

I.E.19

Optik

Optische Dichte und Lichtbrechung – Ein physikalischer Vorgang mathematisch betrachtet

Wolfgang Lübbe



© RAABE 2024

© Tatiana Maksimova/Moment

Ein Schwimmbecken sieht immer flacher aus, als es wirklich ist, weil das vom Boden des Beckens kommende Licht an der Oberfläche gebrochen wird. Bei der Brechung des Lichts erfolgt eine Richtungsänderung der Strahlen. Die Ursache für diese Richtungsänderung ist im Gegensatz zur Reflexion der Übergang des Lichts von einem Medium in ein anderes, z. B. von Luft in Glas oder Wasser oder umgekehrt. Bei der Lösung der Aufgaben zur Brechung spielen trigonometrische Betrachtungen (Winkelbeziehungen) beim Übergang des Lichts zwischen optisch unterschiedlichen Medien eine wichtige Rolle.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 10–13

Dauer: 8–12 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: Problemlösekompetenz, Zusammenhänge herstellen, mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische und physikalische Darstellungen verwenden

Inhalt: Lichtbrechung, Brechzahl, optisch dünneres/dichteres Medium, Lotgerade, Einfallslot, Einfallswinkel, Brechungswinkel, Winkel-funktionen am rechtwinkligen Dreieck, Rekursionsformeln trigonometrischer Funktionen, Geradengleichung

Brechung des Lichts – Theorie und Grundlagen

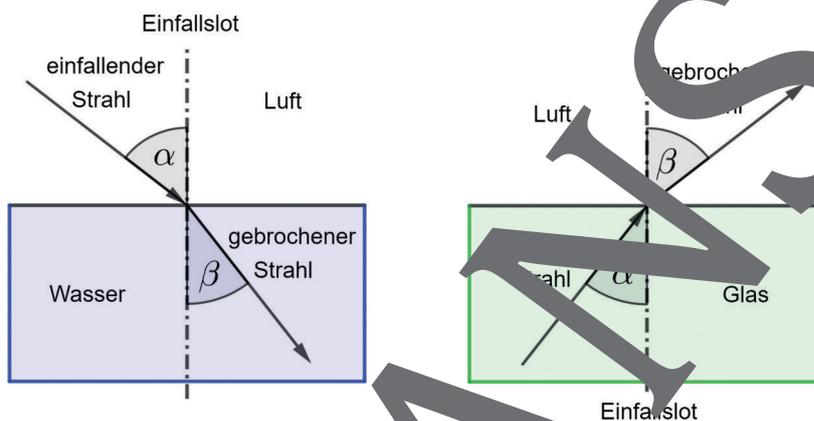
M 1

Grundlagen

Beim Auftreffen von Lichtstrahlen auf die Grenzfläche zweier Medien wird ein Teil des Lichts reflektiert, ein anderer Teil dringt in das zweite Medium ein und wird dabei gebrochen.

Die Brechung des Lichts ist die physikalische Erscheinung, bei der Licht beim Übergang von einem Stoff in einen anderen an der Grenzfläche seine Richtung ändert. Dabei liegen der einfallende Strahl, das Einfallslot und der gebrochene Strahl in einer Ebene.

Beim Übergang von einem optisch dünneren Medium (z. B. Luft – Licht hat eine größere Ausbreitungsgeschwindigkeit) in ein optisch dichteres Medium (z. B. Wasser oder Glas – Licht hat eine kleinere Ausbreitungsgeschwindigkeit) wird das Licht zum Einfallslot hin gebrochen, d. h. es ändert seine Richtung zum Einfallslot hin. In umgekehrter Richtung wird der Strahl vom Einfallslot weg gebrochen, es erfolgt eine Richtungsänderung vom Lot weg.



Grafiken: Wolfgang Lübbe

Einfallswinkel $\alpha >$ Brechungswinkel β Einfallswinkel $\alpha <$ Brechungswinkel β

Übergang optisch dünneres Medium \rightarrow optisch dichteres Medium: $\alpha > \beta$

Übergang optisch dichteres Medium \rightarrow optisch dünneres Medium: $\alpha < \beta$

Die optische Dichte eines Mediums korrespondiert mit der stofflichen Dichte identisch.

Die Ablenkung ist umso größer, je größer der Einfallswinkel ist. Sie wird Null, wenn der Lichtstrahl senkrecht auftrifft.



Ein Schwimmbecken sieht immer flacher aus, als es wirklich ist, weil das vom Boden des Beckens kommende Licht an der Oberfläche gebrochen wird.

Foto: Tatiana Maksimova/Moment

Bei der Brechung eines Lichtstrahls ist das Verhältnis der Sinuswerte des Einfallswinkels und des Brechungswinkels konstant; ist aber abhängig von der Art der Medien.

Snelliussches Brechungsgesetz:

Brechungsverhältnis $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

(Willebrord Snell van Royen 1580–1626; holländischer Physiker; Gesetz 1618/1620 gefunden, aber erst nach seinem Tode vom französischen Philosophen und Naturforscher René Descartes veröffentlicht)

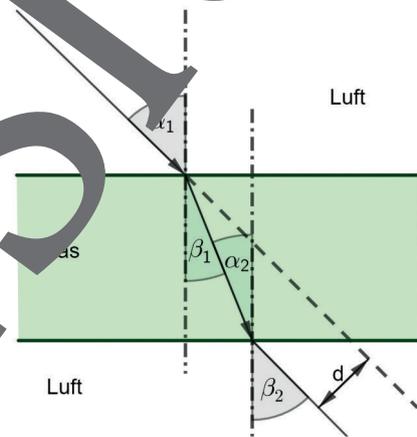
Der französische Physiker Foucault fand heraus, dass das Brechungsverhältnis gleich dem Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in beiden Medien ist: $n = \frac{c_1}{c_2}$

Lichtdurchgang durch eine planparallele Glasplatte:

Es tritt keine Richtungsänderung, sondern nur eine seitliche Verschiebung der Lichtstrahlen ein, d.h. der gebrochene Strahl wird parallel zu sich selbst verschoben. Die Größe dieser Parallelverschiebung d des Lichtstrahls ist von der Dicke der Glasplatte, der Glasart und dem Einfallswinkel α_1 abhängig.

Es gelten:

- $\alpha_1 > \beta_1$
- $\alpha_2 < \beta_2$
- $\alpha_1 = \beta_2$
- $\alpha_2 = \beta_1$



Grafik: Wolfgang Lübbe

Lichtdurchgang durch ein Glasprisma:

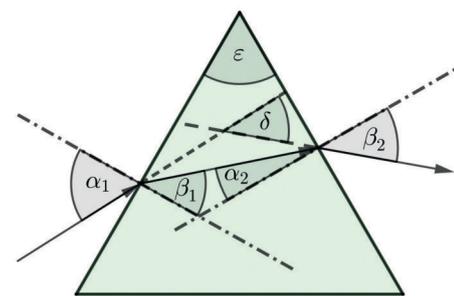
ϵ : Keilwinkel des Prismas

δ : Gesamtablenkung

Mit größer werdendem Einfallswinkel α_1 (bzw. α_2) wird auch der Brechungswinkel β_1 (bzw. β_2) größer.

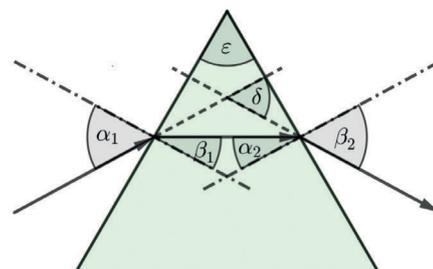
Es gelten die Proportionen:

$\alpha \sim \beta \Rightarrow \alpha \sim \sin\beta$



$\alpha_1 > \beta_1$

$\alpha_2 < \beta_2$

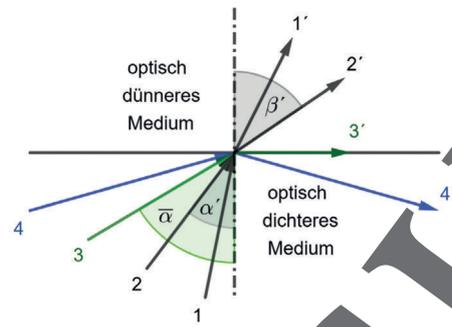


Die Abweichung der Ablenkung tritt beim symmetrischen Durchgang des Lichts durch das Prisma ein.

Totalreflexion

Wird der Einfallswinkel α beim Übergang des Lichts von Wasser oder Glas in Luft größer, so wächst der Brechungswinkel β schneller als der Einfallswinkel. Grenzwertig erreicht der Brechungswinkel den größtmöglichen Wert von 90° .

Eine weitere Vergrößerung des Einfallswinkels führt zu **keiner** Brechung des Lichts, sondern der Strahl wird an der Grenzfläche beider Medien total reflektiert (Totalreflexion).



Grafiken: Wolfgang Lübbe

Im Bild werden Strahlen 1 und 2 zu den Strahlen 1' und 2' gebrochen. Der Strahl 3 verläuft nach der Brechung an der Grenzfläche der beiden Medien (Strahl 3'), Strahl 4 wird total reflektiert (Strahl 4').

Fällt ein Lichtstrahl aus einem optisch dichteren Medium in ein optisch dünneres, so wird er vom Einfallslot weg gebrochen. Bezeichnet man den im dichteren Medium liegenden Einfallswinkel mit α' und den im dünneren Medium liegenden Brechungswinkel mit β' , so gilt gemäß Snelliusschem Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin \beta' = n \cdot \sin \alpha'$$

Ferner gilt:

β' kann maximal den Wert 90° annehmen.

Da $\sin 90^\circ = 1$ gilt, muss $n \cdot \sin \alpha' \leq 1$ sein.

Wird α' so groß gewählt, dass $n \cdot \sin \alpha' > 1$ wird, so wird der Lichtstrahl an der Grenzfläche nicht mehr gebrochen, sondern vollständig reflektiert (Totalreflexion – von Kepler 1604 erstmals beobachtet). Der größte Wert, den der Einfallswinkel annehmen kann, ohne dass totale Reflexion eintritt, heißt Grenzwinkel der totalen Reflexion $\bar{\alpha}$.

$$n \cdot \sin \alpha' = \sin 90^\circ \Rightarrow n \cdot \sin \bar{\alpha} = 1$$

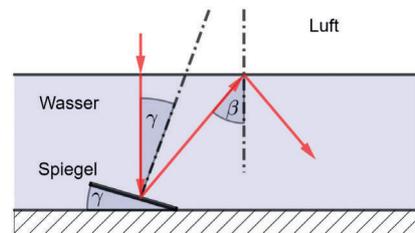
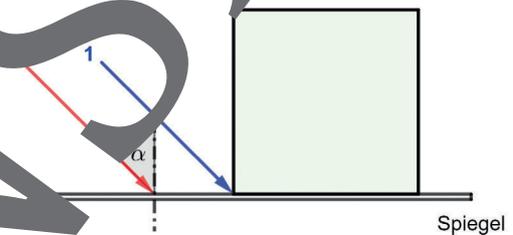
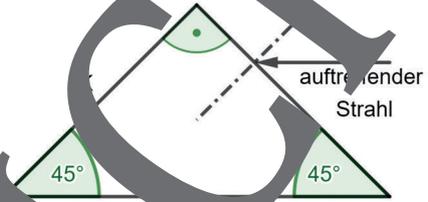
$$\sin \bar{\alpha} = \frac{1}{n} = \sin \bar{\alpha}$$

M 2

Optische Dichte und Lichtbrechung – Aufgaben

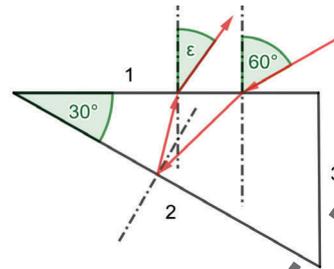
Aufgaben

- Wie groß ist die Querverschiebung d_1 eines Lichtstrahls, der schräg durch eine Parallelplatte der Dicke d verläuft?
 - Geben Sie die allgemeine Formel an!
 - Berechnen Sie d_1 für $d = 6 \text{ mm}$, $\alpha = 60^\circ$, $n = 1,5!$
- Unter welchem Winkel muss ein Lichtstrahl auf Glas ($n = 1,46$) treffen, wenn reflektierter und gebrochener Strahl aufeinander senkrecht stehen sollen?
- In das nebenstehend dargestellte Prisma tritt ein Strahl ein, der parallel zur „Hypothenusenseite“ H verläuft. Aus welcher Fläche („Kathetenseite“ K oder „Hypothenusenseite“ H) und unter welchem Winkel tritt der Strahl aus dem angegebenen Prisma ($n = 1,65$) wieder aus?
- Um welchen Winkel weicht ein Lichtstrahl von seiner ursprünglichen Richtung beim Übergang von Luft in Wasser ($n = 1,33$) ab, wenn der Einfallswinkel 20° bzw. 60° beträgt?
- Auf einem Spiegel liegt ein Glaswürfel. Durch die Luft fällt ein Lichtbündel auf den Spiegel. Wie verlaufen die reflektierten Strahlen? Zeichnen und begründen Sie den Strahlenverlauf!
- Um welchen Winkel γ weicht ein Lichtstrahl beim Übergang von Glas ($n = 1,50$) in Luft von seiner ursprünglichen Richtung ab, wenn der Einfallswinkel $\alpha = 15^\circ$ beträgt? Lösen Sie die Aufgabe auch für $\alpha = 30^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$.
- Licht fällt senkrecht von oben auf einen unter Wasser liegenden Spiegel. Um welchen Winkel γ muss dieser Spiegel mindestens gegen die Horizontale geneigt sein, wenn das von ihm reflektierte Licht nicht wieder in die Luft zurückkehren soll?

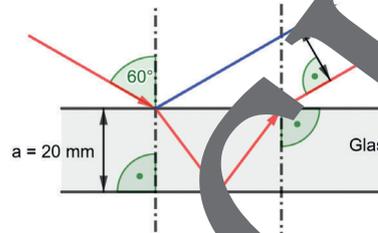


Grafiken: Wolfgang Lübbe

8. Ein Lichtstrahl fällt unter dem Einfallswinkel 60° auf die Fläche 1 des nebenstehend abgebildeten Prismas ($n = 1,46$). Die Fläche 2 ist versilbert und bildet mit der Fläche 1 den Keilwinkel 30° . Unter welchem Winkel ϵ verlässt der Lichtstrahl das Prisma?



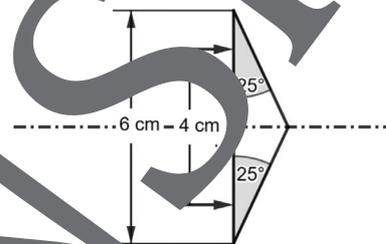
9. Ein Lichtstrahl fällt, wie in der nebenstehenden Abbildung, unter einem Winkel von 60° auf eine 20 mm dicke Glasplatte ($n = 1,52$), die auf der Rückseite versilbert ist. Ein Teil des Lichts dringt in die Glasplatte ein, während der andere Teil direkt reflektiert wird. Der eingedrungene Lichtstrahl wird an der Unterseite reflektiert. Welchen Abstand c haben der direkt reflektierte und der parallel dazu austretende Strahl?



10. Auf ein Prisma ($n = 1,75$) mit dem Keilwinkel $\epsilon = 50^\circ$ fällt ein Lichtstrahl. In welchem Winkel muss er auf die erste Fläche treffen, sodass der gebrochene Strahl innen im Prisma mit dem Grenzwinkel der totalen Reflexion auf die zweite Fläche trifft?

11. Zwei parallele Strahlen fallen im Abstand von 4 cm senkrecht auf die Basis eines Glasprismas ($n = 1,46$).

- Unter welchem Winkel α treten sie aus dem Prisma aus?
- In welcher Entfernung von der Basis des Prismas schneiden sie einander?

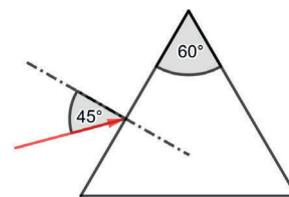


12. Ein Lichtstrahl fällt unter einem Einfallswinkel von 75° auf eine 20 mm dicke Glasplatte, die auf der Rückseite versilbert ist. Ein Teil des Lichts dringt in das Glas ein und wird an der Unterseite reflektiert. Der Abstand der beiden austretenden Strahlen beträgt 8 mm. Welche Brechzahl hat das Glas der Platte?

13. Ein scheinbar vom Punkt G' unter Wasser ($n = 1,33$) aussehender Lichtstrahl wird unter einem Senkungswinkel von 30° gesehen. Die scheinbare Länge des Lichtstrahls beträgt 2 m. In welcher Tiefe liegt der Gegenstand G ?

14. Welche Gesamtablenkung erreicht der auf das nebenstehend abgebildete Prisma ($n = 1,5$) einfallende Lichtstrahl?

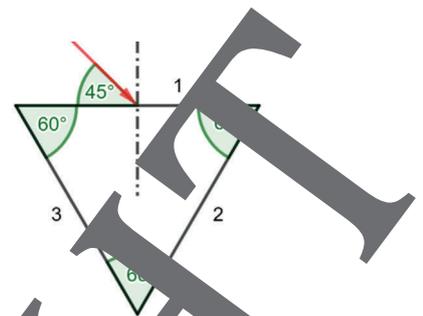
15. Wie groß ist die Parallelverschiebung eines Lichtstrahls, die beim Durchgang dieses Strahls durch eine planparallele Glasplatte ($n = 1,5$) einer Dicke von 1 cm bei einem Einfallswinkel von 60° hervorgerufen wird?



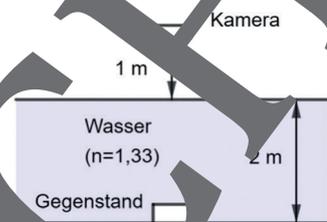
Grafiken: Wolfgang Lübbe



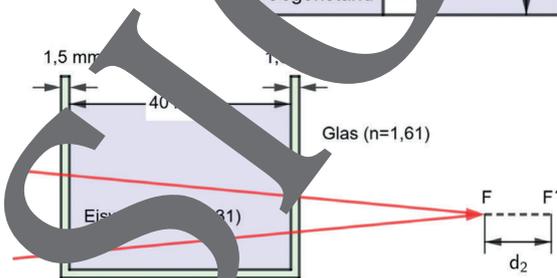
16. Auf die Fläche 1 des nebenstehend abgebildeten Glasprismas ($n = 1,7$) fällt ein Lichtstrahl unter dem Einfallswinkel von 45° . Unter welchem Winkel tritt der Strahl wieder aus, wenn
- die Flächen 2 und 3 außen versilbert sind?
 - nur die Fläche 2 versilbert ist?
 - keine der Flächen versilbert ist?



17. Auf welche Entfernung muss eine Kamera eingestellt werden, wenn ein 2 Meter unter Wasser ($n = 1,33$) liegender Gegenstand senkrecht von oben aus einer Entfernung von 1 Meter über dem Wasserspiegel fotografiert werden soll?

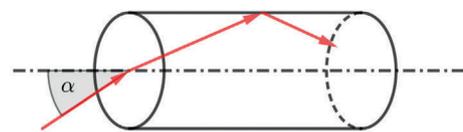


18. In den Strahlengang einer Bildwerferlampe wird zur Kühlung ein mit Eiswasser ($n = 1,31$) gefülltes Glasgefäß ($n = 1,61$) gestellt. Um wieviel Millimeter verschiebt sich dadurch der Brennpunkt F scheinbar nach rechts?



19. Wie groß ist die Ablenkung des Lichtstrahls durch ein Prisma, dessen Keilwinkel 60° beträgt, wenn der Einfallswinkel des Strahls auf der Vorderfläche des Prismas $53,6^\circ$ ist und die Brechzahl des Glases $n = 1,6$ ist?

20. a) Welche Brechzahl muss ein zylindrischer Lichtleiter mindestens haben, wenn alle seine Basis eintreffenden Strahlen innerhalb der Leitung durch Totalreflexion weitergeleitet werden sollen?
 b) Wie groß ist der maximale Eintrittswinkel bei $n = 1,33$?



Grafiken: Wolfgang Lübbe

VORNAME

Lösungen

Lösungen (M 2)

Aufgabe 1

a) Allgemein:

$$\cos\beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{d}{e}$$

$$e \cdot \cos\beta = d$$

$$e = \frac{d}{\cos\beta}$$

$$\sin\gamma = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\Rightarrow \sin\gamma = \sin(\alpha - \beta) = \frac{d_1}{e}$$

$$e \cdot \sin(\alpha - \beta) = d_1$$

Einsetzen des vorhergehenden Ergebnisses

$$\frac{d}{\cos\beta} \cdot \sin(\alpha - \beta) = d_1$$

$$d_1 = \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta}$$

b) $d = 6 \text{ mm}$, $\alpha = 60^\circ$, $n = 1,5$

Snelliussches Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 1,5 \Rightarrow \sin\alpha = 1,5 \cdot \sin\beta$$

$$\frac{\sin\alpha}{1,5} = \sin\beta$$

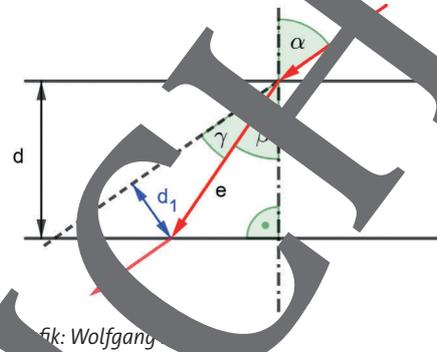
$$\frac{\sin 60^\circ}{1,5} = \sin\beta$$

$$\frac{1}{1,5} \cdot \sqrt{3} = \sin\beta$$

$$\frac{1}{1,5} \cdot \sqrt{3} = \sin\beta$$

$$\beta \approx 35,3^\circ$$

$$d_1 = \frac{6 \text{ mm} \cdot \sin(60^\circ - 35,3^\circ)}{\cos 35,3^\circ} \Rightarrow d_1 \approx 3,1 \text{ mm}$$



Aufgabe 2

Reflektierter und gebrochener Strahl sollen senkrecht aufeinander stehen:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha$$

$$\sin\beta = \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$\sin\beta = \cos\alpha$$

Snelliussches Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = n$$

$$\text{Es gilt: } \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = n$$

$$\tan\alpha = 1,46$$

$$\alpha \approx 55,6^\circ$$

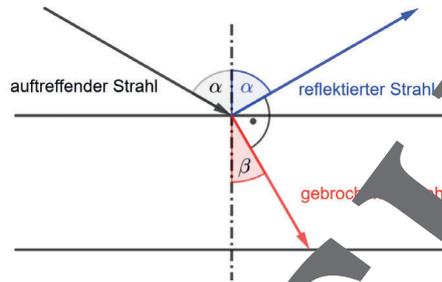
Kontrolle:

Variante 1

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

$$\frac{\sin 55,6^\circ}{\sin(90^\circ - 55,6^\circ)} = n$$

$$\frac{\sin 55,6^\circ}{\sin 34,4^\circ} = n \Rightarrow n \approx 1,46$$



Variante 2

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

$$\sin\alpha = n \cdot \sin\beta$$

$$\frac{\sin\alpha}{n} = \sin\beta$$

$$\frac{\sin 55,6^\circ}{1,46} = \sin\beta \Rightarrow \beta \approx 34,4^\circ$$

Aufgabe 3

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin\beta} = 1,65$$

$$\sin 45^\circ = 1,65 \cdot \sin\beta$$

$$\frac{\sin 45^\circ}{1,65} = \sin\beta$$

$$0,428549564 = \sin\beta$$

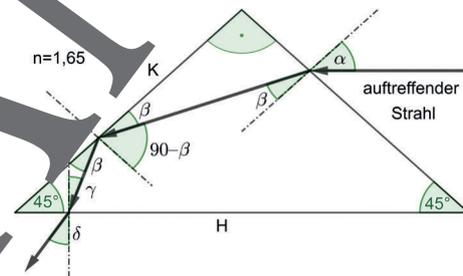
$$\Rightarrow \beta \approx 25,4^\circ$$

Da das Lot des auftreffenden Strahls parallel zur Kathetenseite K verläuft, trifft der gebrochene Strahl mit dem Einfallswinkel β auf K.

Es gilt:

$$n \cdot \sin(90^\circ - \beta) = 1,65 \cdot \sin(64,6^\circ) \approx 1,49 > 1$$

Daher tritt an der Kathete K Totalreflexion ein.



Grafiken: Wolfgang Lübbe

Bestimmung des Winkels γ durch Betrachtung des Dreiecks, das sich aus dem totalreflektierten Strahl und den Seiten K und H des Prismas ergibt. Für die Winkel des Dreiecks gilt:

$$45^\circ + (90^\circ + \gamma) + \beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \gamma = 45^\circ - 25,4^\circ = 19,6^\circ$$

$$\frac{\sin \delta}{\sin \gamma} = 1,65$$

$$\begin{aligned} \sin \delta &= 1,65 \cdot \sin \gamma \\ &= 1,65 \cdot \sin 19,6^\circ \end{aligned}$$

$$\sin \delta = 0,55349509 \Rightarrow \delta \approx 33,6^\circ$$

Der Strahl tritt an der Hypotenuse des Prismas unter dem Winkel $\delta \approx 33,6^\circ$ aus.

Aufgabe 4

Es gilt:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow \sin \alpha = n \cdot \sin \beta \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{n} = \sin \beta$$

$$\alpha = 20^\circ, n = 1,33$$

$$\frac{\sin 20^\circ}{1,33} = \sin \beta$$

$$0,257158002 = \sin \beta \Rightarrow \beta \approx 14,9^\circ$$

$$\gamma = \alpha - \beta$$

$$\gamma = 20^\circ - 14,9^\circ = 5,1^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ, n = 1,33$$

$$\frac{\sin 60^\circ}{1,33} = \sin \beta$$

$$0,446992481 = \sin \beta \rightarrow \beta \approx 40,6^\circ$$

$$\gamma = \alpha - \beta$$

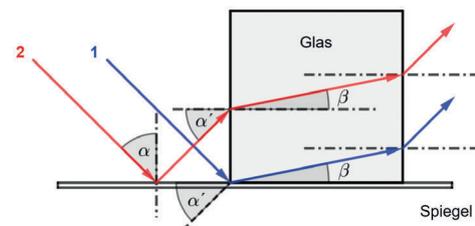
$$\gamma = 60^\circ - 40,6^\circ = 19,4^\circ$$

Die Abweichung von der ursprünglichen Richtung beträgt $5,1^\circ$ bzw. $19,4^\circ$.

Aufgabe 5

Der Lichtstrahl 1 wird nach dem Brechungsgesetz gebrochen. Er scheint von einem Punkt hinter dem Spiegel her zu kommen und wird damit im Glaswürfel zum Lot (durch die Spiegelfläche gebildet) hin gebrochen. Beim Austritt aus dem Glaswürfel erfolgt eine weitere Brechung des Lichtstrahls, dieses Mal vom Lot weg.

Der Lichtstrahl 2 wird zunächst am Spiegel nach dem Reflexionsgesetz reflektiert. Er fällt dann unter dem Winkel $\alpha' = 90^\circ - \alpha$ auf den Glaswürfel und wird dann an der Grenzfläche zum Lot hin gebrochen. Er verläuft im Glaswürfel parallel zum Lichtstrahl 1. Bei Austritt aus dem Glaswürfel erfolgt die Brechung wie beim Lichtstrahl 1.



Grafik: Wolfgang Lübbe

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

