lieferte der Chemiker und Arzt Joseph Black (1728–1799). Er erkannte, dass die Wärme eine mengenartige Größe ist, und unterschied sie von der damals bereits bekannten (intensiven Größe) Temperatur. Black führte u. a. die Größe **Wärmekapazität** ein.



© traveler123 / iStockphoto.com / Vectors

 c_p und c_v

Die thermische Ausdehnung spielt bei Festkörpern und Flüssigkeiten nur eine untergeordnete Rolle. Bei Gasen ist dies anders. Deshalb unterscheidet man, ob das Gas bei konstantem Druck (isobar) oder bei konstantem Volumen (isochor) erwärmt bzw. abgekühlt wird (siehe Tabelle).

Tabelle: Spezifische Wärmekapazitäten einiger Gase

Gas	Formelzeichen	Spezifische Wärme c_p bei konstantem Druck in $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$	Spezifische Wärme c_v bei konstantem Volumen in $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
Xenon	Xe	159	93
Chlor	Cl ₂	343	343
Argon	Ar	519	309
Sauerstoff	O ₂	909	647
Kohlenmonoxid	CO	1038	739
Helium	He	3124	3124
Wasserstoff	H ₂	14 050	9926

Es fällt auf, dass c_p (spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck) stets größer als c_v (spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen) ist. Das bedeutet anschaulich (wegen $\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta \vartheta$), dass man um die gleiche Temperaturerhöhung $\Delta \vartheta$ zu erzielen – bei konstantem Druck mehr Wärmeenergie zuführen muss. Der Grund ist leicht einzusehen: Bei isobarer ($p = \text{const.}$) Erwärmung muss sich das Gas ausdehnen. Dabei wird mechanische Arbeit verrichtet. Für die Erwärmung des Gases steht also nur ein Bruchteil der zugeführten Wärme zur Verfügung. Daher muss bei der isobaren Erwärmung mehr Wärmeenergie als bei der isochoren ($V = \text{const.}$) Erwärmung zugeführt werden, um den gleichen Temperaturanstieg zu erzielen.

Aufg.

- Wie viel Wärmeenergie wird benötigt, um 10 kg Sauerstoff
 - bei konstantem Volumen
 - bei konstantem Druck
 um 10 K zu erwärmen?
- 2,0 kg Sauerstoff (Temperatur 20 °C) und 3,0 kg Argon (Temperatur 70 °C) werden bei konstantem Druck vermischt. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein?
- Bilden** Sie von allen Gasen in der oberen Tabelle das Verhältnis c_p/c_v . Was fällt Ihnen auf?

M 7

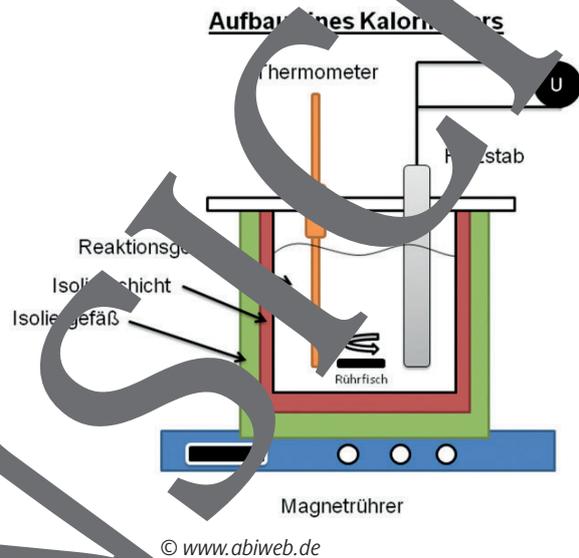
Kalorimetrie

Was ist Kalorimetrie?

In der Kalorimetrie beschäftigt man sich mit der Messung von Wärmemengen, die an biologische, chemische oder physikalische Vorgänge gekoppelt sind und die sowohl exotherm als auch endotherm sein können. Beispiele für solche endo- oder exotherme Vorgänge sind das Schmelzen von Eis, das Kondensieren von Wasserdampf oder das Verbrennen von Glucose.

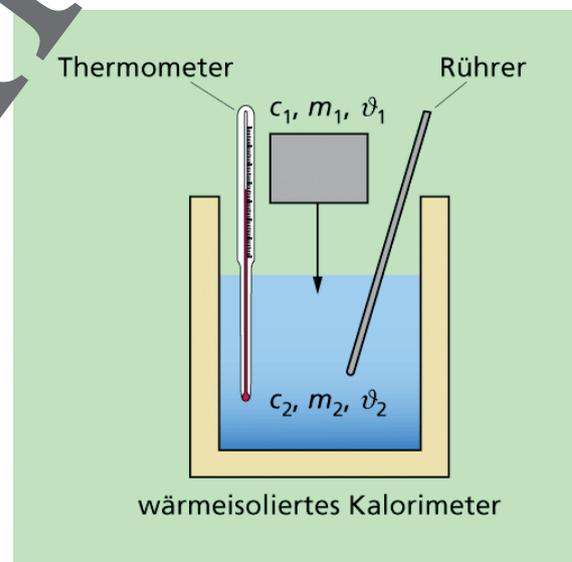
Kalorimeter

Ein Kalorimeter ist ein thermisch isolierendes Gefäß (Dewar-Gefäß), in dem Reaktionen ablaufen können. Mit einem Rührer wird für eine gute und schnelle Durchmischung gesorgt. Daneben kann Wärmeenergie definiert zugeführt und die Temperatur mit einem Thermometer überwacht werden. Kalorimetrische Messungen werden meist bei konstantem Druck oder bei konstantem Volumen („Bomben-Kalorimeter“) durchgeführt. Eine wichtige Größe ist die Wärmekapazität C_K des Kalorimeters. Dieser Wert berücksichtigt die Wärmeaufnahme/-abgabe aller Bauteile des Kalorimeters (Rührwerk, Thermometer, Wände) sowie das meist im Kalorimeter befindliche Wasser.


Beispiel 1: Messung der spezifischen Wärmekapazität

Ein Körper mit unbekannter spezifischer Wärmekapazität c_1 , der Masse $m_1 = 100 \text{ g}$ und Temperatur $\vartheta_1 = 150 \text{ °C}$ wird in ein mit Wasser gefülltes Kalorimeter mit der Wärmekapazität $C_K = 3500 \text{ J/K}$ und der Temperatur $\vartheta_2 = 20 \text{ °C}$ gegeben (siehe Abbildung). Es stellt sich eine Mischungstemperatur $\vartheta_m = 23 \text{ °C}$ ein. Es gilt die Bilanz $c_1 m_1 (\vartheta_1 - \vartheta_m) = C_K (\vartheta_m - \vartheta_2)$. In Worten: Die vom heißen Körper abgegebene Wärmemenge wird vom Kalorimeter aufgenommen. Daraus lässt sich die unbekannte spezifische Wärmekapazität des Stoffes ermitteln:

$$c_1 = \frac{C_K (\vartheta_m - \vartheta_2)}{m_1 (\vartheta_1 - \vartheta_m)} = \frac{3500 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot (23 \text{ °C} - 20 \text{ °C})}{0,1 \text{ kg} \cdot (150 \text{ °C} - 23 \text{ °C})} = 827 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$



Testen Sie Ihr Wissen!

M 8

1. Warmwasserspeicher

In einem zunächst unbeheizten, perfekt thermisch isolierten Warmwasserspeicher befinden sich 1500 Liter Wasser bei einer Temperatur von 15 °C. Wie viel Wärmeenergie (bezogen auf die Anfangstemperatur von 15 °C) sind in dem Warmwasserspeicher gespeichert, wenn die Temperatur des Wassers auf 96 °C erhöht wird?



© Lex2015/1500 Getty Images Plus

2. Wasserkocher

In einer Zeitungsannonce wird ein Wasserkocher mit einer elektrischen Leistung von 2,0 kW angeboten, der 1,0 Liter Wasser in 40 Sekunden von 20 °C auf 100 °C erwärmt. Ist das physikalisch möglich?

3. Wasserfall

Nehmen Sie an, dass bei einem 20 m hohen Wasserfall die freiwerdende potenzielle Energie des Wassers vollständig zur Temperaturerhöhung des Wassers dient. Um wie viel Grad steigt die Temperatur des Wassers?

4. Mischungstemperatur

600 g kaltes Wasser wird mit 400 g einer unbekannt Flüssigkeit gemischt. Das Wasser besitzt eine Temperatur von 10 °C, die Flüssigkeit ist 70 °C heiß. Nach dem Mischen stellt sich eine Mischungstemperatur von 20 °C ein. Welche spezifische Wärmekapazität hat die unbekannt Flüssigkeit?

5. Grüner Tee

Grüner Tee sollte mit Wasser der Temperatur 70 °C zubereitet werden. Eine alte Faustformel besagt, dass man Wasser von 70 °C erhält, wenn man siedendes Wasser (100 °C) mit Leitungswasser (15 °C) im Verhältnis 3 zu 1 mischt. Stimmt das?

6. Tasse Tee

Eine Tasse ($m = 130 \text{ g}$) hat eine spezifische Wärmekapazität von $c = 0,80 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$ und eine Temperatur von 20 °C. In die Tasse werden 100 g Tee (Wasser) mit einer Temperatur von 65 °C gegossen. Welche Mischungstemperatur haben Tasse und Tee, falls keine Wärme an die Umgebung abgegeben wird?

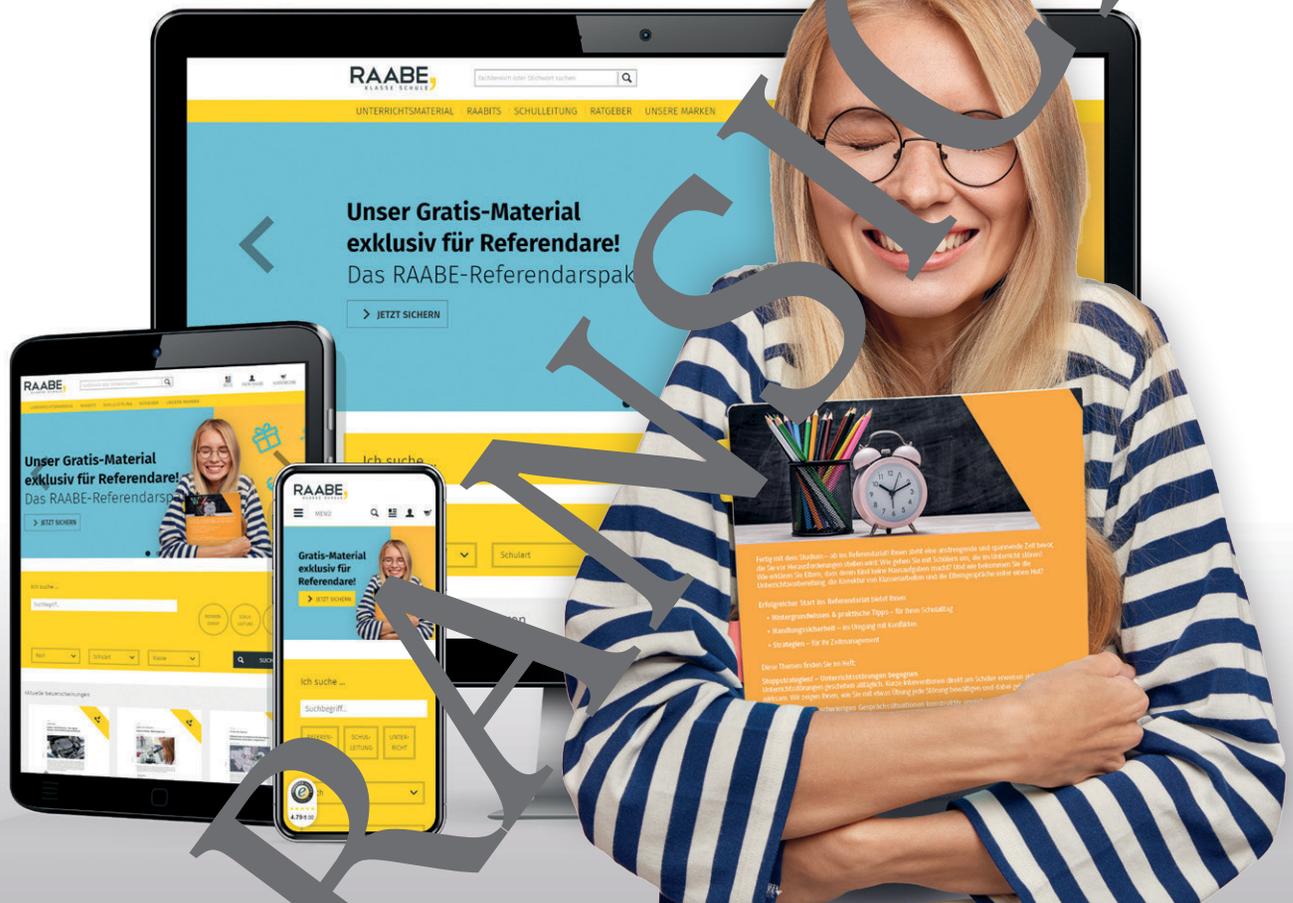
7. Limonade mit Eis

Ein Eiswürfel ($m_{\text{Eis}} = 30 \text{ g}$; $\vartheta_{\text{Eis}} = -10 \text{ °C}$) wird in eine Limonade ($m_{\text{Limo}} = 200 \text{ g}$; $\vartheta_{\text{Limo}} = 15 \text{ °C}$) gegeben. Welche Temperatur hat die Limonade, wenn das Eis geschmolzen ist? (Hinweise: Nehmen Sie an, dass die Limonade die gleiche spezifische Wärmekapazität wie Wasser hat, und vernachlässigen Sie die Wärmeabgabe an die Umgebung und das Glas).

8. Kalorimetrie

100 mg Schokolade werden bei konstantem Druck in einem Kalorimeter in Sauerstoff verbrannt. Die Temperatur steigt um 2,4 K. Die Wärmekapazität des Kalorimeters (samt Wasser) beträgt $C = 9900 \text{ J/K}$. Wie groß ist die Verbrennungswärme der Schokolade?

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



✓ **Über 5.000 Unterrichtseinheiten**
sofort zum Download verfügbar

✓ **Webinare und Videos**
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung

✓ **Attraktive Vergünstigungen**
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt

✓ **Käuferschutz**
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de