

Für die Kaffeepause und für Vertretungstunden – Übungen zur Volumenberechnung

Von Florian Raith, Fürstenzell

IV/A

M 1 Lust auf eine Kaffeepause?

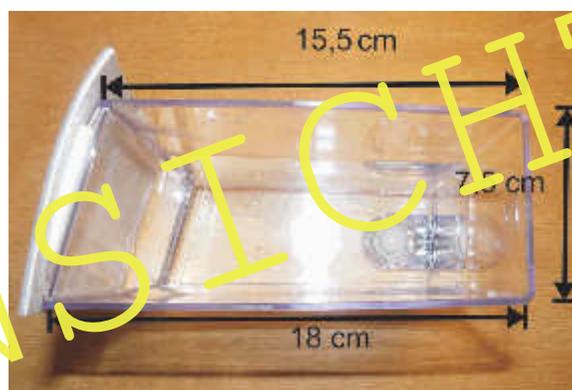
Welche mathematischen Fragen stellen sich hier?



Foto: Thinkstock/iStock



Tasse unter Kaffeemaschine

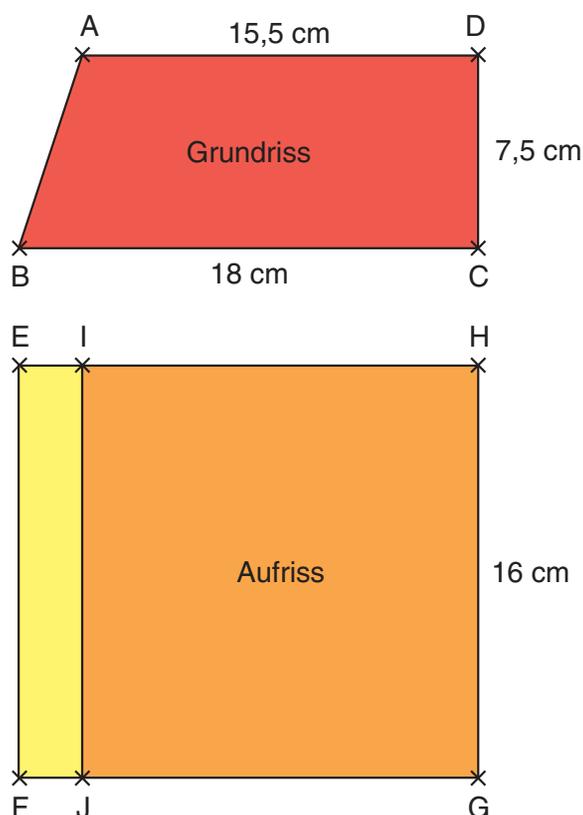


Wassertank der Kaffeemaschine

Fotos: 1. A. Wittnebel u. 2. F. Raith

Informationen zur Kaffeemaschine:

- Die Tasse hat im Inneren annähernd die Form eines Zylinders.
- Sie wird bei einmaligem Einschalten der Kaffeemaschine zu drei Siebteln gefüllt.
- Die Füllhöhe des Wassertanks beträgt 16 cm. Wenn nur noch 7 % Restwasser im Tank sind, schaltet sich die Maschine ab.



M 2 Unsere Fragen zum Thema „Kaffee“

Hier siehst du noch einmal alle Fragen auf einen Blick. Jetzt geht es ans Lösen!

Frage 1

Wer trinkt wie oft Kaffee? Stell die Ergebnisse eurer Klassenumfrage in einem sinnvollen Diagramm dar.

Frage 2

a) Wie viele Milliliter Kaffee passen in die Tasse, wenn man die Maschine einmal laufen lässt?

Runde auf ganze Milliliter.

b) Wie viel Kaffee passt bei zweimaliger Füllung in die Tasse? Runde auf ganze Milliliter.

Frage 3

Wie viele Tassen Kaffee (doppelte Füllung) kannst du mit einem Tank füllen?

Tipp

Schätze bei jeder Aufgabe zuerst das Ergebnis. Das erleichtert es dir, dein Rechenergebnis auf Stimmigkeit zu überprüfen.

Wie genau hast du geschätzt?

Wenn du Hilfe brauchst, lies auf den Tippkarten nach.



Foto: Stockbyte/Thinkstock

Informationen zur Kaffeemaschine

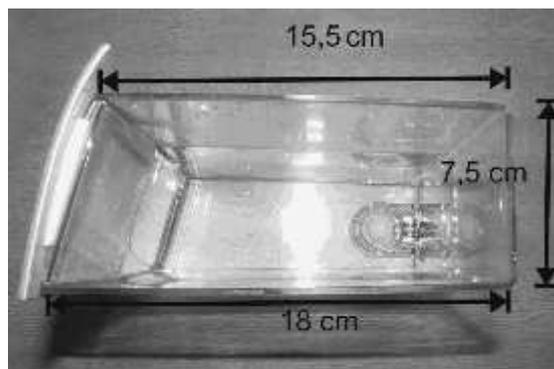
Die Tasse hat im Inneren annähernd die Form eines **Zylinders**.

Sie wird bei einmaligem Einschalten der Kaffeemaschine zu **drei Siebteln** gefüllt.



Die Füllhöhe des Wassertanks der Kaffeemaschine beträgt 16 cm.

Wenn nur noch 7 % Restwasser im Tank sind, schaltet sich die Maschine ab.



Fotos: 1. A. Wittnebel u. 2. F. Raith

IV/A

M 3 Tippkarten zu den Kaffee-Aufgaben



<p>Frage 1 – Tipp 1</p>  <p>Du kannst z. B. ein Säulen- oder ein Kreisdiagramm erstellen.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Säulendiagramm Kreisdiagramm</p>	<p>Frage 1 – Tipp 2</p>  <p>(Säulendiagramm)</p> <p>Für ein Säulendiagramm brauchst du die absoluten Zahlen eurer Erhebung.</p> <p>Wie viele Schüler haben „häufig“ geantwortet, wie viele „selten“ usw.?</p>
--	---



<p>Frage 1 – Tipp 3</p>  <p>(Säulendiagramm)</p> <p>Schreib die Antwortmöglichkeiten („häufig“, „selten“, ...) an die <u>waagerechte</u> Achse.</p> <p>Schreib die Anzahl der Nennungen, also die Anzahl der Schüler (1, 2, 3, ...), an die <u>senkrechte</u> Achse.</p>	<p>Frage 1 – Tipp 4</p>  <p>(Kreisdiagramm)</p> <p>Für ein Kreisdiagramm musst du die <u>Prozentsätze</u> aus den absoluten Zahlen berechnen.</p> <p>Denk daran: Die Summe der Nennungen entspricht 100 %.</p>
---	---



<p>Frage 1 – Tipp 5</p>  <p>(Kreisdiagramm)</p> <p>Denk daran: Das Ganze (also der Vollkreis) entspricht 100 %.</p> <p>Im Kreisdiagramm gilt: $1\% \hat{=} 3,6^\circ$.</p>	<p>Frage 1 – Tipp 6</p>  <p>(Kreisdiagramm)</p> <p>Zeichne die Winkel im Kreisdiagramm ein.</p> <p>Markiere die Flächen mit unterschiedlichen Farben und beschrifte sie.</p>
--	---



<p>Frage 2 – Tipp 1</p>  <p>Berechne das Volumen der Tasse. Verwende dazu die Volumenformel für einen Zylinder:</p> $V_{\text{Zylinder/Tasse}} = \pi r^2 \cdot h$	<p>Frage 2 – Tipp 2</p>  <p>Zu welchem Anteil wird die Tasse bei einmaligem Anschalten der Kaffeemaschine gefüllt? Lies diese Information auf dem Aufgabenblatt nach und berechne dann die Kaffeemenge.</p>
---	---



M 4 Für Schnellrechner und Kaffeegenießer

Kannst du auch diese Aufgaben zum Thema „Kaffee“ lösen? Wähle den Schwierigkeitsgrad (★ = einfach – ★★ = mittel – ★★★ = schwierig), den du dir zutraust.

Aufgabe 1 (★)

Pro Tasse (einmaliges Anschalten) mahlt die Maschine 3,2 g Kaffeebohnen.

- Wie viele kleine Tassen kann man mit 1 kg Kaffeebohnen füllen?
- 1 kg Kaffeebohnen kostet im Sonderangebot 8,99 €. Wie viel kostet eine Tasse Kaffee?

Runde auf volle Cent.



Foto: colourbox

Aufgabe 2 (★★)

Es gibt inzwischen Kaffeemaschinen, in die man das Kaffeepulver in Form von Pads einlegt. Diese Maschinen kosten etwa 80 €. Eine Packung mit 36 Pads kostet 3,99 €. Pro Tasse benötigt man ein Pad.

Große Maschinen, die die Kaffeebohnen frisch mahlen, erhält man im Handel ab 250 €. Sie bereiten eine Tasse für etwa 2 Cent zu.

- Berechne, ab wie vielen Tassen die große Maschine günstiger ist. Runde.
- Im Sonderangebot ist eine Pad-Maschine für 10 € erhältlich, allerdings kosten hier 6 Pads 4,99 €. Ab wie vielen Tassen lohnt sich jetzt die große Maschine?
- Welche Kaffeemaschine (große Maschine oder Pad-Maschine im Sonderangebot) würdest du jemandem empfehlen, der viel Kaffee trinkt? Welche Maschine wäre eher für jemanden geeignet, der wenig Kaffee trinkt?

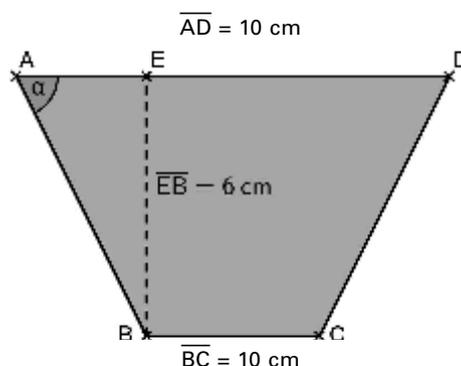


Foto: colourbox

Aufgabe 3 (★★★)

Rechts siehst du den Querschnitt einer Kaffeetasse. Die Tasse ist ein Rotationskörper. Die Maße kannst du der Zeichnung entnehmen.

- Berechne das Volumen der Tasse.
- Bei einmaligem Einschalten der Maschine wird die Tasse mit 269 ml gefüllt. Wie viel Prozent der Tasse sind das?
- Kann man diese Tasse auch zweimal befüllen?



Rund um die Einzelstunde

Klasse: 9/10

Dauer: 1–2 Stunden

Inhalt: Volumenberechnung von Zylinder, Prisma und Kegelstumpf;
Prozentrechnung;
Diagramme zeichnen;
lineare Gleichungssysteme;
Strahlensatz;
Tangens

Ihr Plus: geeignet für Vertretungsstunden;

Tippkarten (M 3) und Zusatzaufgaben (M 4) für individuelles Arbeiten

Didaktisch–methodische Hinweise

Mathematische Kompetenzen mit Fragen aus dem Alltag trainieren

Trinken auch Ihre Zehntklässler schon Kaffee? Die Schüler des Autors auf jeden Fall – das zeigen zumindest seine Erfahrungen während einer Abschlussfahrt. So entstand die Idee zu dieser kleinen Unterrichtseinheit rund um das Thema „Kaffee“, die den Lernenden an Fragestellungen aus dem Alltag Möglichkeiten aufzeigt, ihre mathematischen Kenntnisse nutzbringend anzuwenden.

Die Aufgaben eignen sich zur **Übung** und **Wiederholung** prüfungsrelevanter Themen in den Klassen 9 und 10. Aber auch in **Vertretungsstunden** kann das Material dank seiner Kürze Anwendung finden. Im Vordergrund steht die Flächen- und Volumenberechnung (Trapez, Zylinder, Kegelstumpf). Es kommen aber auch Diagramme, lineare Gleichungssysteme sowie ein Strahlensatz bzw. der Tangens vor. So können Sie die Übungen an Ihre Klassensituation anpassen und Ihren persönlichen Schwerpunkt setzen.

Voraussetzungen

Die Lernenden sollten das **Volumen zusammengesetzter Körper** (auch Rotationskörper) berechnen können. Auch die **Prozentrechnung** sollte von Ihren Schülern beherrscht werden. Für die Zusatzaufgaben (M 4) wird der Umgang mit **linearen Gleichungssystemen** sowie **der zweite Strahlensatz** bzw. der **Tangens** vorausgesetzt.

Ablauf

Steigen Sie über die **Farbfolie (M 1)**, die eine Kaffeemaschine mit Kaffeetasse und Wassertank zeigt, gemeinsam in das Thema ein und erarbeiten Sie die Fragestellungen und Lösungsansätze im Plenum. Anschließend lösen die Schüler die **Aufgaben (M 2)** in Einzel- oder Partnerarbeit. Als Hilfe für schwächere Lernende dienen die **Tippkarten (M 3)**.

Alternativ können Sie die Aufgaben in **kleinen Gruppen** bearbeiten lassen. Dann entfällt die Folie (**M 1**). Die Gruppen erarbeiten sich die Fragestellungen stattdessen selbstständig anhand des Aufgabenblattes (**M 2**) und nutzen die Tippkarten (**M 3**). Der Vorteil besteht hier darin, dass sich die Schüler noch intensiver über ihre Lösungsideen austauschen. Am Ende der Stunde können einzelne Gruppen ihren **Lösungsweg vorstellen** und es kann eine Diskussion über die verschiedenen Vorgehensweisen erfolgen.

Lösungen und ■ Tipps zum Einsatz

M 1 Lust auf eine Kaffeepause?

Anhand der **Farbfolie** entwickeln die Lernenden selbst sinnvolle Aufgabenstellungen. Dabei können Sie das Gespräch stark oder weniger stark lenken und **Impulse** (siehe unten) geben.

So setzen Sie die Folie ein

Führen Sie zum Einstieg eine **kleine Erhebung** in der Klasse durch zu der Frage:

„Wer trinkt wie oft Kaffee?“

Halten Sie die Ergebnisse in einer **Strichliste** an der Tafel fest (häufig/selten/nie oder fast nie). Die Ergebnisse können später in einem **Diagramm** dargestellt werden.

Legen Sie anschließend die Farbfolie auf, zeigen Sie **nur die beiden Fotos** (Tasse und Wassertank) und fragen Sie: „*Seht euch die beiden Fotos an. Welche Fragen stellen sich euch? Was könntet ihr hier berechnen? Welche Berechnungen wären sinnvoll?*“

Geben Sie folgende **Zusatzinformationen**, die später für die Berechnungen wichtig sind (diese Informationen befinden sich auch noch einmal auf dem Material **M 2**):

- Die Tasse hat im Inneren annähernd die Form eines Zylinders.
- Sie wird bei einmaligem Einschalten der Kaffeemaschine zu drei Siebteilen gefüllt.
- Die Füllhöhe des Wassertanks beträgt 16 cm.

Wenn nur noch 7 % Restwasser im Tank sind, schaltet sich die Maschine ab.

Der Wassertank hat die Form eines **trapezförmigen Prismas**. Falls die Lernenden die Form nicht erkennen, decken Sie die **Skizze vom Grund- und Aufriss des Tanks** auf.

Sammeln Sie die Ideen der Schüler: Wir könnten ...

1. die Umfrageergebnisse zum Kaffeetrinkverhalten der Klasse in einem **Diagramm** darstellen, dann wird es übersichtlicher.
2. das **Volumen** der Tasse berechnen. (Wie viele Milliliter Kaffee passen in die Tasse?)
3. die Zahl der Kaffeetassen pro Tankfüllung ermitteln.

Zusatzmaterial

- mehrere große Kaffeetassen als Anschauungsmaterial

M 2 Unsere Fragen zum Thema „Kaffee“

Dieses Material **verschriftlicht die Fragen**, die Sie gemeinsam mit der Klasse erarbeitet haben, und enthält die **Fotos** der Folie mit **Zusatzinformationen**. Alle Schüler erhalten eine Kopie, damit jeder die Fragen und Abbildungen während der Bearbeitung vor sich hat und sich ggf. Notizen machen kann.

Das Blatt kann jederzeit um weitere Fragen ergänzt werden.