

Teilen leicht gemacht – Teilbarkeit, Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen

I/A

Ilse Gretenkord, Ahaus



Vergnügungspark

© Thinkstock/Photodisc

Klasse: 5/6

Dauer: 8 Stunden

Inhalt: Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen
kennenlernen,
Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 4, 5, 8, 9 und 10

Ihr Plus: Ihre Schüler haben viel Freiraum, sich selbstständig und in Partnerarbeit die wesentlichen Merkmale der Regeln für die Teilbarkeit zu erarbeiten. Sie als Lehrkraft halten lediglich die endgültigen Ergebnisse fest.

Wie lassen sich drei Pizzen auf zwei hungrige Freunde verteilen? Wie viele Kinder haben die fünf Familien jeweils, die sich zufällig auf dem Spielplatz getroffen haben? Wie kommt man mit dem veralteten Kassenautomaten im Vergnügungspark klar? Wie viele Gummibärchen sind in den Kartons des Supermarktes? Mit diesen und anderen alltagsnahen Problemen lernen Ihre Schüler die **Teilbarkeitsregeln** kennen.

Auf einen Blick

Material	Thema	Stunde
M 1	Drei Pizzen für zwei hungrige Freunde Teilbarkeit einführen; Division mit bzw. ohne Rest	1.
M 2	Wer ist der Schnellste? – Teiler erkunden Teiler von natürlichen Zahlen von 1–24 erkennen	
M 3	Von Kindern und Familien – erste Teilbarkeitsregeln Teilbarkeitsregeln für das Teilen durch 2, 4 und 8 erarbeiten	2.
M 4	Das Problem der Eintrittskarten Teilbarkeitsregeln für das Teilen durch 5 und 10 erarbeiten	3.
M 5	Und wenn sie nicht gestorben sind ... – Teilbarkeitsregeln Teilbarkeitsregel für das Teilen durch 3 erarbeiten; Quersummen bilden	4.
M 6	Wer hat recht? – Teilbarkeitsregel überprüfen Teilbarkeitsregel für das Teilen durch 9 erarbeiten	5.
M 7	Süßkram – Vielfache bestimmen Die korrekte Notation von Vielfachenmengen einführen; einfacher Dreisatz	6.
M 8	Jede Menge Äpfel! – Vielfache bilden Vielfache bilden; Vielfachenmengen vergleichen und Zusammenhänge erstellen	7.
M 9 (LEK)	Teste dein Wissen! Aufgaben zur Teilbarkeit von Zahlen durch 2, 3, 5, 9, 10; Bilden von endlichen Vielfachenmengen von zweistelligen Zahlen üben	8.
M 10	Definitionen und Regeln (Tafel) Teilbarkeit mit und ohne Rest natürlicher Zahlen; Teilbarkeits- regeln; Quersumme; Primzahl; Teilermenge; Vielfachenmenge	
M 11	Tippkarten zu M 3, M 4, M 6, M 8	

Minimalplan

Führen Sie die Teilbarkeit ein (**M 1**).

Beschränken Sie sich dann auf das Entdecken der Teilbarkeitsregeln in **M 2–M 6**.

Oder:

Führen Sie nur die Vielfachen einer Zahl ein (**M 7, M 8**).

Die Aufgabe 4 von Material **M 9** geben Sie Ihren Schülern als Hausaufgabe.

Reihe 20	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

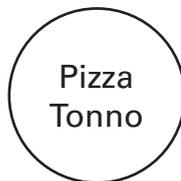
M 1 Drei Pizzen für zwei hungrige Freunde

Aufgabe

1. Macht euch Gedanken in Partnerarbeit.



Nehmt einen Stift und ein Geodreieck. Ihr werdet bestimmt eine ganz einfache Lösung finden, drei gleich große Pizzen unter zwei hungrigen Freunden aufzuteilen. Achtet darauf, dass jeder gleich viel zu essen bekommt.



Wie sieht die zugehörige Rechnung aus? Geht sie auch wie das praktische Teilen der zwei Pizzen auf?

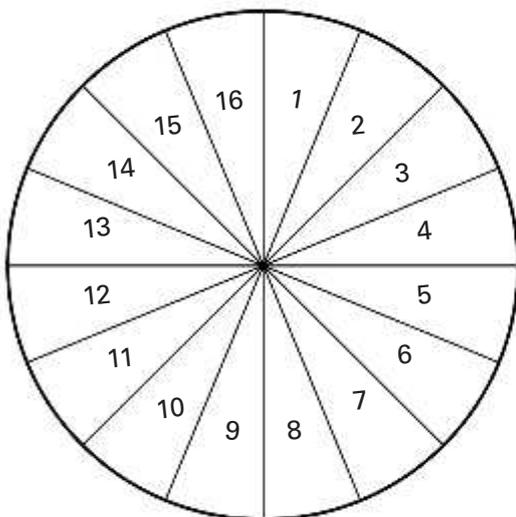
Nein! $3 : 2 = 1$ Rest 1

$3 : 2$ geht beim rechnerischen teilen nicht ohne Rest auf.

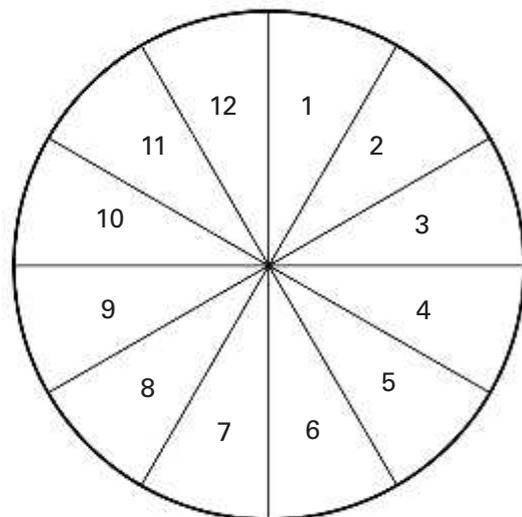
2. Lena hat Geburtstag. Ihre Mutter hat Erdbeer- und Himbeertorte gemacht. Sie teilt die Erdbeertorte in 12 und die Himbeertorte in 16 gleich große Stücke.

Mit Lena zusammen, sind 8 Kinder anwesend. Wie können die Torten unter den Kindern aufgeteilt werden? Schreibt die Rechnungen auf und beantwortet:

- a) Bekommt jedes Kind nur 1 Stück oder mehr als 1 Stück Kuchen?
b) Bleiben noch Kuchenstücke übrig?



Himbeertorte



Erdbeertorte



Pizzaservice

© Thinkstock / Goodshoot

I/A

M 2 Wer ist der Schnellste? – Teiler erkunden

Bildet Dreiergruppen. Das Spiel hat drei Level mit jeweils unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad. Beginnt mit dem 1. Level. Füllt die Tabelle aus. Manche Kästchen bleiben auch leer. Wer als Erster fertig ist, bekommt für das erste Level 1 Punkt. Fahrt anschließend mit dem 2. und dem 3. Level fort. Für Level 2 gibt es 2 Punkte, für Level 3 drei.



Bevor aber jeweils Punkte für ein abgeschlossenes Level vergeben werden, wird die Tabelle unter den Partnern ausgetauscht und gegenseitig auf Richtigkeit überprüft.

1. Level

1	ist teilbar durch								
2	ist teilbar durch								
3	ist teilbar durch								
4	ist teilbar durch								
5	ist teilbar durch								
6	ist teilbar durch								
7	ist teilbar durch								
8	ist teilbar durch								

2. Level

9	ist teilbar durch								
10	ist teilbar durch								
11	ist teilbar durch								
12	ist teilbar durch								
13	ist teilbar durch								
14	ist teilbar durch								
15	ist teilbar durch								
16	ist teilbar durch								

3. Level

17	ist teilbar durch								
18	ist teilbar durch								
19	ist teilbar durch								
20	ist teilbar durch								
21	ist teilbar durch								
22	ist teilbar durch								
23	ist teilbar durch								
24	ist teilbar durch								

Reihe 20	Verlauf	Material S 3	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 3 Von Kindern und Familien – erste Teilbarkeitsregeln

I/A

Anzahl an Kindern

Auf einem großen Spielplatz treffen sich fünf Familien, die zusammen 16 Kinder haben. Es sind die Familien

Müller (Haus-Nr.: 24)

Schmidt (Haus-Nr.: 88)

Schneider (Haus-Nr.: 72)

Mahler (Haus-Nr.: 56)

Sievers (Haus-Nr.: 120)

Die gemeinsamen Teiler der Hausnummern, die hinter den Namen der Familien stehen, ergeben die mögliche Anzahl der Kinder jeder Familie.



Kinder auf dem Spielplatz

© Thinkstock/Photodisc

Aufgabe

Löst die Aufgaben 1–3 in Partnerarbeit.

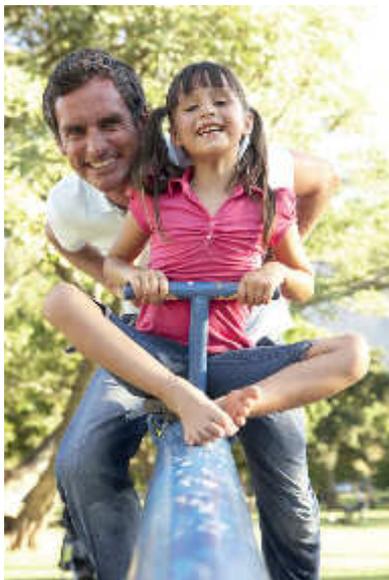
- Schreibt zunächst alle Teiler (bis 8) auf. Findet heraus, welche Teiler alle Zahlen gemeinsam haben.
- Überlegt, welche Familie wie viele Kinder hat. Ist das Ergebnis eindeutig?

Sprecht darüber und haltet eure Ergebnisse schriftlich fest. Am einfachsten ist es, wenn ihr einige Beispielskombinationen aufschreibt.

- Seht euch die gemeinsamen Teiler der Zahlen an. Fallen euch schon irgendwelche Regeln zur Teilbarkeit auf? Schreibt diese unten auf.



Zum freiwilligen Knobeln für zu Hause



© Thinkstock/Monkey Business

Vater und Tochter auf der Wippe

In den Aufgaben 1–3 habt ihr Regeln entdeckt und den Familien mögliche Kinderanzahlen zugeordnet. Es wird aber viel spannender, wenn ihr weitermacht.

- Ermittelt durch Ausprobieren alle weiteren Teiler der Hausnummern und schreibt diese auf.
- Gibt es – mathematisch betrachtet – die Möglichkeit, dass eine Familie 16 Kinder hat? Wenn ja, welche? Wenn nein, warum nicht?

Tipp – Null ist kein Teiler der Hausnummern, d. h. alle Familien haben Kinder.

- Könnten Familien 5 Kinder haben, wenn man nur die Teiler und nicht die gemeinsamen Teiler der Hausnummern betrachtet? Wenn ja, welche?
- Könnten Familien 3 Kinder haben, wenn man nur die Teiler und nicht die gemeinsamen Teiler der Hausnummern betrachtet? Wenn ja, welche?
- Welche Kinderzahl kann keine Familie haben? Begründe deine Antwort.

M 4 Das Problem der Eintrittskarten

Fünf Familien unternehmen zusammen einen Ausflug in einen Vergnügungspark. Der Eintritt kostet für Erwachsene 15 € und für Kinder 5 €. Sie wissen, dass der veraltete Kassenautomat am Eingang oft kein Wechselgeld zurückgibt und in der Regel nur 5-€-Scheine und 10-€-Scheine problemlos annimmt.

Familie Kern muss 45 € zahlen,
Familie Poll 40 €,
Familie Riel 35 €,
Familie Rett 50 € und
Familie Notte 55 €.



Autoscooter

© Thinkstock/iStock

Aufgabe

Level 1

Arbeitet in Partnerarbeit. Findet Teilbarkeitsregeln für 5 und 10.

Level 2

Es gibt aber auch noch ein weiteres Problem. Der Automat erkennt auch die neuen 5-€-Scheine nicht an. Leider hat nur Herr Kern einen alten Schein.

- Müssen Familie Riel und Familie Notte jetzt draußen bleiben?
- Eure Ideen soll so aussehen, dass niemand zu viel oder zu wenig bezahlt.



Level 3



© Thinkstock/Photodisc

Vergnügungspark

Wer besonders schnell fertig ist, kann noch angeben, wie viele Kinder die jeweiligen Familien haben. In allen Familien sind Vater und Mutter dabei, bei Familie Notte auch noch Oma Lotte.

M 10 Definitionen und Regeln (Tafel)

I/A



Definition: Teilbarkeit einer Zahl

Wenn sich eine Zahl n durch eine Zahl t ohne Rest teilen lässt, so kann man sagen:

t teilt n oder n ist teilbar durch t , wobei $n, t \in \mathbb{N}$ mit $t \neq 0$.



Division mit Rest

Unter der *Division mit Rest* von a durch b mit $b \neq 0$ versteht man die Darstellung

$$a = b \cdot v + r \text{ mit } 0 \leq r < b.$$

Dabei werden a *Dividend*, b *Divisor*, v *Ganzzahlquotient* und r *Rest* genannt.



Endstellenregeln für Teilbarkeit

Eine Zahl ist genau dann teilbar

- durch 2, wenn sie auf 0, 2, 4, 6 oder 8 endet,
- durch 5 teilbar, wenn sie auf 0 oder 5 endet,
- durch 10, wenn sie auf 0 endet,
- durch 4, wenn die aus ihren beiden letzten Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist oder sie auf 00 endet,
- durch 8, wenn die aus ihren drei letzten Ziffern gebildete Zahl durch 8 teilbar ist oder wenn sie auf 000 endet.



Definition: Quersumme

Man erhält die Quersumme einer Zahl, wenn man ihre Ziffern addiert.



M 11

Tippkarten

I/A

**Tipp zu M 3**

Zur Teilbarkeit durch 2: Seht euch die letzte Ziffer jeder Zahl an.

Zur Teilbarkeit durch 4:

Untersucht die Zahl, die sich aus den beiden letzten Ziffern von 120 ergibt, also die 20, und eine mehrstellige Zahl, die auf 00 endet.

Prüft z. B. auch durch Dividieren, ob nicht nur 24, sondern auch 124 durch 4 teilbar wäre. Prüft das auch noch nach bei den Zahlen 1024, 288, 372 und 20 056.

Dann könnt ihr bestimmt eine Regel erkennen.

Zur Teilbarkeit durch 8: Analog untersucht die Zahl, die sich aus den drei letzten Ziffern von 1120 ergibt, also die 120, und eine mehrstellige Zahl, die auf 000 endet.

Zur freiwilligen Hausaufgabe: Mit „Ausprobieren“ ist gemeint, dass ihr probiert die Hausnummern durch alle weiteren Zahlen zu dividieren. Die Zahlen, bei denen die Division ohne Rest aufgeht, sind weitere Teiler der Hausnummern.

**Tipp zu M 4**

2. a) Addiert alle Eintrittsgelder.

b) Ihr habt bestimmt folgende Idee:

Drei 5-€-Scheine, also 15,00 €, können auch durch einen 10-€-Schein und einen 5-€-Schein ersetzt werden. Dann aber hätte eine Familie zu viel und eine Familie zu wenig bezahlt.

Ihr kennt aber bestimmt folgende Situation:

Pit soll monatlich 15,00 € Taschengeld bekommen. Seine Mutter hat aber gerade nur zwei 10-€-Scheine im Portemonnaie. Wie lösen die beiden das Problem?

**Tipp zu M 6**

1. und 2. Prüft Lisas Vorschlag z. B. an den Zahlen 12 und 24. Prüft Sofies Vorschlag, indem ihr zwei andere Zahlen wählt, die auch die Quersumme 9 haben.

**Tipp zu M 8**

Formulierungstipp:

Das ...fache von ... ist gleich dem ...fachen von ...

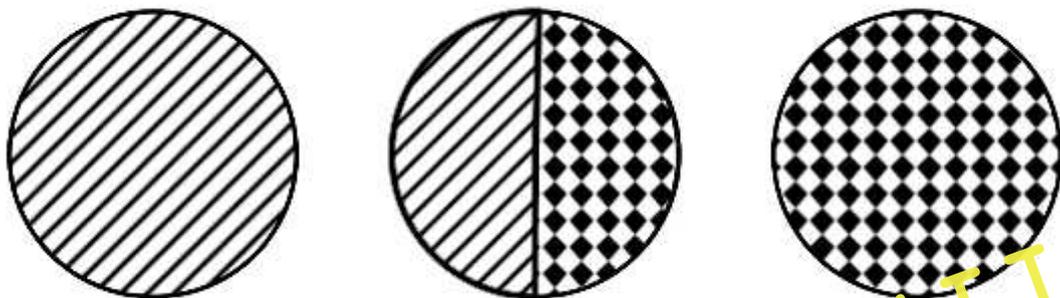


Lösungen und ■ Tipps zum Einsatz

M 1 Drei Pizzen für zwei hungrige Freunde

■ Nutzen Sie das Einstiegsbeispiel für eine kontextorientierte Einführung in das Thema „Teilbarkeit“.

1. Eine mögliche Art, die 2 Pizzen mittels Stift und Geodreieck gerecht auf 2 Freunde aufzuteilen:



2. a) Himbeertorte: $16 : 8 = 2$.

Jedes Kind bekommt 2 Stücke Kuchen.

Erdbeertorte: $12 : 8 = 1$ Rest 4

Jedes Kind bekommt nur 1 Stück Kuchen.

b) Himbeertorte: Es bleibt kein Kuchenstück übrig.

Erdbeertorte: Es bleiben 4 Kuchenstücke übrig.

M 2 Wer ist der Schnellste? – Teiler erkunden

1. Level

1	ist teilbar durch	1							
2	ist teilbar durch	1	2						
3	ist teilbar durch	1	3						
4	ist teilbar durch	1	2	4					
5	ist teilbar durch	1	5						
6	ist teilbar durch	1	2	3	6				
7	ist teilbar durch	1	7						
8	ist teilbar durch	1	2	4	8				