

Reihe 15 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Selbsttests für AIDS, Hepatitis und Co

Zu Risiken und Nebenwirkungen fragen Sie Ihren Mathematiker!

Antonius Warmeling, Hagen



II/C

© Mark Hatfield / Getty Images

Schnelltest zu Hause

Klasse: 10–13

Dauer: 5–6 Stunden

Inhalt: die Aussagen zu Schnelltests werden einer mathematischen Bewertung unterzogen

Bedingte Wahrscheinlichkeit, Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit, Satz von Bayes

Ihr Plus:

- ✓ Alltagsbezug,
- ✓ Excel-Dateien zur direkten Berechnung des positiven Vorhersagewertes und anderer Größen

Im Moment wird in der interessierten Öffentlichkeit diskutiert, ob man in Deutschland – wie schon in anderen Ländern – sog. **Selbst- oder Heimtests** auch an Privatpersonen abgeben darf. Bisher ist das noch nicht erlaubt, obwohl solche Testkits schon seit einigen Jahren im Internet erworben werden können. Die amtliche Begründung dafür bezieht sich dabei u. a. auf die Risiken der Laienanwendung und der fehlenden Beratung. In diesem Beitrag wird gezeigt, wie die Mathematik die nötigen Erkenntnisse vermittelt, um Testergebnisse richtig zu interpretieren und ggf. die nötigen Konsequenzen zu ziehen.

Didaktisch-methodische Hinweise

Voraussetzungen

Wichtige Grundlagen für die Behandlung der Selbsttests (= Heimtests) sind der **Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit** und der Umgang mit **Baumdiagrammen** (siehe z. B. [5]).

Die Aufgaben können Sie nach der Erarbeitung des **Satzes von Bayes** als Übungsmaterial einsetzen. Sie sind aber noch besser dafür geeignet, den Satz von Bayes zu entwickeln.

Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Satz von Bayes

A und B seien zwei Ereignisse und \bar{A} bzw. \bar{B} die entsprechenden Gegenereignisse. Dann bezeichnet $P(B|A)$ die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B, wenn vorher das Ereignis A eingetreten ist. Man liest kurz „P von B unter der Bedingung A“.

In einigen Schulbüchern wird die entsprechende Schreibweise $P_A(B)$ verwendet.

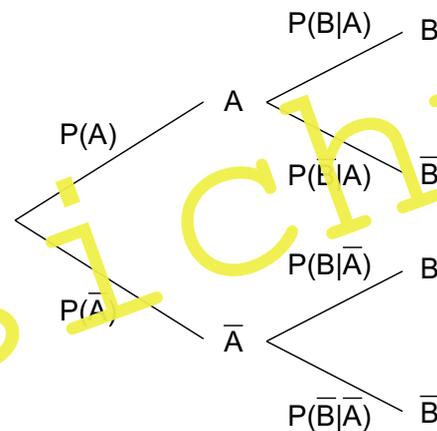
Mithilfe der Pfadmultiplikations- und der Pfadditionsregel ergibt sich daraus der **Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit**.

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

Der **Satz von Bayes** erlaubt es, aus der bekannten bedingten Wahrscheinlichkeit $P(B|A)$ die unbekannt bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$ zu berechnen:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$

In diesem Sachzusammenhang kann der Satz von Bayes benutzt werden, um mithilfe der **Parameter des Tests (Sensitivität und Spezifität)** auszurechnen, ob eine Erkrankung tatsächlich vorliegt, wenn der Test positiv ausfällt, bzw. nicht vorliegt, wenn der Test ein negatives Ergebnis bringt. Ein positives Testergebnis meint hier, dass die Erkrankung angezeigt wird.



Selbsttests

Unter Selbst- bzw. Heimtests versteht man Testkits, mit denen man ohne Hinzuziehung eines Arztes, Krankenhauses bzw. einer Beratungsstelle zu Hause mithilfe von Speichel, Urin oder Blut auf eine bestimmte Erkrankung testen kann. Die Ergebnisse sind häufig innerhalb von Minuten verfügbar.

Bei den Selbsttests zu HIV, Hepatitis C u. a. Erkrankungen handelt es sich wie bei dem ELISA[®]-Labortest um **Antikörper-Suchtests**. Da sich diese erst bilden müssen, ist ein negatives Ergebnis (= der Test zeigt an, dass die Krankheit nicht vorhanden ist) immer nur dann tatsächlich aussagekräftig, wenn das sogenannte diagnostische Fenster berücksichtigt wird.

Diese Selbsttests sind seit einiger Zeit über das Internet erhältlich, obwohl sie bis zum jetzigen Zeitpunkt in Deutschland nicht an Privatpersonen abgegeben werden dürfen. Gesundheitsminister Jens Spahn bereitet im Moment eine Gesetzesänderung vor (siehe [3]), die diese Einschränkung aufhebt. Es wird erwartet, dass diese Änderungen noch in 2018 in Kraft treten.

Umso wichtiger ist es, dass Ihre Schüler mit den Aussagen eines Selbsttestergebnisses richtig umgehen lernen. Wegen der kleinen Prävalenz ist nämlich der Anteil der falsch-positiven Ergebnisse erstaunlich hoch, obwohl die Tests mit ihren Angaben zur Sensi-

Reihe 15 S 5	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Material	Thema	Stunde
M 1	Ein kleiner Piks für die Gewissheit Ein Zeitungsbericht als Problemaufriss	1.
M 2	Der HIV-Heimtest in der mathematischen Prüfung Mathematische Untersuchung eines Testkit-Einsatzes	2./3.
M 3	Bestätigung oder Entwarnung Wann und warum der Zweittest nötig ist	3./4.
M 4 (LEK)	Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen! Übungen – u. a. zum Nachweis von Hepatitis C	5.
	ggf. Erarbeitung „Satz von Bayes“	
M 5 (Fo)	Die Tests konkret – diskutieren Sie Pro und Contra solcher Tests! Das Gelernte in der Gruppe reflektieren	6.
	Glossar Erläuterung der Fachbegriffe	

II/C

Minimalplan

Wenn Sie wenig Zeit haben, können Sie ggf. auf Material **M 1** verzichten und nach einer kleinen eigenen Einführung nur die Materialien **M 2** und **M 3** bearbeiten und besprechen.

Reihe 15	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 1 Ein kleiner Piks für die Gewissheit

Aus: Julia Emmrich: Gesundheitsminister Jens Spahn will HIV-Selbsttests für jeden zugänglich machen. Der Grund: Viele Menschen scheuen den Gang zum Arzt. In: Westfälische Rundschau, 08.06.2018

II/C

Berlin. Ein Stich in den Finger, ein Tropfen Blut, ein paar Minuten Wartezeit – und der Selbsttest zeigt, ob eine HIV-Infektion vorliegt oder nicht. Die Methode ist einfach und gilt als sicher und zuverlässig: Bundesgesundheitsminister Jens Spahn will HIV-Schnelltests jetzt für jeden leicht zugänglich machen. „Der HIV-Selbsttest ist ein Meilenstein beim Kampf gegen Aids. Er kann auch jene erreichen, die sich sonst nicht testen lassen würden“, sagte der CDU-Politiker dieser Redaktion.

HIV-Schnelltests dürfen in Deutschland bislang nur an Ärzte, Krankenhäuser, Gesundheitsämter, medizinische Laboren oder Beratungsstellen abgegeben werden. Doch viele scheuen den Gang zum Arzt – oder ahnen eben gar nichts von ihrer Infektion: „Schätzungsweise 13 000 Menschen in Deutschland wissen nicht von ihrer HIV-Infektion“, warnt Spahn.

Das Problem: Durch die lange Symptomlosigkeit bleiben HIV-Infektionen häufig viele Jahre unerkannt. Schon vor der Angst vor einer positiven Diagnose sollten aber keine Gründe sein, sich bei einem Verdacht nicht testen zu lassen, heißt es im Gesundheitsministerium. Denn: Dank einer heute guten medizinischen Versorgung werde das Virus in der Regel im Körper so stark zurückgedrängt, dass es den betroffenen Menschen gesundheitlich gut gehe und sie die Infektion nicht mehr weitergeben könnten.

Wie wichtig dabei eine schnelle Diagnose ist, zeigt sich bei den Therapieerfolgen: Nach mehr als 30 Jahren Forschung am Virus wissen Ärzte inzwischen, wie man mithilfe von kombinierten Medikamenten dessen Ausbreitung im Körper so hemmen

kann, dass HIV längst kein Todesurteil mehr ist. Je früher man damit beginnt, desto besser ist die Prognose für den Patienten: „Menschen mit HIV haben heute eine fast normale Lebenserwartung“, sagt Holger Wicht von der Deutschen Aidshilfe. „Voraussetzung ist eine rechtzeitige Diagnose und Behandlung.“

Doch das kostet: Zwar ist für den überwiegenden Teil der Infizierten der Zugang zu Medikamenten kein Problem, für Menschen ohne Krankenversicherung aber gebe es nach wie vor keinen geordneten Zugang zu einer angemessenen HIV-Behandlung, beklagen Experten. [...]

Tests weisen Antikörper nach – die müssen sich erst bilden

Die Produkte seien inzwischen so ausgefeilt, dass das Risiko von falschen Anwendungen und Fehldiagnosen nur noch sehr gering sei. So würden Studien keinen Anstieg von riskantem Verhalten nach negativen Selbsttests feststellen. Auch das Risiko, dass ein Test trotz einer Infektion ein falsches negatives Ergebnis anzeige, sei nur noch gering.

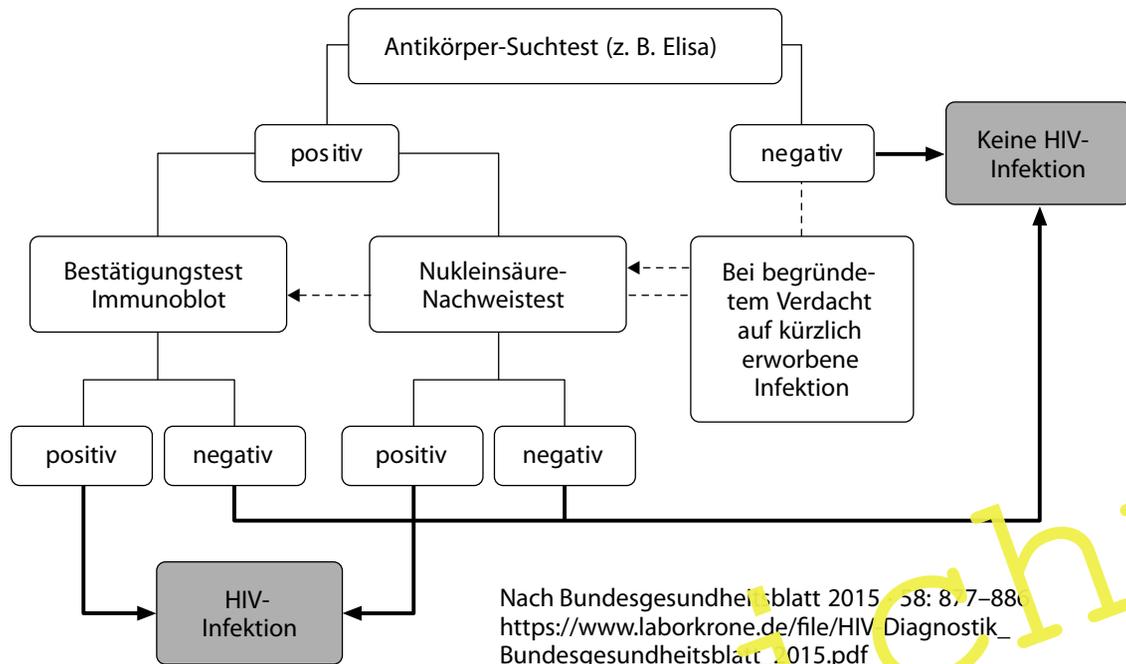
Doch ganz so schnell, wie der Name klingt, ist auch der HIV-Schnelltest nicht: Er weist wie viele ähnliche Tests nicht das Virus direkt nach, sondern kann nur feststellen, ob der Körper Antikörper gegen das Virus gebildet hat. Diese körpereigene Reaktion dauert: Der Test kann nach Angaben der Deutschen Aidshilfe daher erst zwölf Wochen nach einer möglichen HIV-Übertragung, etwa durch ungeschützten Sex, sicher ausschließen, dass diese erfolgt ist. Das Ergebnis „HIV-negativ“ ist also erst drei Monate später zuverlässig.

Arbeitsauftrag:

- Unterstreichen Sie die nach Ihrer Meinung wichtigsten vier bis fünf Sätze.
- Recherchieren Sie, welche Heimtests (= Selbsttests) angeboten werden, und finden Sie für mindestens einen alle wichtigen Informationen heraus.



M 3 Bestätigung oder Entwarnung



II/C

Aufgaben

- a) Beschreiben Sie, wie es gemäß den Empfehlungen des Bundesgesundheitsblattes nach der Durchführung eines HIV-Heimtests weitergehen muss.

Tipp

Beachten Sie das Glossar.

- b) Nehmen Sie an, alle beim Heimtest positiv getesteten Menschen lassen nun einen Immunoblot-Bestätigungstest machen. Solche Tests, die nur im Labor durchführbar sind, haben eine geringere **Sensitivität** (80 %) und eine sehr hohe **Spezifität** (99,99 %). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mensch tatsächlich HIV-positiv ist, wenn nach einem positiven Heimtest auch der Bestätigungstest positiv ist.



Tipp

Beachten Sie, dass nur noch die Menschen mit einem positiven Testergebnis diesen zweiten Test machen.

- c) Bestätigen Sie durch Rechnung, dass nach einem negativen Heimtest ebenso wie nach einem negativen Bestätigungstest mit hoher Wahrscheinlichkeit davon ausgegangen werden kann, dass keine HIV-Infektion vorliegt.
- d) Untersuchen Sie mit dem bis hierher erworbenen Wissen noch einmal die Aussagen des Zeitungsberichts aus der Westfälischen Rundschau (**M 1**). Was ist richtig, was falsch dargestellt? Fehlt etwas Wichtiges?

Reihe 15	Verlauf	Material S 4	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 4 Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen!

In einem Kommentar zu einem ZEIT-Beitrag zu Heimtests vom 8. Juni 2018

(<https://www.zeit.de/wissen/gesundheit/2018-06/hiv-selbsttest-aids-schnelltest-medizin/seite-2>)

schreibt Jokeris (leicht gekürzte Version):

Es ist sehr zur Vorsicht zu raten.

Auf Basis von RKI-Daten (RKI = Robert-Koch-Institut) beträgt die „falsch-positiv“-Rate bis zu 1:200, d. h. 1 echter Kranker auf ca. 200 positive Testpersonen. Der Rest (199) wären falsche Alarme.

Denn: HIV ist eine sehr seltene Krankheit insbesondere in Nicht-Risikogruppen (heterosexuell, feste Partner und keine Drogen) in Abgrenzung zu Hoch-Risikogruppen (männlich, homosexuell und Drogen).

Die sehr niedrige Prävalenz hat Konsequenzen, da die Spezifität der HIV-Tests nicht 100 % ist, sondern ca. 98 % (nach Herstellerangaben). Die Spezifität gibt an, welcher Anteil der Gesunden korrekt als gesund erkannt wird („richtig-negativ“-Rate). Bei seltenen Krankheiten ist dieser Wert hoch, da es viele Gesunde gibt.

Das was den Patienten interessiert, ist der PPV (positive predictive value) oder auch positiver Vorhersagewert. Das ist der korrekt als krank erkannte Kranke. Da es wenige Kranke gibt, ist dieser Wert klein. D. h., es gibt viele „falsch-positive“. Dieser Wert gibt kein Hersteller an.

II/C

Aufgabe 1

- Untersuchen Sie die Aussagen von Jokeris mithilfe Ihrer Berechnungen in Material **M 2**. Geben Sie an, welche Aussagen korrekt sind und welche Sie korrigieren würden.
- Machen Sie eine Aussage zum negativen Vorhersagewert (also der Wahrscheinlichkeit, dass ein negativer Test tatsächlich zeigt, dass der Mensch nicht HIV-infiziert ist). Gehen Sie dabei von einer Sensitivität von 99 % und einer Spezifität von 98 % (lt. Jokeris) aus.

Das Hepatitis-C-Virus (HCV) wird durch Blutkontakte übertragen und führt u. U. bei einer chronischen Erkrankung bis zur Leberzirrhose. Man schätzt die Prävalenz in der deutschen Allgemeinbevölkerung bei etwa 0,2–0,3 %, bei Risikogruppen wie Drogenabhängigen ist sie weitaus höher.

Der Selbsttest OraQuick[®] ist ein Antikörper-Suchtest mit einer Sensitivität von 99,7–99,9 % und einer Spezifität von 99,6–99,9 % (mehr Informationen:

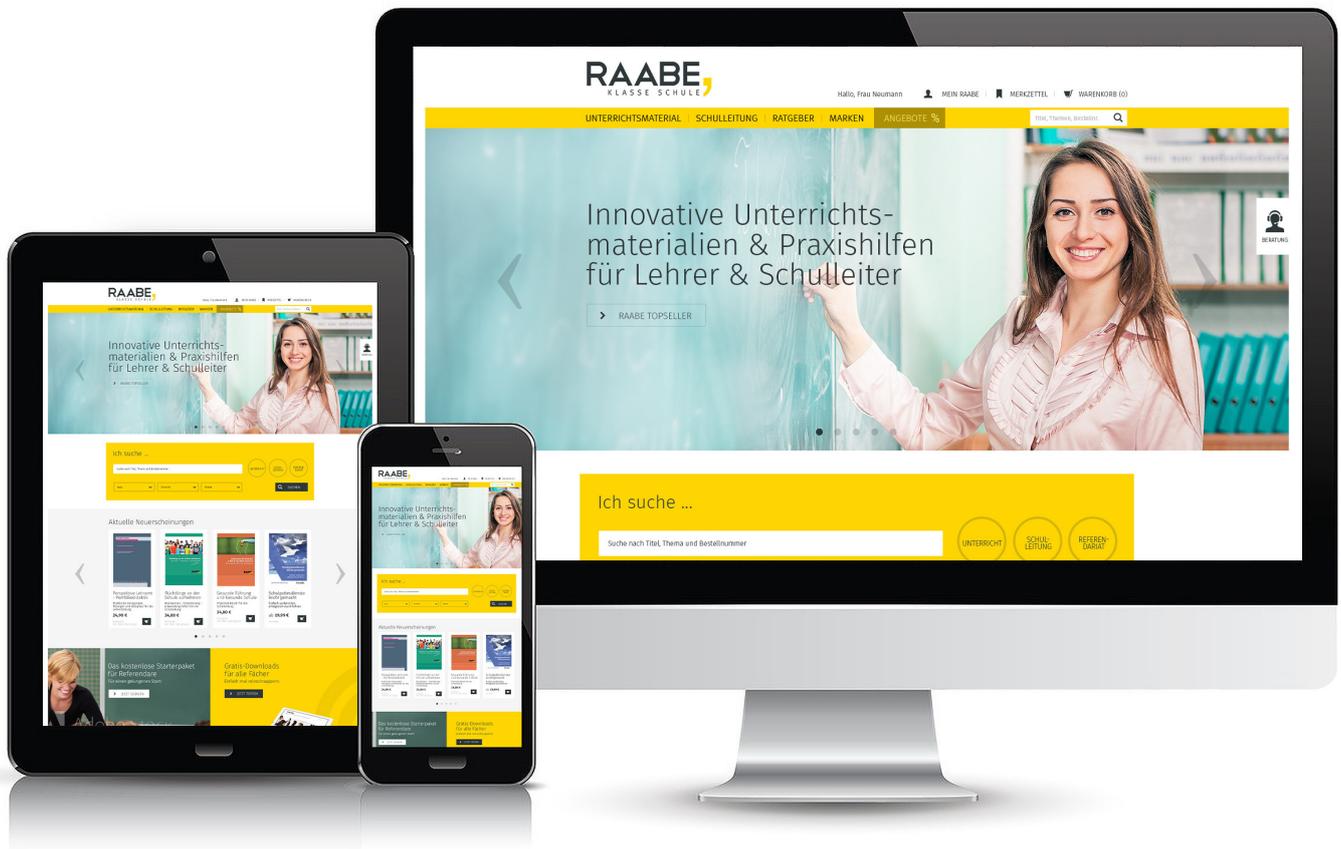
<http://infekt.ch/2011/03/zuverlaessiger-20min-hcv-antikoerper-schnelltest-mit-fingerblut-oder-speichel/>, zuletzt abgerufen am 29.10.2018).

Ein positives Testergebnis muss immer durch einen direkten Nachweis des Virus mittels PCR (polymerase chain reaction) bestätigt bzw. widerlegt werden. Bei einem negativen Ergebnis kann man davon ausgehen, dass keine HCV-Infektion vorliegt.

Aufgabe 2: Nachweis von Hepatitis C

- Zeichnen Sie ein Baumdiagramm zum zweistufigen Zufallsversuch HCV+/HCV- und T+/T-.
- Bestimmen Sie den positiven und den negativen Vorhersagewert und bewerten Sie auf dieser Basis den letzten Absatz zu OraQuick[®] (s. o.).
- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen zum HIV-Schnelltest (**M 2**) und begründen Sie die Unterschiede.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de