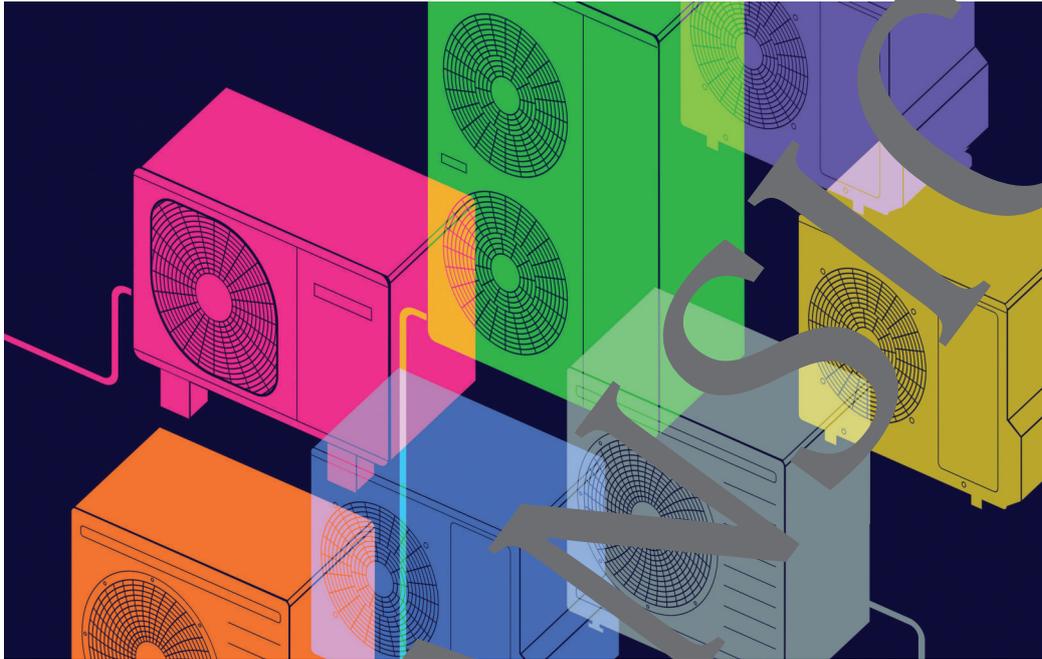


II.B.5

Thermodynamik

Wärmepumpe – die Energie der Umwelt nutzen

Prof. Dr. Axel Donges



© RAABE 2023

© smartboy10/Digital Vision Vectors

Im März 2023 hat die Bundesregierung angekündigt, den Ausbau von Wärmepumpen massiv erhöhen zu wollen. Ab 2024 sollen pro Jahr mindestens 500.000 neue Wärmepumpen installiert werden, sodass bis zum Jahr 2030 mindestens sechs Millionen Wärmepumpen in Betrieb sind. Doch nach welchem physikalischen Prinzip funktionieren die Wärmepumpe? Und welche Faktoren beeinflussen den Wirkungsgrad?

KOMPETENZ

Klassenstufe: Sek. II

Dauer: 4 Unterrichtsstunden (Minimalplan: 4)

Kompetenz: 1. Physikalische Kenntnisse anwenden, um mit Energie sparsam und effizient umzugehen; 2. Verschiedene Arten der Energieversorgung unter physikalischen, ökologischen, ökonomischen und gesellschaftlichen Aspekten vergleichen und bewerten; 3. Technische Anwendungen mit Bezug auf die thermischen Energieübertragungsarten beschreiben

Thematische Bereiche: Carnot-Prozess, physikalisches Prinzip der Wärmepumpe, Kennzahlen, Funktionsweise eines Kühlschranks/einer Klimaanlage

Medien: Taschenrechner, Diagramme, Grafiken, Internet

Zustandsänderungen eines idealen Gases

M1



Allgemeine Gasgleichung

Um die Wirkungsweise einer Wärmepumpe zu verstehen, müssen zu Beginn die wesentlichen Grundlagen der Wärmelehre kurz wiederholt werden. Zur Vereinfachung betrachten wir dabei stets ein **ideales Gas**, für das die **allgemeine Gasgleichung** gilt: $p \cdot V = N \cdot k \cdot T$. Hierbei bedeuten: p : Druck, V : Volumen, N : Anzahl der Gasteilchen, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$: Boltzmann-Konstante und T die absolute Temperatur des Gases (gemessen in Kelvin).

Innere Energie und erster Hauptsatz der Wärmelehre

Für die **innere Energie** U eines idealen Gases gilt die Formel $U = \frac{f}{2} N \cdot k \cdot T$. Hierbei bedeuten: f : Anzahl der Freiheitsgrade (z. B. $f = 3$ für einatomige Gase), N : Anzahl der Gasteilchen, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$: Boltzmann-Konstante und T : die absolute Temperatur des Gases. Um die innere

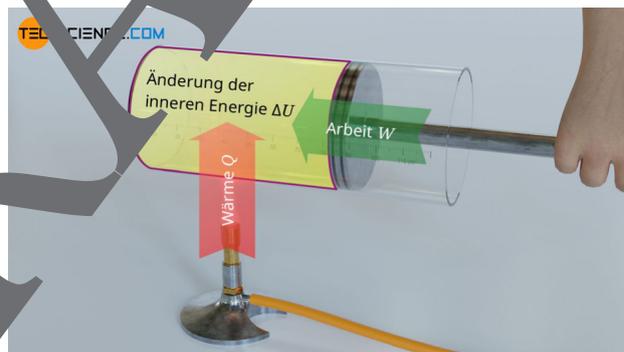
nergie U eines Gases zu erhöhen (oder zu erniedrigen) muss

- das Gas entweder **Wärme** aufnehmen (oder abgeben)
- und/oder an dem Gas muss (mechanische) **Arbeit** verrichtet werden (oder das Gas muss mechanische Arbeit verrichten).

Man bezeichnet die physikalischen Größen Wärme und Arbeit als Prozessgrößen. Es gilt der erste Hauptsatz der Wärmelehre: $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$. Hierbei bedeutet: $\Delta U > 0$ ($\Delta U < 0$): Die innere Energie des Gases steigt (sinkt); $\Delta Q > 0$ ($\Delta Q < 0$): Das Gas nimmt Wärme auf (gibt Wärme ab); $\Delta W > 0$ ($\Delta W < 0$): am Gas wird Arbeit verrichtet (das Gas verrichtet Arbeit).
Beispiele:

- Wird mithilfe einer Flamme die Temperatur eines Gases erhöht, so wird dem Gas Wärme zugeführt ($\Delta Q > 0$).
- Wird ein Gas komprimiert, so wird an ihm mechanische Arbeit verrichtet ($\Delta W > 0$).

Mithilfe der Flamme wird dem Gas Wärme zugeführt. Außerdem wird das Gas komprimiert (d. h. an ihm wird Arbeit verrichtet). Beides führt zu einer Erhöhung der inneren Energie des Gases.



© tec-science.com

Zustandsänderungen

Der Zustand eines idealen Gases wird durch die Angabe des **Drucks** p , des **Volumens** V und der **Temperatur** T beschrieben. Wird dem Gas Wärme ΔQ oder Arbeit ΔW zu- oder abgeführt, ändert sich der Zustand, d. h. p , V und/oder T ändern sich. Eine Zustandsänderung, bei der beispielsweise ...

- ... der Druck konstant bleibt, heißt **isobar**,
- ... das Volumen V konstant bleibt, heißt **isochor**,
- ... die Temperatur T konstant bleibt, heißt **isotherm**.

In der nachfolgenden Tabelle sind für die adiabatische und die zuvor genannten Zustandsänderungen die Zusammenhänge zwischen p , V , T , ΔQ und ΔW aufgelistet:

Zustandsänderung	p , V , T mit A: Anfang, E: Ende	ΔQ	ΔW
isobar	$p = \text{const.}$ $\frac{T_E}{T_A} = \frac{V_E}{V_A}$	$\Delta Q = \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot p \cdot (V_E - V_A)$ $= \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot N \cdot k \cdot (T_E - T_A)$	$\Delta W = -p \cdot (V_E - V_A)$ $= -N \cdot k \cdot (T_E - T_A)$
isochor	$V = \text{const.}$ $\frac{T_E}{T_A} = \frac{p_E}{p_A}$	$Q = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot (T_E - T_A)$ $= \frac{f}{2} \cdot (p_E - p_A) \cdot V$	$\Delta W = 0$
isotherm	$T = \text{const.}$ $\frac{V_A}{V_E} = \frac{p_E}{p_A}$	$\Delta Q = N \cdot k \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_E}{V_A}\right)$ $= -N \cdot k \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_E}{p_A}\right)$	$\Delta W = -N \cdot k \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_E}{V_A}\right)$ $= N \cdot k \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_E}{p_A}\right)$
adiabatisch	$p_A \cdot V_A^\kappa = p_E \cdot V_E^\kappa$ $T_A \cdot V_A^{\kappa-1} = T_E \cdot V_E^{\kappa-1}$ $T_A \cdot p_A^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = T_E \cdot p_E^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ mit $\kappa = \frac{f+2}{f}$	$\Delta Q = 0$	$\Delta W = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot (T_E - T_A)$ $= \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot T_A \cdot \left(\frac{V_A^{\kappa-1}}{V_E^{\kappa-1}} - 1\right)$ $= \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot T_A \cdot \left(\frac{p_A^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{p_E^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} - 1\right)$

Achtung: T ist die absolute Temperatur, die in der Einheit K (Kelvin) angegeben wird. Es gilt Kelvin-Wert = Celsius-Wert + 273,15.

Aufgaben

- Ein ideales einatomiges Gas wird isobar bei einem Druck von $p = 1500$ hPa und einem Anfangsvolumen von $V_A = 5,00$ Liter von einer Anfangstemperatur $T_A = 300$ K auf eine Endtemperatur $T_E = 500$ K erhitzt.
 - Wie groß ist das Endvolumen V_E ?
 - Wie viel Wärme ΔQ wurde dem Gas zugeführt?
 - Wie viel Arbeit ΔW verrichtet das Gas?
 - Wie groß ist die Änderung der inneren Energie ΔU des Gases?
 - Aus wie vielen Gasteilchen N besteht das Gas?
- Ein ideales einatomiges Gas wird isochor bei einem Volumen $V = 10,0$ Liter und einem Anfangsdruck von $p_A = 2000$ hPa von einer Anfangstemperatur $T_A = 600$ K auf eine Endtemperatur $T_E = 500$ K abgekühlt.
 - Wie groß ist der Enddruck p_E ?
 - Wie viel Wärme ΔQ wurde dem Gas entzogen?
 - Wie viel Arbeit ΔW wurde am Gas verrichtet?
 - Wie groß ist die Änderung der inneren Energie ΔU des Gases?
 - Aus wie vielen Gasteilchen N besteht das Gas?

Wärme-Kraft-Maschine – rechtslaufend

M 2

Kreisprozess

Wir betrachten im Weiteren ein ideales Gas, das in einem Zylinder eingeschlossen ist. Mit Hilfe eines reibungsfrei verschiebbaren Kolbens kann das Volumen des Gases verändert werden (siehe Bild rechts). Das Gas wird nun einer Folge von (reversiblen) Zustandsänderungen ausgesetzt, die periodisch ablaufen. Dabei wird immer wieder der Ausgangszustand (definiert durch den Anfangsdruck, das Anfangsvolumen und die Anfangstemperatur) angenommen. Wir bezeichnen diese Folge von Zustandsänderungen als **Kreisprozess**.

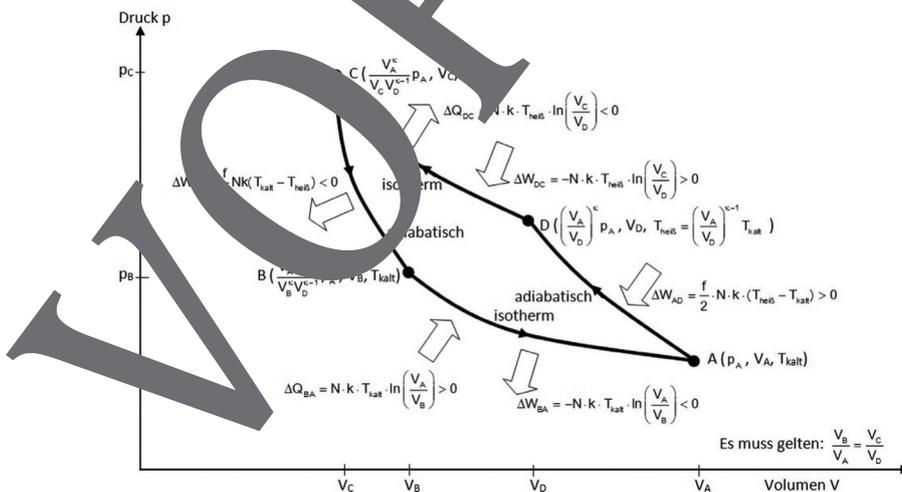


© tec-science.com

Carnot-Kreisprozess

Im folgend beschriebenen Gedankenexperiment betrachten wir als Beispiel den sogenannten Carnot-Kreisprozess, der aus vier Zustandsänderungen besteht (siehe unteres p-V-Diagramm). Es handelt sich um einen rechtsläufigen Kreisprozess, da die einzelnen Zustandsänderungen im p-V-Diagramm im Uhrzeigersinn ablaufen. Zu Beginn hat das Gas den Druck p_A , das Volumen V_A und die Temperatur T_{kalt} .

- 1. Isotherme Kompression ($V_A \rightarrow V_B$):** Beim ersten Schritt wird bei konstanter Temperatur T_{kalt} das Gasvolumen von V_A auf V_B komprimiert. (Damit die Temperatur konstant bleibt, liegt das Gasgefäß in einem Wärmebad mit der Temperatur T_{kalt} .) Dabei verrichtet das Gas Arbeit und Wärme abgeführt. Bei der isothermen Kompression steigt der Gasdruck.
- 2. Adiabatische Kompression ($V_B \rightarrow V_C$):** Nun wird das Gasgefäß aus dem kalten Wärmebad entnommen und ohne Kontakt zur Umgebung adiabatisch auf das Volumen V_C weiter komprimiert. Bei der adiabatischen Kompression steigen Temperatur und Druck an. Dabei wird an dem Gas Arbeit verrichtet.
- 3. Isotherme Expansion ($V_C \rightarrow V_D$):** Das Volumen des Gases wird nun bei konstanter Temperatur $T_{\text{heiß}}$ von V_C auf V_D erhöht. (Das Gasgefäß wird daher nun in ein Wärmebad mit der Temperatur $T_{\text{heiß}}$ gelegt.) Bei der Expansion verrichtet das Gas Arbeit und nimmt Wärme auf. Der Gasdruck sinkt.



© RAABE 2023

4. **Adiabatische Expansion ($V_D \rightarrow V_A$):** Nun wird das Gasgefäß aus dem heißen Wärmebad entnommen und ohne Kontakt zur Umgebung adiabatisch auf das Anfangsvolumen V_A expandiert. Dabei verrichtet das Gas Arbeit. Bei der adiabatischen Expansion kühlt sich das Gas ab und der Gasdruck sinkt weiter. Damit ist der Zyklus beendet und er kann wieder von vorne beginnen.

Bilanz

Die Gesamtarbeit bei einem Carnot-Zyklus beträgt (siehe p-V-Diagramm)

$$\begin{aligned}\Delta W &= \Delta W_{AB} + \Delta W_{BC} + \Delta W_{CD} + \Delta W_{DA} \\ &= -NkT_{\text{kalt}} \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + \frac{f}{2}Nk(T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}) - NkT_{\text{heiß}} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) + \frac{f}{2}Nk(T_{\text{kalt}} - T_{\text{heiß}}) \\ &= -NkT_{\text{kalt}} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + NkT_{\text{heiß}} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = Nk(T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}) \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)\end{aligned}$$

Die Gesamtwärme für einen Zyklus beträgt (siehe p-V-Diagramm)

$$\begin{aligned}\Delta Q &= \Delta Q_{AB} + \Delta Q_{CD} = NkT_{\text{kalt}} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + NkT_{\text{heiß}} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = NkT_{\text{kalt}} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) - NkT_{\text{heiß}} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \\ &= -Nk(T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}) \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)\end{aligned}$$

Merksatz

Es gilt allgemein: $\Delta Q = -\Delta W$. In Worten: In einem Zyklus nimmt das Gas der Wärme-Kraft-Maschine mehr Wärme aus dem kalten Wärmebad auf, als es Wärme ans heiße Wärmebad abgibt. Die Differenz zwischen aufgenommener Wärme entspricht der verrichteten mechanischen Arbeit pro Zyklus (1. Hauptsatz der Wärmelehre).

Die während eines Zyklus vom Gas aufgenommene Wärme beträgt $\Delta Q_{\text{auf}} = \Delta Q_{BC} = NkT_{\text{heiß}} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = -NkT_{\text{heiß}} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$. Das Verhältnis von abgegebener Arbeit zu aufgenommener Wärme nennt man den **Wirkungsgrad** der Wärme-Kraft-Maschine. Es gilt:

$$\eta = \frac{-\Delta W}{\Delta Q_{\text{auf}}} = \frac{-Nk(T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}) \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}{-NkT_{\text{heiß}} \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = \frac{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}}{T_{\text{heiß}}} < 1.$$

Merksatz

Es gilt allgemein: Eine periodisch arbeitende Wärme-Kraft-Maschine kann nicht die gesamte zugeführte Wärme in mechanische Arbeit umwandeln (2. Hauptsatz der Wärmelehre). Das Verhältnis von abgegebener Arbeit zu zugeführter Wärme heißt Wirkungsgrad der Wärme-Kraft-Maschine. Im Idealfall (Arbeitsmedium ist ideales Gas und keine Reibung) beträgt der Wirkungsgrad stets $\eta_c = \frac{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}}{T_{\text{heiß}}} < 1$ (Carnot-Wirkungsgrad). Im Realfall ist der tatsächliche Wirkungsgrad η kleiner als η_c . Es gilt $0 < \eta \leq \eta_c < 1$.

Hinweis: Da mechanische Leistung $P_{\text{mech}} = \text{Arbeit pro Zeit } (\Delta W / \Delta t)$ und Wärmeleistung $P_Q = \text{aufgenommene Wärme pro Zeit } (\Delta Q_{\text{auf}} / \Delta t)$ ist, gilt auch

$$\eta = \frac{-\Delta W}{\Delta Q_{\text{auf}}} = \frac{-\Delta W / \Delta t}{\Delta Q_{\text{auf}} / \Delta t} = \frac{-P_{\text{mech}}}{P_Q} = \frac{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}}{T_{\text{heiß}}} < 1.$$

M 4

Übungsaufgaben zu M 1–M 3



Aufgaben zu M 1

Nur für Interessierte:

- Leiten Sie mithilfe der Formeln $p \cdot V = N \cdot k \cdot T$, $U = \frac{f}{2} N \cdot k \cdot T$, $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$ und $\Delta V = -p \Delta V$ ($p = \text{const.}$) die Formeln für ΔQ und ΔW bei isobarer Zustandsänderung her.

Für Interessierte:

- Leiten Sie mithilfe der Formeln $p \cdot V = N \cdot k \cdot T$, $U = \frac{f}{2} N \cdot k \cdot T$, $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$ die Formel für ΔQ bei isochorer Zustandsänderung her. Hinweis: In diesem Fall ist $\Delta W = 0$, da das Volumen sich nicht ändert.



Aufgabe zu M 2

- Berechnen Sie den Wirkungsgrad einer idealen Wärmekraft-Maschine für

- $T_{\text{heiß}} = 1000 \text{ K}$ und $T_{\text{kalt}} = 300 \text{ K}$
- $T_{\text{heiß}} = 350 \text{ K}$ und $T_{\text{kalt}} = 300 \text{ K}$

Für Interessierte:

- Betrachten Sie das p-V-Diagramm im Material M 2. Berechnen Sie für alle Punkte B, C und D Druck und Temperatur in Abhängigkeit von den Daten im Punkt A. Welche Bedingung ist an die Volumina V_A , V_B , V_C und V_D zu stellen, damit der dargestellte Carnot-Kreisprozess nach vier Zustandsänderungen tatsächlich geschlossen ist?

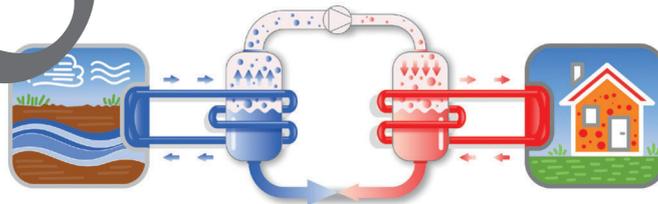


Aufgaben zu M 3

- Eine ideale Wärmepumpe soll dem heißen Wärmebad ($T_{\text{heiß}} = 35 \text{ °C}$) eine Wärmeleistung von $P_Q = 2000 \text{ W}$ zuführen. Welche mechanische Leistung P_{mech} ist erforderlich, wenn das kalte Wärmebad eine Temperatur $T_{\text{kalt}} = 12 \text{ °C}$ hat?
- Eine ideale Wärmepumpe soll dem heißen Wärmebad ($T_{\text{heiß}} = 90 \text{ °C}$) eine Wärmeleistung von $P_Q = 2000 \text{ W}$ zuführen. Welche mechanische Leistung P_{mech} ist erforderlich, wenn das kalte Wärmebad eine Temperatur $T_{\text{kalt}} = 12 \text{ °C}$ hat?
- Heizanlage A ist eine elektrisch betriebene ideale Wärmepumpe, welche die Außenluft ($T_{\text{kalt}} = 0 \text{ °C}$) als Wärmereservoir nutzt und das Wasser der Heizung auf $T_{\text{heiß}} = 40 \text{ °C}$ erwärmt. Annahme: Die elektrische Energie wird mit einem Dieselmotor erzeugt, der einen Wirkungsgrad von 40% hat.

Heizanlage B verfeuert direkt das Dieselöl.

Welche Heizanlage bringt die höchste Energieausbeute und um welchen Faktor ist sie besser als die andere?



© Grafissimo/DigitalVision Vectors

Kreisprozess einer Wärmepumpe

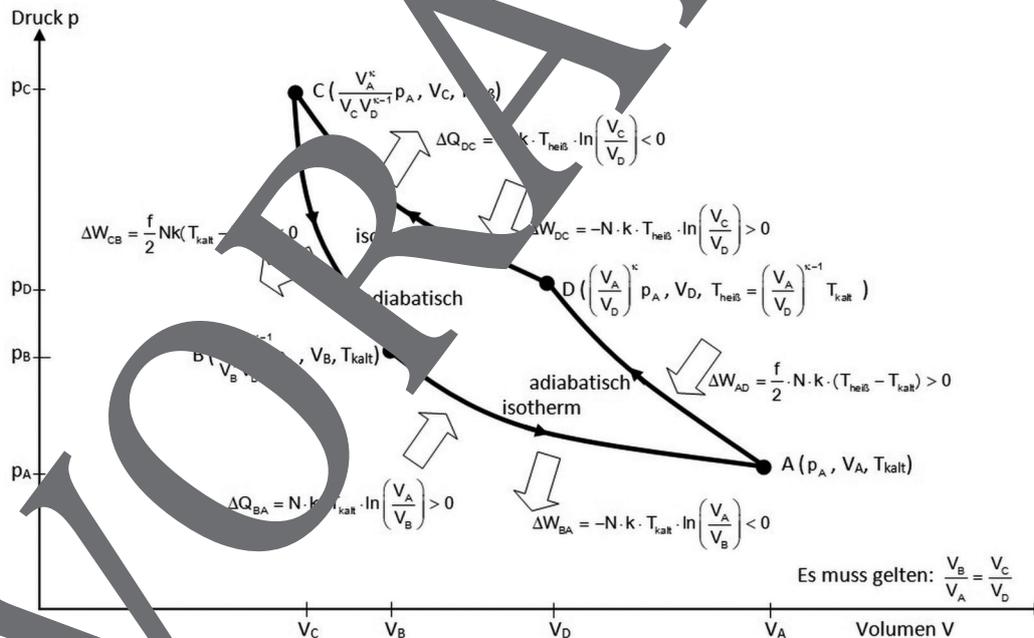
M 5



Wie bereits im Material **M 3** erwähnt, basiert eine Wärmepumpe auf einem linksläufigen Kreisprozess, beispielsweise auf dem folgenden idealen **Carnot-Prozess** (siehe Abbildung unten). Zu Beginn hat das Gas den Druck p_A , das Volumen V_A und die Temperatur T_{kalt} .

1. **Adiabatische Kompression ($V_A \rightarrow V_D$):** Im ersten Schritt wird das Gas ohne Kontakt zur Umgebung adiabatisch auf das Volumen V_D komprimiert. Dabei wird an dem Gas Arbeit verrichtet. Bei der adiabatischen Kompression steigen Temperatur und Gasdruck an.
2. **Isotherme Kompression ($V_D \rightarrow V_C$):** Das Volumen des Gases, das nun die Temperatur $T_{\text{heiß}}$ besitzt, wird bei konstanter Temperatur von V_D auf V_C erniedrigt. (Das Gasgefäß liegt dabei in einem Wärmebad mit der Temperatur $T_{\text{heiß}}$.) Bei der Kompression wird an dem Gas Arbeit verrichtet und das Gas gibt Wärme ab. Der Gasdruck steigt.
3. **Adiabatische Expansion ($V_C \rightarrow V_B$):** Nun wird das Gasgefäß aus dem heißen Wärmebad entnommen und ohne Kontakt zur Umgebung adiabatisch auf das Volumen V_B expandiert. Bei der adiabatischen Expansion sinken Temperatur und Druck ab. Dabei verrichtet das Gas Arbeit.
4. **Isotherme Expansion ($V_B \rightarrow V_A$):** Beim letzten Schritt, das Gas hat nun die Temperatur T_{kalt} , wird bei konstanter Temperatur das Gasvolumen von V_B auf V_A expandiert. Damit die Temperatur konstant bleibt, liegt das Gasgefäß in einem Wärmebad mit der Temperatur T_{kalt} . Dabei verrichtet das Gas Arbeit und nimmt Wärme auf. Bei der isothermen Expansion sinkt der Gasdruck. Nun ist der Zyklus geschlossen.

Wichtig ist, dass bei der isothermen Expansion von B zum kalten Wärmebad Wärme entzogen und bei der isothermen Kompression von D zu C dem heißen Wärmebad die stetig größer werdende Wärmemenge $\Delta Q_{\text{ab}} = \eta_{\text{WP,ideal}} \cdot \Delta W$ zugeführt wird. $\eta_{\text{WP,ideal}} = \frac{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}}{T_{\text{heiß}}} > 1$ ist der Wirkungsgrad einer idealen Wärmepumpe. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass – dank der zugeführten Arbeit – die Wärme vom kälteren zum heißeren Wärmebad strömt.



¹ Man beachte: $\Delta Q_{\text{ab}} < 0$, da das ideale Gas die Wärme abgibt und $\Delta W < 0$, da das Gas die Arbeit verrichtet.

M 6

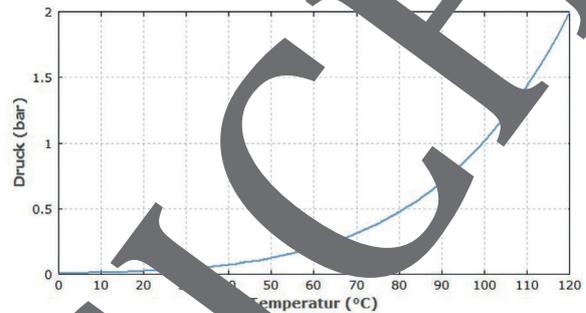
Kompressionswärmepumpe

Der Carnot-Kreisprozess eignet sich gut für theoretische Betrachtungen. Er ist jedoch für die praktische Umsetzung weniger geeignet. In diesem Material wird die Kompressionswärmepumpe vorgestellt. Sie wird oft in Ein- und Zweifamilienhäusern oder in Kühlschränken eingesetzt. Kompressionswärmepumpen nutzen Kältemittel.



Kältemittel

Die Fluide, die in einer Wärmepumpe eingesetzt werden, nennt man **Kältemittel**. Wie jede andere Flüssigkeit auch, siedet das Kältemittel bei einer **Siedetemperatur** T_s . Der Wert der Siedetemperatur hängt vom Druck p ab (siehe Abbildung rechts). Um ein Kilogramm der Flüssigkeit zu verdampfen, muss die **spezifische Verdampfungswärme** aufgebracht werden. Die betragsmäßig gleiche Wärme wird freigesetzt, wenn der Dampf kondensiert (**spezifische Kondensationswärme**).



Zusammenhang zwischen Siedetemperatur und dem Druck

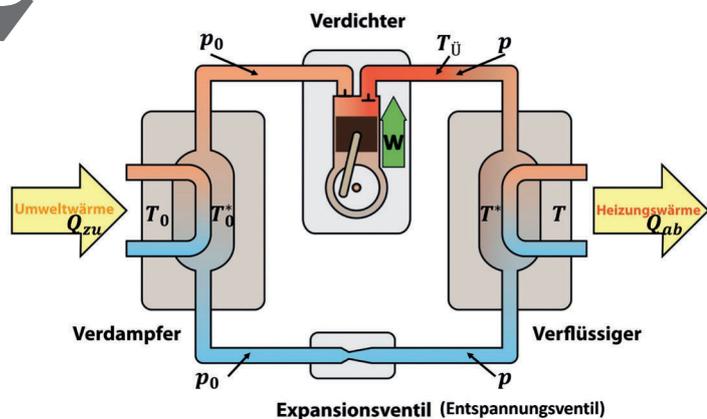
Kältemittel zeichnen sich durch eine niedrige Siedetemperatur aus (z. T. gilt $T_s < 0\text{ °C}$). Früher waren **Fluorchlorkohlenwasserstoffe** (FCKW) die üblicherweise verwendeten Kältemittel. Sie sind ungiftig, unbrennbar und greifen übliche Werkstoffe nicht an. Freigesetzte FCKW schädigen jedoch die Ozonschicht der Atmosphäre und schmelzen die Gletscher an. Heute sind FCKW verboten. Die heute verwendeten Kältemittel schaden nicht die Ozonschicht, tragen aber zum Treibhaus-Effekt bei. Sie sind daher als umweltgefährdend einzustufen.

Funktionsprinzip

Das Prinzip der Kompressionswärmepumpe beruht auf vier Zustandsänderungen. Wir starten in der unteren Abbildung unten links. Dort ist das Kältemittel flüssig und hat die Temperatur $T_{\text{kalt}} = T_0 < T_s(p_0)$ und den Druck $p_0 = p_{\text{klein}}$.

1. Im ersten Schritt gelangt das flüssige Kältemittel in den **Verdampfer**. Dort wird das flüssige Kältemittel bei konstantem Druck p_0 zunächst auf Siedetemperatur $T_s(p_0)$ erwärmt, bevor es dann verdunstet. Schließlich wird der Dampf noch auf $T_0 > T_s(p_0)$ erwärmt. Die für diese Prozesse notwendige Energie holt sich das Kältemittel über einen Wärmetauscher aus einem kalten Wärmereservoir mit der Temperatur T_0 (Umgebung, z. B. kalte Außenluft).

Wärmepumpe



© Araham/AdobeStock (ergänzt)

2. Ein **Verdichter** (Kompressor) komprimiert unter Arbeitsaufwendung in einem zweiten Schritt den Kältemitteldampf, wodurch Druck und Temperatur auf $p = p_{\text{gro\ss}}$ und $T_{\text{heiß}}^* = T_{\text{Ü}}^* > T^*(p)$ ansteigen. Der Verdichter benötigt Antriebsenergie (z. B. in Form von elektrischem Strom, Gas oder Dieseldieselkraftstoff).
3. Im dritten Schritt gelangt der verdichtete und heiße Kältemitteldampf in einen **Verflüssiger** (Kondensator). Dort kühlt sich der Dampf isobar ab, kondensiert in die flüssige Phase und kühlt sich weiter auf die Temperatur T^* ab. Die dabei freigesetzte Energie wird über einen weiteren Wärmetauscher an ein heißes Wärmereservoir (z. B. Wasserkreislauf einer Heizung) mit der Temperatur $T = T_{\text{heiß}}$ abgegeben.
4. Im letzten Schritt wird in einem **Entspannungsventil** (Druckminderer, Drossel) das noch unter dem Druck p stehende flüssige Kältemittel entspannt (Druck sinkt auf p_0 , wobei es auch wieder auf die Temperatur T_0^* abkühlt). Der Kreislauf beginnt dann von Neuem.

Die Wärmepumpe kann zum Kühlen des kalten Wärmereservoirs (Kühlschrank) und zum Heizen des heißen Wärmereservoirs (Heizung) genutzt werden.

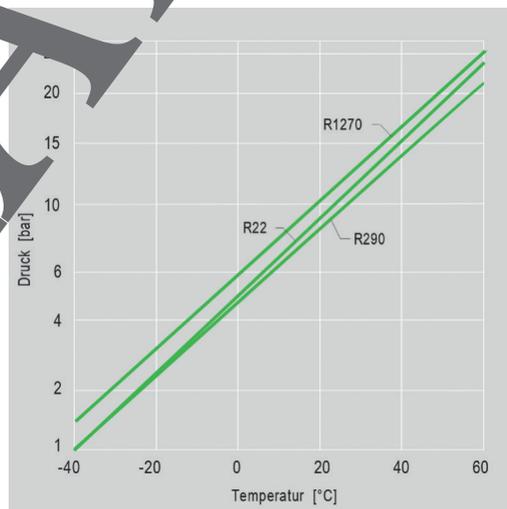
Wirkungsgrad

Der **Wirkungsgrad** der realen Wärmepumpe beträgt $\eta_{\text{WP}} = \frac{Q_{\text{ab}}}{\Delta W} = \frac{-\Delta Q_{\text{ab}}}{\Delta W / \Delta t} < \eta_{\text{WP,ideal}}$
 $= \frac{T_{\text{heiß}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} < 1$. Als **Gütegrad** bezeichnet man das Verhältnis $v = \frac{\eta_{\text{WP}}}{\eta_{\text{WP,ideal}}} = \frac{T_{\text{heiß}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} \leq 1$.

Er gibt an, wie nahe der Wirkungsgrad der Wärmepumpe an dem theoretisch maximal möglichen Wirkungsgrad herankommt. Heutige Wärmepumpen erreichen teilweise Gütegrade im Bereich von 45 % bis 55 %.

Aufgaben

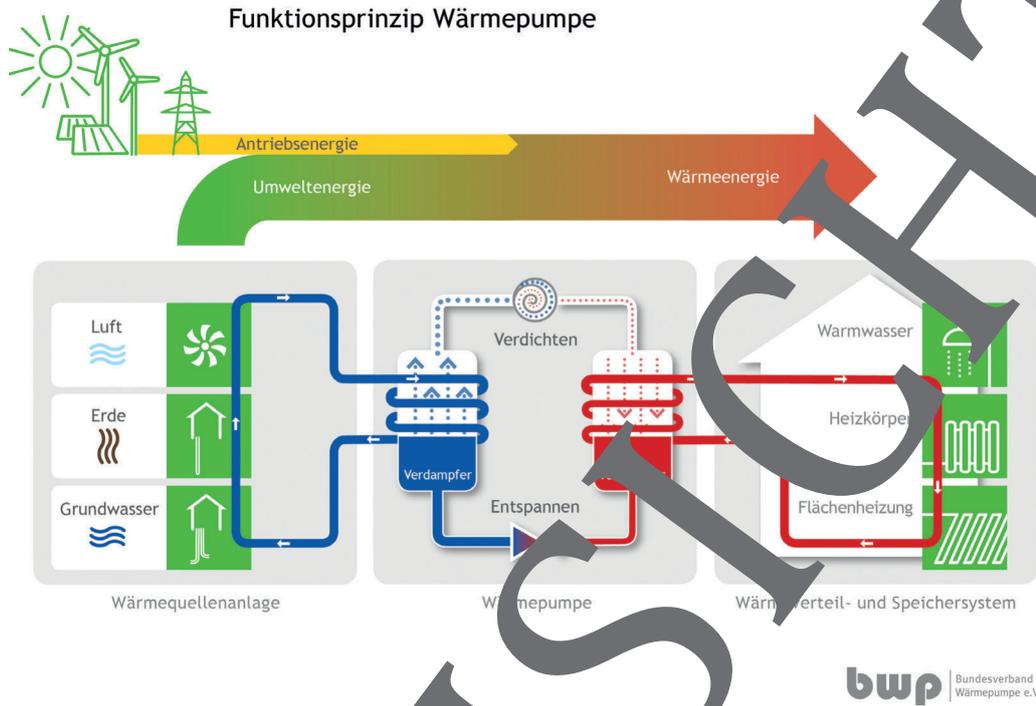
1. Eine Kompressionswärmepumpe nutzt eine Wärmequelle (z. B. Wasser aus einem Brunnen) mit der Temperatur $T_{\text{kalt}} = 12\text{ °C}$ und eine Wärmesenke (z. B. Heizwasser) mit einer Temperatur von $T_{\text{heiß}} = 55\text{ °C}$. Die Wärmepumpe nutzt als Kältemittel Propan (R 290).
 - a) Wie sind die Drücke p_{klein} und $p_{\text{groß}}$ auf der Nieder- und Hochdruckseite der Wärmepumpe?
 - b) Wie groß ist der maximale Wirkungsgrad? Wie groß ist der Wirkungsgrad bei einem Gütegrad $v = 50\%$?
2. Recherchieren Sie im Internet, welche Wärmequellen für Heizungswärmepumpen genutzt werden.
3. Warum werden bevorzugt Fußboden- und Wandheizungen – und nicht die klassischen kleinen Metallheizkörper – bei Wärmepumpen-Heizungen eingesetzt?



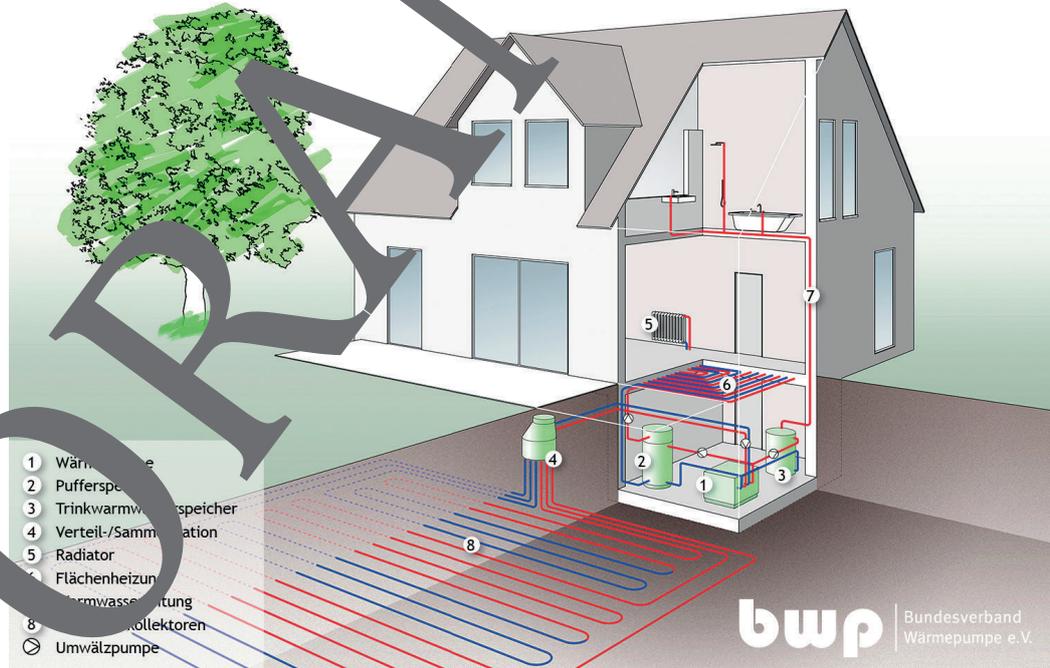
Zusammenhang zwischen Druck und Siedetemperatur © BITZER Kühlmaschinenbau GmbH



Das Funktionsprinzip einer Wärmepumpe



Wärmepumpe mit Erdwärmekollektoren



Quelle: Bundesverband Wärmepumpe e.V.

Jahresarbeitszahl – die Effizienz einer Wärmepumpen-Heizung

M 7



Der Wirkungsgrad einer Wärmepumpe hängt stark von den Temperaturen $T_{\text{heiß}}$ (Vorlauftemperatur des Heizkreislaufs) und T_{kalt} (z. B. Temperatur der kalten Außenluft) ab. Da diese Temperaturen über den Tag und das Jahr stark variieren, ist der Wirkungsgrad keine Konstante.

Beispiel

Eine von der Außenluft gespeiste Wärmepumpenheizung mit einem Gütegrad von 50 % hat

- ... bei starkem Frost (Außentemperatur $T_{\text{kalt}} = -25\text{ °C}$) und einer Vorlauftemperatur von

$$T_{\text{heiß}} = 45\text{ °C} \text{ einen Wirkungsgrad von } \eta_{\text{WP}} = \nu \cdot \frac{T_{\text{heiß}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} = 0,5 \cdot \frac{(273,15 + 45)\text{ K}}{(45 - (-25))\text{ K}} = 2,25$$

- ... bei mildem Wetter (Außentemperatur $T_{\text{kalt}} = 15\text{ °C}$) und einer Vorlauftemperatur von

$$T_{\text{heiß}} = 25\text{ °C} \text{ einen Wirkungsgrad von } \eta_{\text{WP}} = \nu \cdot \frac{T_{\text{heiß}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} = 0,5 \cdot \frac{(273,15 + 25)\text{ K}}{(25 - 15)\text{ K}} = 13,75$$

Um die Effizienz einer Wärmepumpen-Heizung besser beschreiben zu können, gibt es noch die

Jahresarbeitszahl. Man berechnet sie mit der Formel $\text{JAZ} = \frac{-Q_{\text{ab}}}{W}$, wobei die Größen Q_{ab} und W sich auf ein ganzes Jahr beziehen ($-Q_{\text{ab}}$: in einem Jahr an den Heizkreislauf zugeführte Wärme, W : in einem Jahr zugeführte mechanische Arbeit). Die Jahresarbeitszahl ist somit nichts anderes als der **über ein ganzes Jahr gemittelte Wirkungsgrad**. Typische Jahresarbeitszahlen liegen (je nach Wärmepumpe, Dämmungszustand des Hauses und klimatischen Randbedingungen) zwischen 3 und 5.

Aufgaben

- Ein älteres Einfamilienhaus mit einer Ölzentralheizung benötigt 2900 Liter Öl pro Jahr. Nach dem Einbau einer Wärmepumpenheizung werden zum Betrieb jährlich 9000 kWh elektrische Energie benötigt. Wie groß ist die Jahresarbeitszahl der Anlage? Hinweis: Brennwert von Heizöl: 9,8 kWh/l.
- Ein älteres Einfamilienhaus mit einer Ölzentralheizung benötigt 2000 Liter Öl pro Jahr. Wie viel elektrische Energie wird pro Jahr zum Betrieb benötigt, wenn die Jahresarbeitszahl 3,7 beträgt? Hinweis: Brennwert von Heizöl: 9,8 kWh/l.



© welcomia/iStock/Getty Images Plus

- Sie bauen eine Wärmepumpenheizung in Ihr Haus ein. Nach 36 Monaten lesen Sie die folgenden kumulierten Werte aus der Anlage aus:

• insgesamt verbrauchte elektrische Energie: 7632 kWh

- insgesamt dem Heizkreislauf zugeführte Wärme: 28 755 kWh

- Bestimmen Sie (die über 3 Jahre gemittelte) Jahresarbeitszahl.
- Wie viel Wärme wurde der Umwelt in den 3 Jahren entnommen?

M 8



Kühlen mit einer Wärmepumpe – der Kühlschrank

Wir haben bereits gesehen, dass man mit einer Wärmepumpe einen Kühlschrank kühlen kann. Dabei wird dem kalten Wärmereservoir Wärme entzogen und so der Kühlschrank gekühlt (siehe Abbildung). Beim Kühlschrank macht es jedoch Sinn, den Wirkungsgrad mithilfe der Wärme ΔQ_{auf} (vom Kältemittel aufgenommene Wärme) statt mit ΔQ_{ab} (vom Kältemittel abgegebene Wärme) zu definieren. Für den Idealfall gilt:

$$\begin{aligned} \eta_{\text{KS,ideal}} &= \frac{\Delta Q_{\text{auf}}}{\Delta W} = \frac{\Delta Q_{\text{auf}} / \Delta t}{\Delta W / \Delta t} = \frac{-\Delta Q_{\text{ab}} - \Delta W}{\Delta W} \\ &= -\frac{\Delta Q_{\text{ab}}}{\Delta W} - 1 = \frac{T_{\text{heiß}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} - 1 \\ &= \frac{T_{\text{kalt}}}{T_{\text{heiß}} - T_{\text{kalt}}} \end{aligned}$$

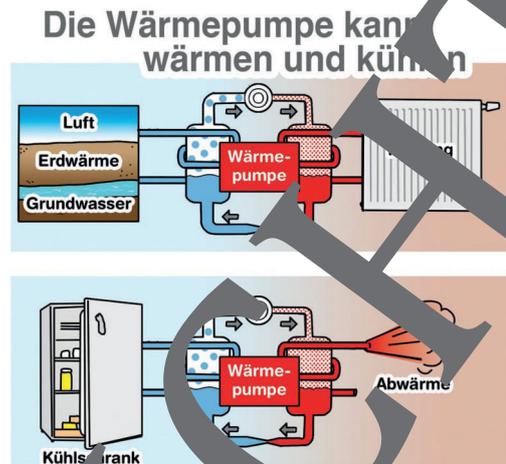
Ein Kühlschrank arbeitet umso effizienter, je kleiner die Temperaturdifferenz zwischen Kühlfach und Außentemperatur ist. Darüber hinaus ist ein Kühlschrank umso effektiver, je niedriger die Kühltemperatur ist. Im Realfall ist der Wirkungsgrad kleiner.

$$\eta_{\text{KS}} = \frac{\Delta Q_{\text{auf}} / \Delta t}{\Delta W / \Delta t} = \frac{\Delta Q_{\text{auf}}}{\Delta W} = \eta_{\text{KS,ideal}} \cdot \nu$$

ν ist der Gütegrad, der zwischen 0 und 1 liegt.

Anmerkung: Der Wirkungsgrad eines Kühlschranks geht für $T_{\text{kalt}} \rightarrow 0 \text{ K}$ ebenfalls gegen null: $\eta_{\text{KS,ideal}} \rightarrow 0$. Daher können wir keinen Kühlschrank mit der Temperatur $T_{\text{kalt}} = 0 \text{ K}$ geben. Dies ist in Übereinstimmung mit dem 3. Hauptsatz der Wärmelehre.

- Stegreifversuch:**
- Experiment:** Befeuchtet man den Handrücken mit der Zunge und bläst dann seinen Atem darüber, so spürt man deutlich eine Abkühlung.
- Erklärung:** Durch die verstärkt einsetzende Verdampfung der Feuchtigkeit wird dem Handrücken Wärme entzogen und der Handrücken kühlt ab.
- Zusammenhang zum Kühlschrank:** Das Gleiche passiert im Kühlschrank, wenn das Kältemittel verdunstet.



© www.heizung.de

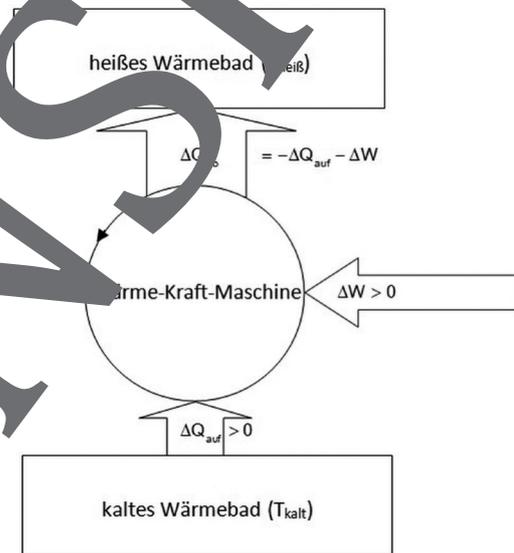
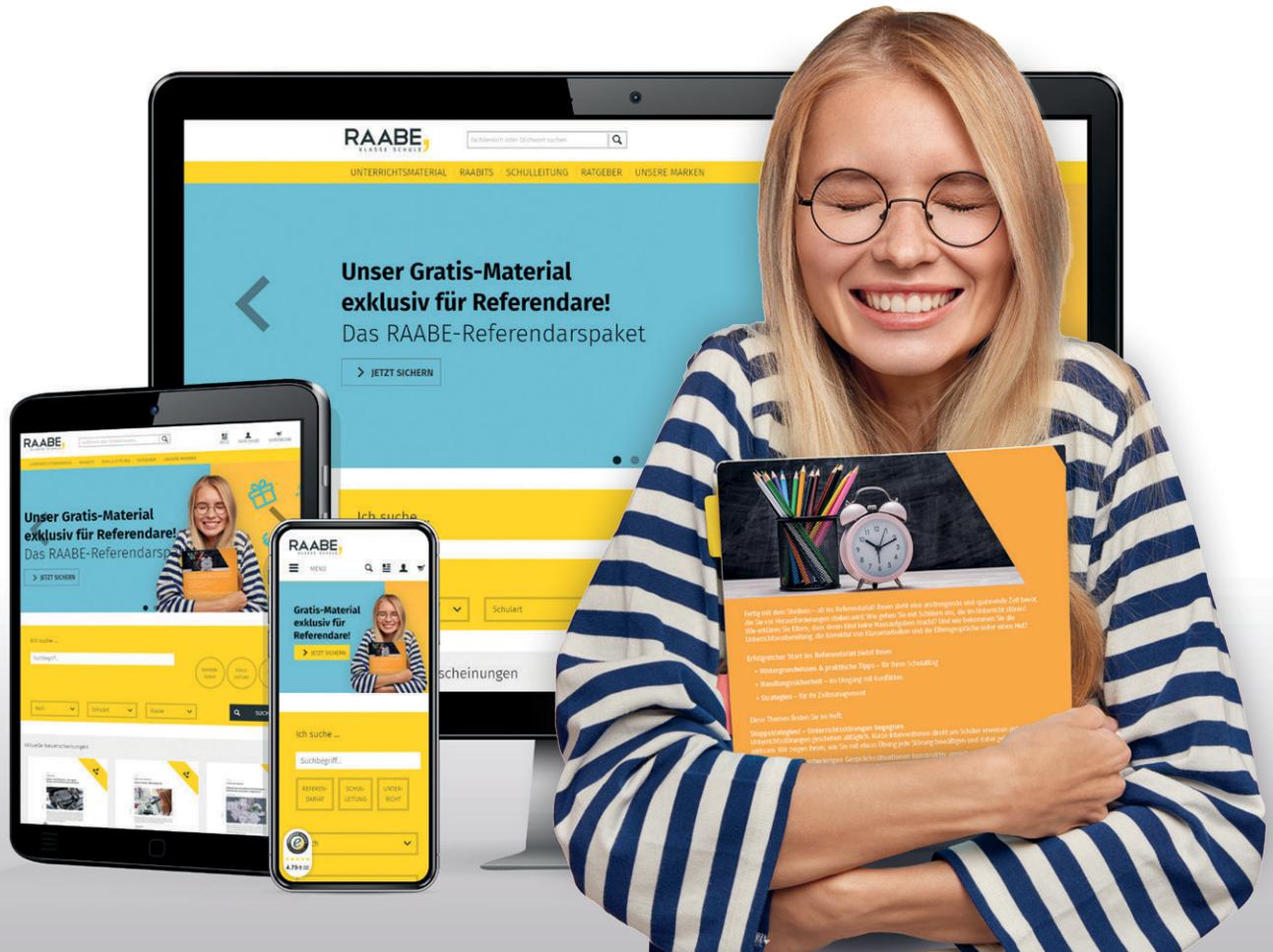


Abbildung: Axel Donges

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



✓ **Über 5.000 Unterrichtseinheiten**
sofort zum Download verfügbar

✓ **Webinare und Videos**
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung

✓ **Attraktive Vergünstigungen**
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt

✓ **Käuferschutz**
mit Trusted Shops

Jetzt entdecken:
www.raabe.de

