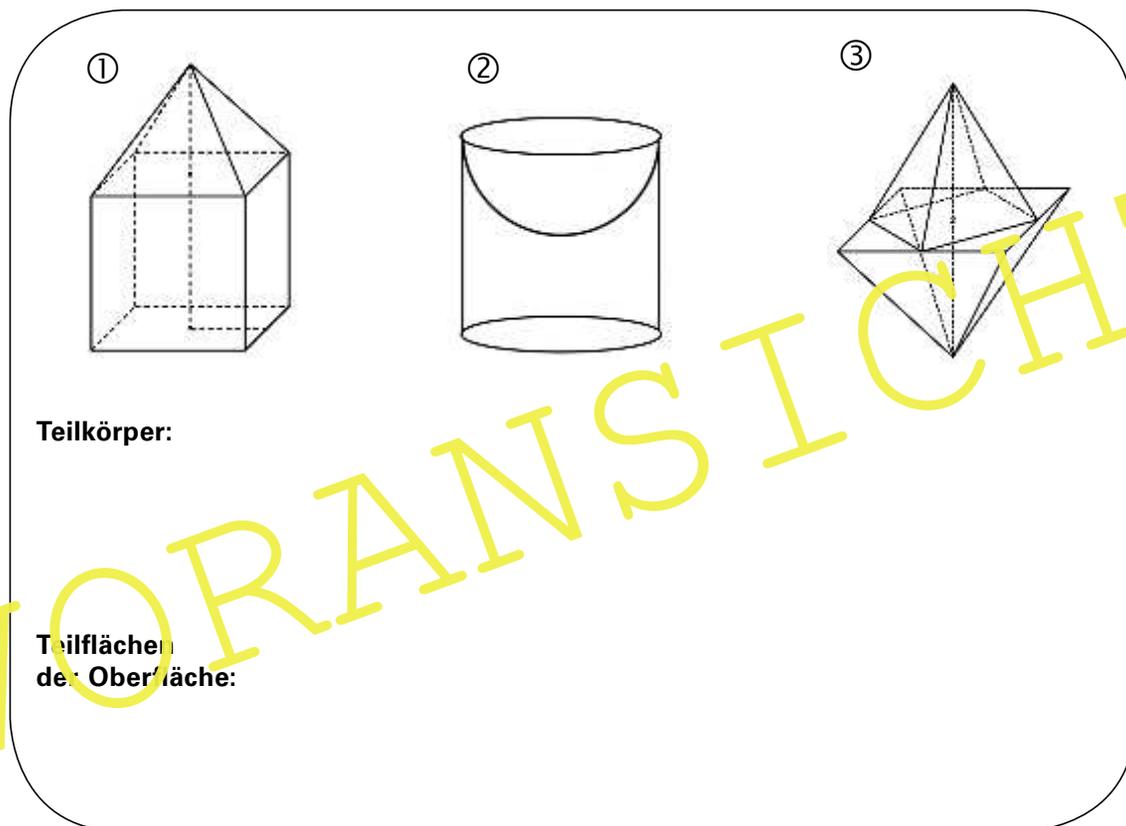


## Die Oberfläche und das Volumen von zusammengesetzten Körpern berechnen

IV/A

Joachim Poloczek, Winterbach

### M 1 Schau genau hin! – Teilkörper und Teilflächen erkennen



#### So geht's

##### Arbeite allein!

1. Schreibe auf, aus welchen Teilkörpern die zusammengesetzten Körper bestehen.
2. Notiere die Teilflächen, die die Oberfläche der zusammengesetzten Körper bilden.

##### Tipp

Falls du dir die zusammengesetzten Körper nicht richtig vorstellen kannst, nimm ein Modell zu Hilfe.

##### Tausche dich mit deinem Nachbarn aus!

Sprich mit deinem Nachbarn über deine Lösung.

Was hält er von deinem Vorgehen?

Was hältst du von seinem Vorschlag?

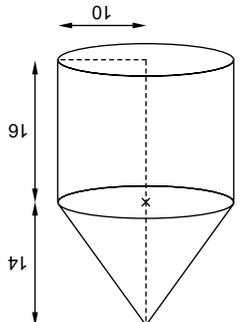
##### Plenum

Wir besprechen die Lösungen gemeinsam.



IV/A

M 2 Gemeinsam üben im Lerntempduett



**Aufgabe 1 – zusammengesetzter Körper**

a) Schreibe auf, aus welchen Teilkörpern der zusammengesetzte Körper besteht.

b) Skizziere ein Netz des Körpers.  
Benenne die Teilflächen des Netzes. Sie bilden die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers.

c) Berechne nun Volumen und Oberfläche.

**So geht's**

1. Bearbeite Aufgabe 1 oder 2 im Heft. Skizzen helfen beim Erklären und Verstehen. Schreibe deutlich.
2. Suche dir einen Partner, der die andere Aufgabe bearbeitet hat. Erklärt euch gegenseitig eure Aufgaben und Lösungen.
3. Bearbeite die andere Aufgabe.
4. Besprich die Aufgabe mit einem neuen Partner.

**So geht's**

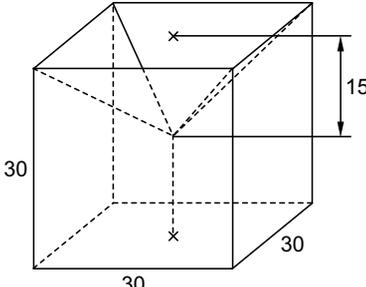
1. Bearbeite Aufgabe 1 oder 2 im Heft. Skizzen helfen beim Erklären und Verstehen. Schreibe deutlich.
2. Suche dir einen Partner, der die andere Aufgabe bearbeitet hat. Erklärt euch gegenseitig eure Aufgaben und Lösungen.
3. Bearbeite die andere Aufgabe.
4. Besprich die Aufgabe mit einem neuen Partner.

**Aufgabe 2 – Hohlkörper**

a) Schreibe auf, aus welchen Körpern der Hohlkörper entstanden ist.

b) Skizziere ein Netz des Körpers.  
Benenne die Teilflächen des Netzes. Sie bilden die Oberfläche des Hohlkörpers.

c) Berechne nun Volumen und Oberfläche.

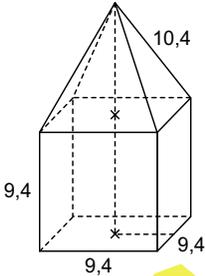
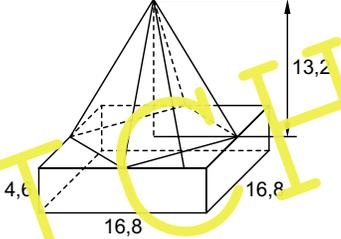
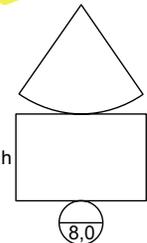
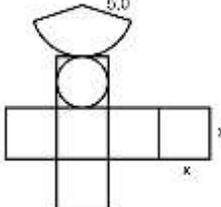
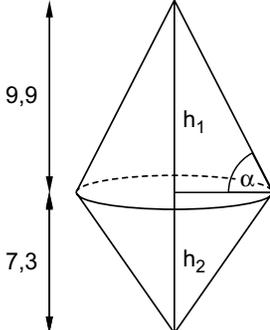
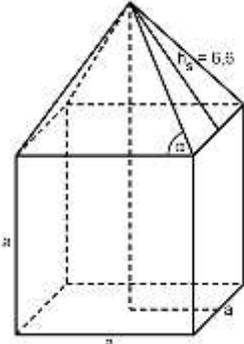



### M 3 Trainingsplan – mach dich fit!

**So geht's**

- Bearbeite mindestens drei der sechs Aufgaben. An jeder Station kannst du zwischen einer Grundaufgabe und einer schwierigen Aufgabe wählen.
- Schreibe deinen Lösungsweg übersichtlich auf.
- Brauchst du Hilfe? Dann frage einen Experten.
- Vergleiche deine Ergebnisse mit der Lösung.

IV/A

Grundaufgaben	Station	schwierige Aufgaben
<p>a) Aus welchen Teilkörpern besteht dieser zusammengesetzte Körper?</p> <p>b) Zeichne ein Netz des Körpers und benenne die Teilflächen.</p> <p>c) Berechne Volumen und Oberfläche des Körpers.</p>  <p>(Maße in cm)</p>	<p>①</p>	<p>a) Zeichne ein Netz dieses zusammengesetzten Körpers.</p> <p>b) Berechne Volumen und Oberfläche.</p>  <p>(Maße in cm)</p>
<p>Dieser Hohlkörper hat ein Volumen von <math>402,1 \text{ cm}^3</math>.</p> <p>a) Fertige eine Schrägbildskizze an.</p> <p>b) Berechne die Höhe h.</p>  <p>(Maße in cm)</p>	<p>②</p>	<p>Dieser Hohlkörper hat eine Oberfläche von <math>622,6 \text{ cm}^2</math>.</p> <p>a) Fertige eine Schrägbildskizze an.</p> <p>b) Berechne die Kantenlänge x.</p>  <p>(Maße in cm)</p>
<p>Dieser zusammengesetzte Körper hat ein Volumen von <math>242,2 \text{ cm}^3</math>.</p> <p>Bestimme mithilfe der angegebenen Größen den Radius r und den Winkel <math>\alpha</math>.</p>  <p>(Maße in cm)</p>	<p>③</p>	<p>Dieser zusammengesetzte Körper hat eine Oberfläche von <math>149,2 \text{ cm}^2</math>.</p> <p>Berechne die Gesamthöhe h und den Winkel <math>\alpha</math> mithilfe der angegebenen Größen.</p>  <p>(Maße in cm)</p>

Bemerkung: Die Skizzen sind nicht maßstabsgerecht.

IV/A

### M 4 Ich kann ... – meine Selbsteinschätzung

Hier schätzt du dein Können ein und siehst, was du noch üben solltest.



**So geht's**

- Kreuze für jedes „Ich kann ...“ an, wie sicher du dich fühlst.
- Mache pro Ich-kann-Aussage nur ein Kreuz.
- Kannst du mit der Aussage nicht so viel anfangen, sieh dir die Beispielaufgabe an.

Da bin ich mir ...	sicher	nicht ganz sicher	unsicher	Beispielaufgabe aus dem Trainingsplan
Ich kann das Netz eines zusammengesetzten Körpers zeichnen.				Station ①
Ich kann die Oberfläche eines zusammengesetzten Körpers in Teilflächen zerlegen.				Station ①, ②, ③
Ich kann einen zusammengesetzten Körper in Teilkörper zerlegen.				Station ①, ②, ③
Ich kann die Oberfläche eines zusammengesetzten Körpers berechnen.				Station ①
Ich kann das Volumen eines zusammengesetzten Körpers berechnen.				Station ①
Ich kann Streckenlängen im rechtwinkligen Dreieck mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.				Station ① und ③
Ich kann Streckenlängen und Winkelgrößen im rechtwinkligen Dreieck mithilfe der Winkelfunktionen berechnen.				Station ③

VORANSICHT

## M 5 Gruppenturnier – so geht's!

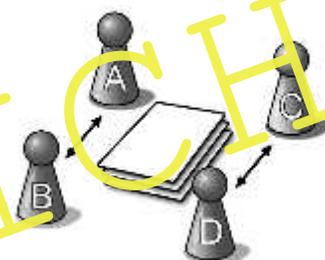
### Bildet Stammgruppen

- Jedes Gruppenmitglied bekommt einen **Buchstaben**.
- Trage die Namen deiner Gruppenmitglieder auf deinem **Punkteblatt** ein.
- Gebt euch einen **Gruppennamen**.



### Jetzt wird geübt!

- Jede Gruppe hat einen **Kartenstapel mit den Aufgaben** des Gruppenturniers.
- Immer zwei **Partner fragen sich im Wechsel ab**. Unterstützt euch gegenseitig.
- Macht einen **Testlauf**: Ein Schüler stellt den anderen die Aufgabe.



### Das Turnier beginnt!

- Bildet **Wettkampfgruppen**: Schüler A geht einen Tisch weiter, Schüler B zwei Tische, Schüler C drei Tische.
- Schüler D mischt die Karten und legt sie auf einen Stapel. Zieht nacheinander **15 Karten** und **löst die Aufgaben schriftlich**.
- Wenn ihr eine Aufgabe gelöst habt, vergleicht mit der **Lösung auf der Rückseite**. Wer die Aufgabe richtig gelöst hat, macht ein **Kreuz auf seinem Punkteblatt**.



### Siegerehrung

- Geht zurück in eure Stammgruppe und ermittelt mithilfe des Punkteblattes euer **Gruppenergebnis**.
- Die Gruppe mit den **meisten Punkten** gewinnt.



IV/A

**M 6 Gruppenturnier – Punkteblatt**

Dein Name: \_\_\_\_\_ Name eurer Gruppe: \_\_\_\_\_

Gruppenmitglieder deiner Stammgruppe:

Name 1: \_\_\_\_\_ Name 2: \_\_\_\_\_

Name 3: \_\_\_\_\_ Name 4: \_\_\_\_\_

Dein Turnierergebnis

Mache für jede richtig gelöste Aufgabe ein Kreuz.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

Euer Gruppenergebnis

Trage die Ergebnisse der Gruppenmitglieder ein. Für jede richtige Lösung gibt es 1 Punkt.

Schüler 1	Schüler 2	Schüler 3	Schüler 4	Gesamtpunktzahl der Gruppe



Dein Name: \_\_\_\_\_ Name eurer Gruppe: \_\_\_\_\_



Gruppenmitglieder deiner Stammgruppe:

Name 1: \_\_\_\_\_ Name 2: \_\_\_\_\_

Name 3: \_\_\_\_\_ Name 4: \_\_\_\_\_

Dein Turnierergebnis

Mache für jede richtig gelöste Aufgabe ein Kreuz.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

Euer Gruppenergebnis

Trage die Ergebnisse der Gruppenmitglieder ein. Für jede richtige Lösung gibt es 1 Punkt.

Schüler 1	Schüler 2	Schüler 3	Schüler 4	Gesamtpunktzahl der Gruppe

M 7 Trainings- und Turnieraufgaben – Fortsetzung

IV/A



<p>15 Gib den Lösungsweg für die Bestimmung der Oberfläche und des Volumens dieses Körpers an.</p>		<p>22 Hier siehst du einen Achsenschnitt. Aus welchen Teilkörpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>	
<p>16 Gib den Lösungsweg für die Bestimmung der Oberfläche und des Volumens dieses Körpers an.</p>		<p>23 Hier siehst du einen Achsenschnitt. Aus welchen Teilkörpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>	
<p>17 Gib den Lösungsweg für die Bestimmung der Oberfläche und des Volumens dieses Körpers an.</p>		<p>24 Hier siehst du einen Achsenschnitt. Aus welchen Teilkörpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>	
<p>18 Gib den Lösungsweg für die Bestimmung der Oberfläche und des Volumens dieses Körpers an.</p>		<p>25 Hier siehst du einen Achsenschnitt. Aus welchen Teilkörpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>	
<p>19 Gib den Lösungsweg für die Bestimmung der Oberfläche und des Volumens dieses Körpers an.</p>		<p>26 Rotierende Flächen ergeben Körper. Aus welchen Teilflächen und Teilkörpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>	
<p>20 Hier siehst du einen Achsenschnitt. Aus welchen Teilkörpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>		<p>27 Rotierende Flächen ergeben Körper. Aus welchen Teilflächen und -körpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>	
<p>21 Hier siehst du einen Achsenschnitt. Aus welchen Teilkörpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>		<p>28 Rotierende Flächen ergeben Körper. Aus welchen Teilflächen und -körpern setzt sich dieser Körper zusammen?</p>	

VORANSICHT

M 8

Üben im Sachkontext –  
die Bibliothek in der Glaspypamide

IV/A



Foto: M. Duckek, Ulm

Die Ulmer Stadtbibliothek sieht aus wie ein zusammengesetzter Körper. Wie viele Glasflächen die Fensterreinigung da wohl zu säubern hat?



**Aufgaben**



1. Einmal im Jahr wird die gesamte Glasoberfläche der Stadtbibliothek (ohne Untergeschoss) gereinigt. Die Reinigungsfirma „Dreckweg“ berechnet 1 € pro Quadratmeter und verlangt für schwerer zugängliche Stellen wie das Dach der Bibliothek 25 % Zuschlag. Wie gehst du vor?



2. Erkläre deine Vorgehensweise einem Partner. Diskutiert eure Ideen und einigt euch auf ein Vorgehen. Berechnet die Lösung.
3. Bereitet eine kurze Präsentation eures Lösungsweges vor.

IV/A

## M 8 Üben im Sachkontext – die Bibliothek in der Glaspyramide

Die Bürger der Stadt Ulm staunten nicht schlecht, als im Jahr 2004 auf dem Marktplatz eine 36 Meter hohe Glaspyramide mit quadratischer Grundfläche gebaut wurde<sup>1</sup>. In ihr ist die Stadtbibliothek untergebracht, die auf 4 Stockwerken zum Schmökern einlädt.

Zu Beginn hatte der Bau für heftige Diskussionen gesorgt. Mittlerweile haben sich die meisten Bürger aber an das moderne Gebäude mit den komplett verglasten Wänden gewöhnt und sind sogar stolz darauf. Paris hat ja schließlich auch eine eigene Glaspyramide!



Foto: M. Duckek, Ulm

Die Ulmer Stadtbibliothek sieht aus wie ein zusammengesetzter Körper. Wie viele Glasflächen die Fensterreinigung da wohl zu säubern hat?

### Aufgaben



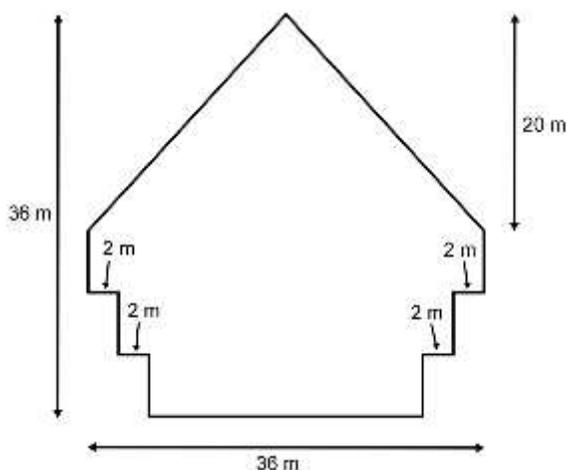
1. Einmal im Jahr wird die gesamte Glasoberfläche der Stadtbibliothek (ohne Untergeschoss) gereinigt. Die Reinigungsfirma „Dreckweg“ berechnet 1 € pro Quadratmeter und verlangt für schwerer zugängliche Stellen wie das Dach der Bibliothek 25 % Zuschlag. Wie gehst du vor?



2. Erkläre deine Vorgehensweise einem Partner. Diskutiert eure Ideen und einigt euch auf ein Vorgehen. Berechnet die Lösung.

3. Bereitet eine kurze Präsentation eures Lösungsweges vor.

### Skizze des Gebäudes:



<sup>1</sup> [http://www.baunetz.de/meldungen/Meldungen\\_Zentralbibliothek\\_Ulm\\_von\\_Boehm\\_fertiggestellt\\_15923.html](http://www.baunetz.de/meldungen/Meldungen_Zentralbibliothek_Ulm_von_Boehm_fertiggestellt_15923.html)

## Rund um die Einzelstunde

<b>Klasse:</b>	10 (Einführungsphase der gymnasialen Oberstufe) <sup>1</sup>
<b>Dauer:</b>	7 Stunden (inkl. Lernkontrolle)
<b>Inhalt:</b>	Volumen und Oberfläche von zusammengesetzten Körpern berechnen; Netze und Schrägbilder erstellen; fehlende Werte berechnen (z. B. mit dem Satz des Pythagoras oder den Winkelfunktionen)
<b>Ihr Plus:</b>	
✓	Material zur Selbsteinschätzung und Selbstüberprüfung
✓	Übungskartei auf <b>CD-ROM 67</b>

### Didaktisch-methodische Hinweise

Für die Bestimmung des Volumens von räumlichen Körpern gibt es Formeln, für die Berechnung der Oberfläche dieser Körper auch. Dennoch fällt die Bestimmung dieser Maßzahl vielen Schülern schwer, da sie zunächst die Teilflächen identifizieren müssen, aus denen sich die gesamte Oberfläche zusammensetzt. Diese Unerrichtseinheit bietet viel Übungsmaterial zu beiden Themenkomplexen.

#### Das Vorstellungsvermögen trainieren

Anhand der zusammengesetzten Körper und Honikörper lässt sich gut das **räumliche Vorstellungsvermögen** schulen. Dieses spielt nicht nur in der Mathematik eine Rolle, sondern ist auch im Alltag hilfreich. Die Raumvorstellung ist ein Teilaspekt unserer Intelligenz.

Das räumliche Vorstellungsvermögen wird durch fünf Fähigkeiten beschrieben:

- die Fähigkeit, mit Körpern oder Teilkörpern zu operieren (Veranschaulichung, Vorstellung);
- die Fähigkeit, Lagebeziehungen zwischen Körpern und Teilkörpern zu erfassen und hierbei zu erkennen, welche Berührungsflächen es zwischen zwei Körpern gibt (räumliche Beziehung);
- die Fähigkeit, sich selbst im Raum zu orientieren und dabei festzustellen, welche Flächen für einen selbst sichtbar sind (räumliche Orientierung);
- die Fähigkeit, mehrere räumliche Informationen zu verarbeiten und zu manipulieren (räumliche Wahrnehmung);
- die Fähigkeit, eine Fläche virtuell um eine Achse rotieren zu lassen und einen virtuellen Körper zu erkennen (Vorstellungsfähigkeit von Rotation).

Diese Fähigkeiten trainieren die Lernenden mit den Materialien dieser Einheit.

<sup>2</sup> Die Körperberechnung ist im Allgemeinen in Klasse 9 angesiedelt. Jedoch setzen sich Ihre Schüler in diesem Beitrag nicht mit einfachen, sondern mit zusammengesetzten Körpern und deren Netzen auseinander. Das erfordert räumliches Vorstellungsvermögen. Die Aufgaben sind zum Teil so schwierig, dass es durchaus sinnvoll ist, den Beitrag erst in Klasse 10, und damit nach G 8 in der Einführungsphase der gymnasialen Oberstufe zu unterrichten.