

Reihe 22 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Abstieg oder Klassenerhalt? – Statistische Kennwerte rund um die Fußballbundesliga ermitteln

Ute Sproesser, Joachim Engel und Sebastian Kuntze, Ludwigsburg



© Thinkstock/Getty Images News

Faszination Fußball – längst ist Fußball nicht nur Sport, sondern auch ein Event, das die Deutschen begeistert. Nutzen Sie die Materialien für Ihren Unterricht.

I/E

Klasse: 8/9

Dauer: 6 Stunden

Inhalt: Daten aus Tabellen entnehmen, Aussagen aufgrund von Daten bewerten; Prognosen aufstellen; Umgang mit statistischen Kennwerten: Minimum, Maximum, Spannweite, arithmetisches Mittel, Zentralwert, unteres und oberes Quartil; Arbeit mit und Interpretieren von Diagrammen: Boxplot, Liniendiagramm, Säulendiagramm; Reflexion über datenbezogene Reduktion und Variabilität

Ihr Plus:

- ✓ Aufgaben mit Selbstkontrolle und Tippkarten
- ✓ Wiederholungslatt zu den Kennwerten der Statistik

Leben der Jungen und mittlerweile auch die Mädchen an der Fußballbundesliga interessiert. Sie beschäftigen sich bereits mit Fragen wie „Mit wie vielen Punkten schafft man den Klassenerhalt/die Meisterschaft?“ auseinandergesetzt. Darüber hinaus hat die Fußball-euphorie der letzten Weltmeisterschaft(en) gezeigt, dass Fußball längst ein Phänomen ist, das die Massen begeistert. Fußball-Grundwissen zählt gewissermaßen zur Allgemeinbildung. Insofern lohnt sich die Auseinandersetzung mit der Statistik des Fußballs, auch wenn man selbst kein Fußballfan ist.

Reihe 22 S 2	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Relevanz realer Daten im Schulalltag

In diesem Beitrag wird mit den realen Daten der Bundesliga gearbeitet.

Die **Auseinandersetzung** mit „**realen Daten**“ ist schon seit einigen Jahren in den Vordergrund der Schuldidaktik gerückt. Sie ermöglichen zwar nicht immer eindeutige Lösungswege und Ergebnisse, jedoch begegnen reale Daten den Lernenden im täglichen Leben. In Zeitungen oder dem Fernsehen sind **Statistiken** oft Grundlage datenbasierter Entscheidungen. Es ist daher wichtig, dass Ihre Schüler lernen, mit realen Daten und dem gewissen Maß an Mehrdeutigkeit, die diese mit sich bringen, umzugehen. Da Mathematik in den Augen vieler Lernender etwas „ganz Genaueres und Eindeutigeres“ ist, kann die Mehrdeutigkeit der Daten einigen von ihnen schwerfallen. Sie müssen lernen, dass es bei diesen Materialien selten ein klares „richtig“ oder „falsch“, sondern oft verschiedene sinnvolle Ergebnisse geben kann. Weisen Sie die Lernenden darauf hin, dass Daten häufig **zufällige Abweichungen** enthalten und oft nur schwer exakt vorhersagbar sind. Man spricht hier von „**statistischer Variabilität**“ – ein Begriff, den Sie nicht zuletzt für die Arbeit an diesen Materialien gewinnbringend in Ihrer Klasse einführen können.

Statistische Kennwerte bieten eine Möglichkeit, mit großen Datenmengen umzugehen und sich so einen Überblick über die in Daten enthaltenen Informationen zu beschaffen. Dabei wird der Informationsgehalt der Daten reduziert, mit dem Ziel, die zentralen Aussagen herauszufinden. Die **Strategien** der „**Daten-Reduktion**“ gehören zu den **zentralen Lernzielen** dieser Unterrichtssequenz. So lernen Ihre Schüler die Idee der Reduktion im Zusammenhang mit Basis-Inhalten zur Datenanalyse handlungsorientiert kennen.

So festigen Sie das Wissen Ihrer Schüler nachhaltig!

Unterstützen Sie den Wissensaufbau zu „**statistischer Variabilität**“ und „**Daten-Reduktion**“ durch **Plenumsphasen**, in denen alle Lernenden ihre Ergebnisse vorstellen und verteidigen. Sie vergleichen Argumentationen und Interpretationen und tauschen sich über die Sicherheit von Prognosen aus. Nutzen Sie dazu z. B. die Methode „**Think – Pair – Share**“ (Gallin, 1999). Dies bietet sich besonders bei ungewohnten Aufgabentypen an.

Think – Pair – Share	Methodentipp
Think: Ihre Schüler bearbeiten die Aufgabe selbstständig.	
Pair: Im Anschluss tauschen sich die Tischnachbarn oder Partner zu zweit aus.	
Share: Zuletzt werden Fragen und auch entstandene Konflikte im Plenum geklärt.	

Unterrichtliche Voraussetzungen

In einigen Materialien wird mit **statistischen Kennwerten** wie dem **Zentralwert** oder **Quartilen** sowie **Boxplots** gearbeitet. Es ist hilfreich, wenn diese den Lernenden bereits bekannt sind und Material **M 4** nur als kurze Wiederholung dient. Es ist auch denkbar, die Inhalte mit Material **M 4** erstmalig zu erarbeiten. Hierzu sollten Sie sich mehr Zeit nehmen und den Lernenden mehr Unterstützung durch gemeinsame Phasen geben.

Reihe 22 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Verlauf¹

Die Einheit ist einerseits zur **Wiederholung** und **Übung** statistischer Kennwerte gedacht. Andererseits regen die Materialien zur Reflexion an und lassen die Lernenden die Geheimnisse von realen Daten aufdecken: Neben der technischen Arbeit mit den Statistiken zur Bundesliga erkennen sie Strukturen und gewinnen neue, zuvor verborgene Erkenntnisse. Durch die **Farbfolie** in **M 1** werden Ihre Schüler auf dem Themenkomplex „Fußballbundesliga“ eingestimmt und erhalten grundlegende Informationen für zukünftige Aufgaben. Im **Arbeitsblatt M 2** setzen sich die Lernenden mit der Frage auseinander, mit wie vielen Punkten ein Verein aus der Bundesliga abstiegt. Dazu befassen sie sich mit den realen **Daten der letzten Spielzeiten (M 3)** und versuchen, daraus eine „Prognose“ abzuleiten. Insbesondere werden sie dazu aufgefordert, ihre eigenen Hypothesen im Hinblick auf die Prognosesicherheit zu beurteilen.

Zur **Wiederholung** bzw. **Einführung statistischer Kennwerte** und des **Boxplots** kann Material **M 4** als Hausaufgabe oder im Unterricht bearbeitet werden. Vergrößert eignet sich Material **M 4** als Übersicht im Klassenzimmer. Material **M 5** verbindet die Thematik „Abstieg“ aus Material **M 2** mit Überlegungen zu den in Material **M 4** wiederholten bzw. erlernten Kennwerten. Dazu reflektieren Ihre Schüler kritisch, inwieweit die Kennwerte hilfreich bei einer **Prognose zum Abstieg** sind.

In Material **M 6** wenden die Lernenden ihre Kenntnisse zur Erstellung einer **Hypothese im Kontext** „Deutsche Meisterschaft“ an. Dabei lassen auch vertiefende Überlegungen (z. B. über den Abstand zum Tabellenzweiten) einfließen. Außerdem lernen Ihre Schüler, wie sie den **Boxplot interpretieren** können. Im Zusammenhang mit Spielertransfers setzen sich die Lernenden in **M 7** mit einem **Ständediagramm** auseinander. Zu einem Ausschnitt des Schaubildes schreiben sie eine Geschichte, die die Mitschüler anschließend dem richtigen Zeitpunkt des Schaubildes zuordnen. Zu vielen Aufgaben finden Sie im Material **M 8 Tippkarten**, die den Lernenden Denkanstöße geben. Den Abschluss der Unterrichtseinheit bildet die **Lernerfortschrittskontrolle M 9** im Kontext „Gelbe und Rote Karten“, in der die Lerninhalte der Einheit aufgegriffen werden.

So gelingt Ihnen die Differenzierung

Viele der Aufgaben sind bewusst offen gehalten und erlauben demnach verschiedene individuelle Lösungsansätze und Ergebnisse im Sinne der **natürlichen Differenzierung**. Dies betrifft die Lösungsaufgaben, bei denen jeder auf seinem Niveau argumentieren kann, sowie die Aufgaben zum Schreiben. Zusätzlich enthalten einige Materialien **Tipps** oder **Tippkarten**, sodass sich schwächere Lernende Unterstützung holen können. Zusatzaufgaben bieten es sowohl zum Weiterdenken als auch zum Festigen grundlegender Kenntnisse und Fertigkeiten. Dabei sind die Experten-Aufgaben nicht immer mathematisch anspruchsvoll, sondern regen zur Reflexion an und sind auch für weniger starke Schüler geeignet.

Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schüler

Da Daten immer im Kontext stehen und nicht sinnvoll als isolierte Zahlwerte betrachtet werden können, muss ständig zwischen dem gebildeten statistischen Modell und der Sachsituation gewechselt werden. So üben Ihre Schüler das mathematische Modellieren (K 3). Gleichzeitig vertiefen sie den Umgang mit und die Interpretation von statistischen Diagrammen und Kennwerten. Diese reduzierten Angaben und Darstellungsformen sind zentrale Werkzeuge im Bereich der Statistik (K 4). Die Lernenden diskutieren auf Grundlage der vorliegenden Daten, wie sicher oder unsicher der Abstieg bzw. die Meisterschaft ist. Dabei stellen sie mathematische Hypothesen auf und wägen ab, was möglich ist oder zu erwarten wäre (K 6).

¹ Die hier abgedruckten Materialien sind inspiriert von: Eichler, A., Vogel, M.: Leitidee Daten und Zufall. Vieweg + Teubner, Wiesbaden 2009.

Reihe 22 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 3, K 4	L 5	... stellen Ranglisten auf, ermitteln statistische Kennwerte und zeichnen dazugehörige Boxplots (M 5, M 6, M 9),	I
K 1, K 3, K 6	L 5	... formulieren/prüfen Hypothesen und erkennen die Auswirkung der Variabilität in Hinblick auf das Aufstellen von Prognosen (M 2, M 6),	II
K 1, K 3, K 4	L 5	... stellen den Zentralwert und das arithmetische Mittel gegenüber und arbeiten die jeweiligen Vor- und Nachteile aus (M 5, M 9),	I-III
K 1, K 4	L 5	... untersuchen Boxplots und interpretieren im Sachzusammenhang (M 6, M 9),	II
K 3, K 4	L 5	... arbeiten die Vorteile eines Boxplots im Vergleich zum Säulendiagramm heraus (M 5) und beschreiben ein Liniendiagramm (M 7),	I, III

I/E

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhänge); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Zusatzmaterial auf CD

Hinweise_Quartil.doc	Anleitung und Arbeitsblatt zum Berechnen des Quartils mit Lösungen und zusätzlichen Hinweisen
Lösungstabelle_M5.doc	ausführliche Lösung zur Rangliste und den Kennwerten
Lösungstabelle_M6.doc	ausführliche Lösung zur Rangliste und den Kennwerten
Daten	vier Excel-Tabellen mit den Daten zur Fußballbundesliga und den Säulendiagrammen zu M 5 und M 6



Reihe 22 S 5	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Stunden 1–3 Daten aus der Fußballbundesliga bewerten

Material	Thema
M 1 (Fo)	Wie war das noch mit der Fußballbundesliga? Brainstorming; Begriffe und Sachverhalte rund um die Bundesliga klären
M 2	Wer steigt ab? – Daten aus der Fußballbundesliga bewerten Daten aus einer Tabelle entnehmen; eine Hypothese bewerten; eine Prognose aufstellen; Vorteile/Nachteile einer Datenreduktion erörtern
M 3	Meister und beste Absteiger der Fußballbundesliga Die Datengrundlage für Material M 2, M 5 und M 6
M 4	Zur Erinnerung: statistische Kennwerte und Boxplot Statistische Kennwerte und den Boxplot wiederholen
M 5	Abstieg oder Klassenerhalt? – Statistische Kennwerte Eine Rangliste erstellen; statistische Kennwerte bestimmen und interpretieren; einen Boxplot zeichnen; den Boxplot einem Säulendiagramm gegenüberstellen

Stunde 4/5 Deutsche Meister und Spielertransfers – eine Vertiefung

Material	Thema
M 6	Wer wird Deutscher Meister? – Hypothesen aufstellen Daten beurteilen; die Variabilität einschätzen; im Internet recherchieren; Schätzwerte finden; Hypothesen aufstellen und begründen; Hypothesen prüfen; Boxplots einander gegenüberstellen
M 7	Wer spielt in welchem Verein? – Spielertransfers Ein Bild auswerten; ein Liniendiagramm beschreiben und fortführen; den Durchschnitt berechnen; eine Geschichte zu einem Ausschnitt eines Diagramms schreiben; eine Bilanz aufstellen
M 8	Tippkarten für die Materialien M 5, M 6 und M 7 Hilfen zu den Materialien M 5, M 6 und M 7

Stunde 6 Gelb- und Rote Karten – überprüfe dein Wissen!

Material	Thema
M 9 (LEK)	Fit für den Test? – Boxplot und Durchschnitt Ihren Kenntnisstand und Lernerfolg überprüfen

Minimalplan

Wenn Zeit knapp? Beschränken Sie sich auf die Materialien M 1–M 5, in denen Ihre Schüler Daten bewerten und mit statistischen Kennwerten arbeiten.

Stunde 1: Thematischer Einstieg und Bewerten von Daten M 1, M 2 und M 3

Stunde 2: Kennwerte wiederholen und im Kontext damit arbeiten M 4 und M 5

M 4 und M 9 eignen sich zum Wiederholen auch als Hausaufgabe.

Reihe 22	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 1 Wie war das noch mit der Fußballbundesliga?



„Wer die Daten vergangener Spielzeiten interpretieren kann, schenkt die Liga auch in Zukunft ein besseres Spiel!“



I/E

Deutscher Meister

Abstiegskampf

Hin- und Rückspiel

Massenerhalt

Relegationsplatz

Drei-Punkte-Regel

- ② Thomas Müller – Borussia Dortmund gegen FC Bayern München, 0 : 1 in Dortmund zur Saison 2014/15
- ③ Patrick Herrmann – FC Bayern München gegen Borussia Mönchengladbach, 0 : 2 in München zur Saison 2014/15
- ④ die Meisterschale

①: Thinkstock/Getty Images News, ②: picture alliance/Laci Perenyi, ③: picture alliance/Laci Perenyi, ④: Florentin Pogon, ⑤: Thinkstock/Stockbyte

Reihe 22	Verlauf	Material S 2	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 2 Wer steigt ab? – Daten aus der Fußballbundesliga bewerten

18 Mannschaften haben ein Ziel: Deutscher Meister zu werden! Aber gegen Ende einer Fußballbundesliga-Saison interessiert man sich nicht nur für den 1. Platz, sondern auch dafür, wer aus der 1. Liga absteigt.



Foto: Thinkstock/ikbyte

Die zwei bis drei Mannschaften mit den wenigsten Punkten steigen in die 2. Bundesliga ab und können erst im nächsten Jahr wieder aufsteigen.

Den 16. und somit drittletzten Platz bezeichnen wir als „**besten Absteiger**“. Die Mannschaft kann sich noch einmal in der Relegation beweisen, um den Abstieg abzuwenden.

Niederlagen: Die letzten drei Plätze können den Abstieg aus der 1. Bundesliga in die 2. Liga bedeuten.

Aufgabe 1: Untersuche die Daten!

- Schau dir die Punktetabelle zu den Daten der Fußballbundesliga an (**M 3**). Ermittle aus der Tabelle, wie viele Punkte ein Verein benötigt, um nicht absteigen zu müssen, und begründe.
- Wie sicher bist du dir mit deiner Prognose? Schreibe eine Begründung auf.

Aufgabe 2: Bewerte die Hypothese!

Bewerte mit deinem Wissen aus Aufgabe 1 die Hypothese. Für wie sicher hältst du sie? Begründe schriftlich.

„Unsere Mannschaft hat nach diesem Spiel 40 Punkte erreicht! Damit ist der Klassenerhalt gesichert. Wir können nicht mehr aus der 1. Liga absteigen!“



Eine **Hypothese** ist eine unbewiesene Annahme.

Lege – der Einfachheit halber – die **Drei-Punkte-Regel** auch für die Jahre zugrunde, in denen die **Zwei-Punkte-Regel** galt.



Infokarte: Fußballbundesliga

Die Fußballbundesliga der Männer wurde zur Saison 1963/64 eingeführt und ist seither die höchste Spielklasse im deutschen Männerfußball.

In jeder Saison spielen die Mannschaften jeweils in einem **Hin-** und einem **Rückspiel** gegen jeden anderen Verein. Momentan sind 18 Mannschaften in der Fußballbundesliga, sodass sich 17 Hin- und 17 Rückrundenspieltage ergeben. Der Verein, der nach den 34 Spielen die meisten Punkte hat, ist **Deutscher Fußballmeister**. Seit der Saison 2008/09 wurde eingeführt, dass die drittletzte Mannschaft zwei **Relegationsspiele** gegen den Dritten der 2. Bundesliga bestreitet. Der Gewinner dieser Spiele (nach Punkten und Toren) spielt in der nächsten Saison in der 1. Bundesliga. Gewinnt der Verein in der 1. Liga, hat er den **Klassenerhalt** geschafft, verliert er, hat er dagegen den **Abstieg** erlitten. Die zwei Letztplatzierten der 1. Liga steigen automatisch in die 2. Liga ab, und die zwei Erstplatzierten der 2. Liga steigen automatisch in die 1. Liga auf.

Seit der Saison 1995/96 wird in der Fußballbundesliga nach dem **Drei-Punkte-Regel** gezählt, bei der es für einen Sieg drei Punkte, für ein Unentschieden einen Punkt und ansonsten null Punkte gibt. Davor war die **Zwei-Punkte-Regel** gültig, bei der ein Unentschieden ebenso mit einem Punkt, ein Sieg aber lediglich mit zwei Punkten bewertet wurde.



Foto: picture alliance/augenblick

Reihe 22	Verlauf	Material S 3	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	---------------------	------------	----------------	-----------------

Eine Fußballsaison hat zwei Spielzeiten, die Hin- und die Rückrunde. Danach trifft jede Mannschaft in 34 Spielen zweimal gegeneinander angetreten. Nach der Hinrunde hat der VfB Stuttgart (VfB) nur 17 Punkte. Ein Sportreporter interviewt den Trainer Huub Stevens in der Saison 2014/15.

Reporter: „Für den VfB sieht es momentan schlecht aus. Wie sehen Sie die Situation in dieser Saison?“

Huub Stevens: „Jetzt haben wir 17 Punkte. Wenn wir in der Rückrunde 26 Punkte holen könnten, hätten wir am Ende 43 Punkte und das müsste für den Klassenerhalt reichen. Allerdings spielen wir selbst dann mindestens bis zum 25. Spieltag gegen den Abstieg an ...“



Foto: picture alliance/Avanti-Fotografie

Trainer Huub Stevens (VfB) beim Interview

Aufgabe 3: Steigt der VfB ab?

- a) Diskutiere mit deinem Nachbarn die Aussage des Trainers Stevens. Macht euch zunächst klar, wie viele Punkte man in der Rückrunde höchstens erreichen kann. Wie oft müsste der Verein gewinnen?
- b) Nach dem 26. Spieltag hat der VfB 23 Punkte. Kann er noch mindestens 43 Punkte erreichen? Finde drei verschiedene Kombinationen für Sieg, Niederlage und Unentschieden. Fülle dazu die Tabellen aus.

Abkürzungen: S = Sieg → 3 P, U = Unentschieden → 1 P und N = Niederlage → 0 P.

Spieltag 26	27	28	29	30	31	32	33	34
S, N oder U	S → 3 P							
Punkte: noch 23	26							

Spieltag 26	27	28	29	30	31	32	33	34
S, N oder U								
Punkte: noch 23								

Spieltag	27	28	29	30	31	32	33	34
S, N oder U								
Punkte: noch 23								

c) Waren die Aussagen des Trainers zu Beginn der Rückrunde berechtigt, oder sind sie es erst am 26. Spieltag? Begründe deine Antwort.

Für Experten: Zwei Vereine haben am 29. Spieltag der Saison je 26 Punkte. Diese Information reicht noch nicht aus, um die Chancen für deren Klassenerhalt abzuschätzen. Der summierte Punktwert (hier: 26 Punkte) macht die Situation übersichtlicher. Man kann die Punkte einfach miteinander vergleichen, aber wertvolle Informationen gehen verloren.

Welche verloren gegangenen Informationen können nützlich für eine Vorhersage des Klassenerhalts sein?

Tipps Denke an die Mannschaften und deren Spieler oder die Spieltendenz.

Reihe 22	Verlauf	Material S 4	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 3 Meister und beste Absteiger der Fußballbundesliga

Saison	Bester Absteiger (16. Platz)			Deutscher Meister		
	Verein	P	Tordifferenz	Verein	P	Tordifferenz
2013/2014	Hamburger Sportverein	27	-24	FC Bayern München	90	71
2012/2013	TSG 1899 Hoffenheim	31	-25	FC Bayern München	81	80
2011/2012	Hertha BSC	31	-26	Borussia Dortmund	84	55
2010/2011	Bor. Mönchengladbach	36	-17	Borussia Dortmund	75	45
2009/2010	1. FC Nürnberg	31	-26	FC Bayern München	70	45
2008/2009	FC Energie Cottbus	30	-27	VfL Wolfsburg	69	39
2007/2008	1. FC Nürnberg	31	-16	Bayern München	76	47
2006/2007	1. FSV Mainz 05	34	-23	VfB Stuttgart	70	24
2005/2006	1. FC Kaiserslautern	33	-24	FC Bayern München	75	35
2004/2005	VfL Bochum 1848	35	-21	FC Bayern München	77	42
2003/2004	Eintracht Frankfurt	32	-17	Werder Bremen	74	41
2002/2003	Arminia Bielefeld	36	-11	Bayern München	75	45
2001/2002	SC Freiburg	30	-27	Borussia Dortmund	70	29
2000/2001	SpVgg Unterhaching	35	-24	Bayern München	63	25
1999/2000	SSV Ulm 1846	35	-26	Bayern München	73	45
1998/1999	1. FC Nürnberg	37	-10	Bayern München	78	48
1997/1998	Karlsruher SC	38	-12	1. FC Kaiserslautern	68	24
1996/1997	Fortuna Düsseldorf	33	-31	Bayern München	71	34
1995/1996	1. FC Kaiserslautern	36	-6	Borussia Dortmund	68	38
1994/1995	VfL Bochum 1848	31	-24	Borussia Dortmund	69	34
1993/1994	1. FC Nürnberg	36	-14	Bayern München	61	31
1992/1993	VfL Bochum 1848	34	-7	Werder Bremen	67	33
1990/1991	FC St. Pauli	33	-23	1. FC Kaiserslautern	67	27
1989/1990	VfL Bochum 1848	40	-9	Bayern München	68	36
1988/1989	Eintracht Frankfurt	34	-23	Bayern München	69	41
1987/1988	SVW Mannheim	35	-15	Werder Bremen	74	39
1986/1987	FC 08 Homburg	27	-23	Bayern München	73	36
1985/1986	Borussia Dortmund	33	-16	Bayern München	70	51
1984/1985	Arminia Bielefeld	37	-15	Bayern München	71	41
1983/1984	Eintracht Frankfurt	34	-16	VfB Stuttgart	67	46
1982/1983	FC Schalke 04	30	-20	Hamburger SV	72	46
1981/1982	FC Schalke 04	21	-27	Hamburger SV	66	50
1980/1981	TSV 1860 München	34	-18	Bayern München	75	48
1979/1980	Hertha BSC	40	-20	Bayern München	72	51
1978/1979	Arminia Bielefeld	35	-13	Hamburger SV	70	46
1977/1978	TSV 1860 München	29	-19	1. FC Köln	70	45
1976/1977	Karlsruher SC	37	-22	Bor. Mönchengladbach	61	24
1975/1976	Hannover 96	36	-12	Bor. Mönchengladbach	61	29
1974/1975	VfB Stuttgart	32	-29	Bor. Mönchengladbach	71	46
1973/1974	Wuppertaler SV	33	-23	Bayern München	69	42
1972/1973	Hannover 96	35	-16	Bayern München	79	64
1971/1972	Hannover 96	33	-15	Bayern München	79	63
1970/1971	Rot-Weiß Oberhausen	36	-15	Bor. Mönchengladbach	70	42
1969/1970	Eintr. Braunschweig	37	-9	Bor. Mönchengladbach	74	42
1968/1969	Borussia Dortmund	41	-5	Bayern München	64	30
1967/1968	1. FC Kaiserslautern	36	-28	1. FC Nürnberg	66	34
1966/1967	Werder Bremen	39	-7	Eintracht Braunschweig	60	22
1965/1966	Karlsruher SC	33	-36	TSV 1860 München	70	40

Den Daten der Tabelle wurde die **die Drei-Punkte-Regel** zugrunde gelegt, auch für die Jahre, in denen die Zwei-Punkte-Regel galt.

Reihe 22	Verlauf	Material S 5	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	---------------------	------------	----------------	-----------------

M 4 Zur Erinnerung: statistische Kennwerte und Boxplot

Hier ist eine Übersicht der wichtigsten Begriffe aus der Statistik, der Welt der Daten. Fülle die Lücken passend zur angegebenen Urliste aus.



Wichtige Begriffe der Statistik:

die Urliste:	enthält die Werte in beliebiger Reihenfolge	4, 2, 0, 1, 1, 5, 0, 1, 3, 2
die Rangliste:	enthält alle Werte sortiert von klein nach groß	___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___
das Minimum:	kleinster Wert	___
das Maximum:	größter Wert	___
die Spannweite:	Maximum minus Minimum	___ - ___ = ___

Mittlere Werte im Datensatz:

der Durchschnitt (arithmetisches Mittel) bezeichnet mit:	
$\bar{x} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl aller Werte}}$	$\bar{x} = \frac{4+2+0+1+1+5+0+1+3+2}{10} = \frac{20}{10} = 2$
Der Zentralwert (Median) ist der Wert in der Mitte der Rangliste. Wenn zwei Werte in der Mitte stehen, bildest du den Durchschnitt der beiden Werte.	Rangliste: ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ / ___ Zentralwert: ___

Verteilung der Daten abschätzen – oberes und unteres Quartil:

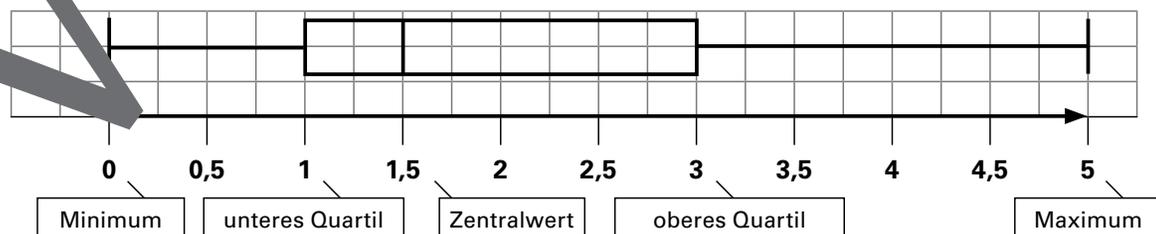
Das obere und untere Viertel der Werte bestimmt man mit dem Quartil. Gehe so vor:

Bestimme den Zentralwert der Daten.	Notiere den Teil der Rangliste oberhalb des Zentralwerts.	Bestimme den Zentralwert für den Ausschnitt der Liste.	Oberes Quartil: Mindestens 1/4 der Werte ist größer/gleich. ___; ___; ___; ___ → ___
	Notiere den Teil der Rangliste unterhalb des Zentralwerts.	Bestimme den Zentralwert für den Ausschnitt der Liste.	Unteres Quartil: Mindestens 1/4 der Werte ist kleiner/gleich. ___; ___; ___; ___ → ___

Verteilung der Daten darstellen – der Boxplot:

Mit einem Boxplot hat man schnell einen Überblick, in welchem Bereich deine Daten liegen und wie sie verteilt sind. Kontrolliere mit dem Boxplot, ob du alles richtig bestimmt hast.

1. Zeichne die Zahlengerade: vom Minimum bis zum Maximum.
2. Markiere Minimum, Maximum, Zentralwert, unteres und oberes Quartil.
3. Zeichne ein Rechteck über den Strahl vom unteren zum oberen Quartil, die sog. „Box“.
4. Verbinde Minimum und unteres Quartil bzw. Maximum und oberes Quartil mit „Antennen“.



Rangliste: 0; 0; 1; 1; 1; 2; 3; 4; 5 und Durchschnitt: 1,9

I/E

Reihe 22	Verlauf	Material S 6	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 5 Abstieg oder Klassenerhalt? – Statistische Kennwerte

Aufgabe 1: Bestimme und erkläre die Kennwerte!

- Erstelle aus der Tabelle der Fußballbundesliga (M 3) eine Rangliste für die Punkte der „besten Absteiger“, und bestimme daraus die angegebenen Kennwerte.
- Erkläre mit eigenen Worten, was die Kennwerte bedeuten.



Foto: picture alliance/
Laci Perenyi

a) Kennwert	b) Meine Erklärung
Minimum: <u> 27 </u>	So könnte eine Lösung aussehen: Bisher hatten die Mannschaften auf dem 16. Tabellenplatz am Ende der Saison immer mindestens 27 Punkte.
Maximum: <u> </u>	
Spannweite: <u> </u>	
Durchschnitt: <u> </u>	
Zentralwert: <u> </u>	
unteres Quartil: <u> </u>	
oberes Quartil: <u> </u>	

Tipp – Wenn du nicht weiterweißt, hole dir zu dieser Aufgabe einen Tipp.

32 Tipp – Mindestens ein Viertel der „besten Absteiger“ hatten bisher zwischen 27 und 32 Punkte.	A	36 Tipp – Mindestens ein Viertel der „besten Absteiger“ hatten bisher zwischen 36 und 41 Punkte.	S	41 Tipp – Die höchste Punktzahl, mit der eine Mannschaft abgestiegen ist, beträgt 41 Punkte.	N
~ 34,2 Tipp – Im Durchschnitt erzielten die besten Absteiger ca. 34,2 Punkte. Dieser Wert sagt aber z. B. nichts über die Verteilung der „besten Absteiger“ aus.	S	34 Tipp – Da dieser Wert in der Mitte der Liste liegt, weiß ich, dass es bisher gleich viele „beste Absteiger“ gab, die höchstens 34 Punkte und die mindestens 34 Punkte hatten.	I	14 Tipp – Der Abstand zwischen dem besten und dem schlechtesten Drittletzten beträgt 14 Punkte.	O

Reihe 22	Verlauf	Material S 7	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

Aufgabe 2: Welche Kennwerte sind hilfreich?

Wie hilfreich findest du den jeweiligen Kennwert für die Einschätzung der Chancen auf den Klassenerhalt? Schreibe deine Begründung daneben.



Kennwert	Meine Begründung
Minimum:	Dieser Wert ist hilfreich, da ich weiß, dass bisher alle Mannschaften mit 27 Punkten abgestiegen sind. Insofern sind die Chancen auf den Klassenerhalt für eine Mannschaft mit 27 Punkten sehr gering.
Maximum:	
Spannweite:	
Durchschnitt:	
Zentralwert:	
unteres Quartil:	
oberes Quartil:	

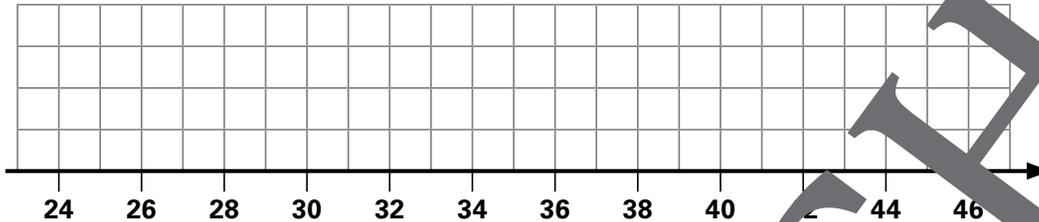
I/E

Tipp Wenn du nicht weiter weißt, hole dir zu dieser Aufgabe einen Tipp.

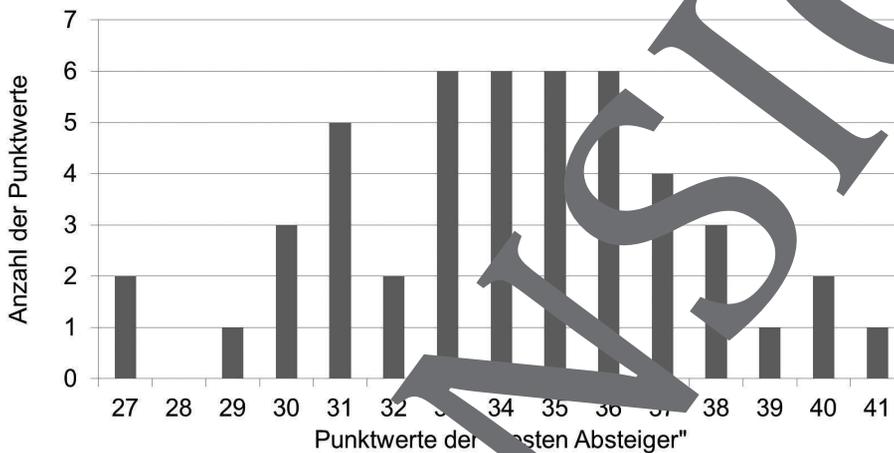
<p>Tipp Dieser Kennwert ist nützlich. Ich weiß, dass bisher fast alle „besten Absteiger“ weniger als 41 Punkte im Schnitt hatten. Mannschaften mit 41 Punkten haben gute Chancen, nicht abgestiegen zu sein.</p>	<p>Tipp Dieser Kennwert bringt mir für eine Prognose wenig. Ich weiß, dass der „beste Absteiger“ bisher 34,2 Punkte im Schnitt hatte.</p>	<p>Tipp Dieser Wert ist in der Mitte der Liste der „besten Absteiger“. Daher weiß ich, dass die Chance auf den Klassenerhalt auf der Grundlage der bisherigen Jahre bei ungefähr 50 % liegt.</p>
<p>Tipp Da dieser Wert das untere Viertel der Daten markiert, weiß ich, dass Mannschaften mit weniger als 32 Punkten bisher häufiger abgestiegen sind. Die Wahrscheinlichkeit abzustiegen ist also hoch.</p>	<p>Tipp Dieser Kennwert markiert das obere Viertel der Punkte. Mannschaften mit mehr als 36 Punkten sind bisher häufig nicht abgestiegen. Mit 36 Punkten hat man also gute Chancen zum Klassenerhalt.</p>	<p>Tipp Dieser Kennwert bringt mir für die Einschätzung der Chancen auf den Klassenerhalt wenig, da er nur aussagt, um wie viele Punkte sich der bisher schlechteste und beste Drittletzte unterscheiden.</p>

Aufgabe 3: Boxplot und Säulendiagramm

a) Zeichne den Boxplot zu den Kennwerten aus Aufgabe 1.



b) Welche Vorteile hat die Darstellung der Daten als Boxplot im Vergleich zu diesem Säulendiagramm? Schreibe auf, was du besser, schlechter oder gar nicht ablesen kannst.



Aufgabe zum Vertiefen und Wiederholen

a) Erstelle für die Punkte der Deutschen Meister eine Rangliste, und ermittle daraus die folgenden Kennwerte.

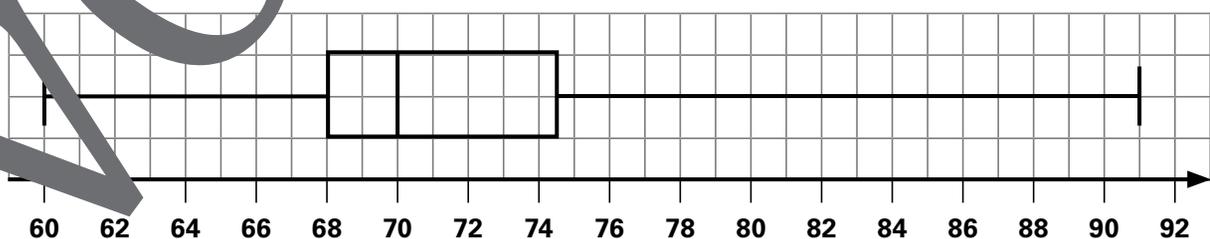
Minimum: _____ Maximum: _____
 Zentralwert: _____ Durchschnitt: _____
 unteres Quartil: _____ oberes Quartil: _____
 Spannweite: _____



Foto: Florian K.

b) Kontrolliere deine Ergebnisse mit dem abgebildeten Boxplot. Welchen Kennwert findest du dort nicht wieder? Antwort: _____

Wie viele Punkte mussten die deutschen Meister erreichen, um diese Trophäe zu erhalten?



Für Experten

Warum ist zur Beurteilung der Chancen auf den Klassenerhalt der Zentralwert nützlicher als der Durchschnitt? Begründe deine Aussage schriftlich.

Reihe 22	Verlauf	Material S 9	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 6 Wer wird Deutscher Meister? – Hypothesen aufstellen

Foto: Thinkstock/
Getty Images News



Für die meisten Fußballfans ist die wichtigste Frage am Ende einer Fußballbundesliga-Saison, wer Deutscher Meister wird. Die Untersuchung von Daten hilft dir nicht nur bei der Einschätzung von Abstiegskandidaten, sondern bringt dir auch interessante Erkenntnisse über den Deutschen Meister.

Aufgabe 1: Gibt es eine gute Hypothese für den Deutschen Meister?

- In der Punktetabelle zu den Daten der Fußballbundesliga (S. 3) stehen auch Informationen über die Deutschen Meister der letzten Jahre. Überlege dir – ausgehend von diesen Daten – eine Hypothese, mit wie vielen Punkten man „sicherlich sicher“ Deutscher Meister wird. Begründe deine Hypothese.
- Vergleiche deine Hypothese mit den Hypothesen einiger deiner Mitschüler. Überlegt gemeinsam, für wie sicher ihr die einzelnen Hypothesen haltet, und begründet dies.
- Larissa meint: „Wer 91 Punkte hat, ist auf jeden Fall Deutscher Meister!“ Akif ist nicht ihrer Meinung. Welche Gründe könntest du nennen? Schreibe eine E-Mail an Larissa, in der du ihre Hypothese kritisch beurteilst.

Tipp Dir fallen keine Gründe mehr ein? → Tippkarten zu Teilaufgabe 1c).

Boxplot zu den Punkten der „besten Absteiger“

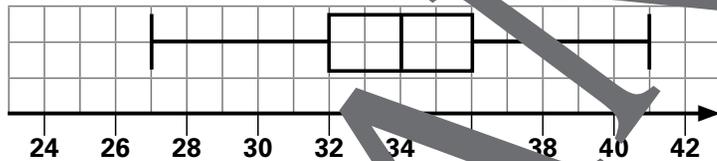
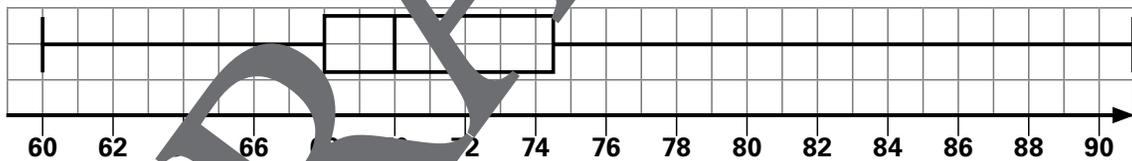


Foto: Colourbox

Boxplot zu den Punkten der Deutschen Meister



Aufgabe 2: Kann man Absteiger und Deutsche Meister miteinander vergleichen?

- Schau dir die Boxen der Boxplots genauer an. Was sagt die Größe der Boxen über die Daten aus? Formuliere eine Antwort.
- Was fällt dir bei der Antenne zum oberen Quartil der Deutschen Meister auf? Begründe deine Vermutung! Nimm auch die Tabelle zu den Daten der Fußballbundesliga zu Hilfe!

Aufgabe zu Vertiefen und Wiederholen

Untersuche die Tordifferenzen der „besten Absteiger“ und der Deutschen Meister.

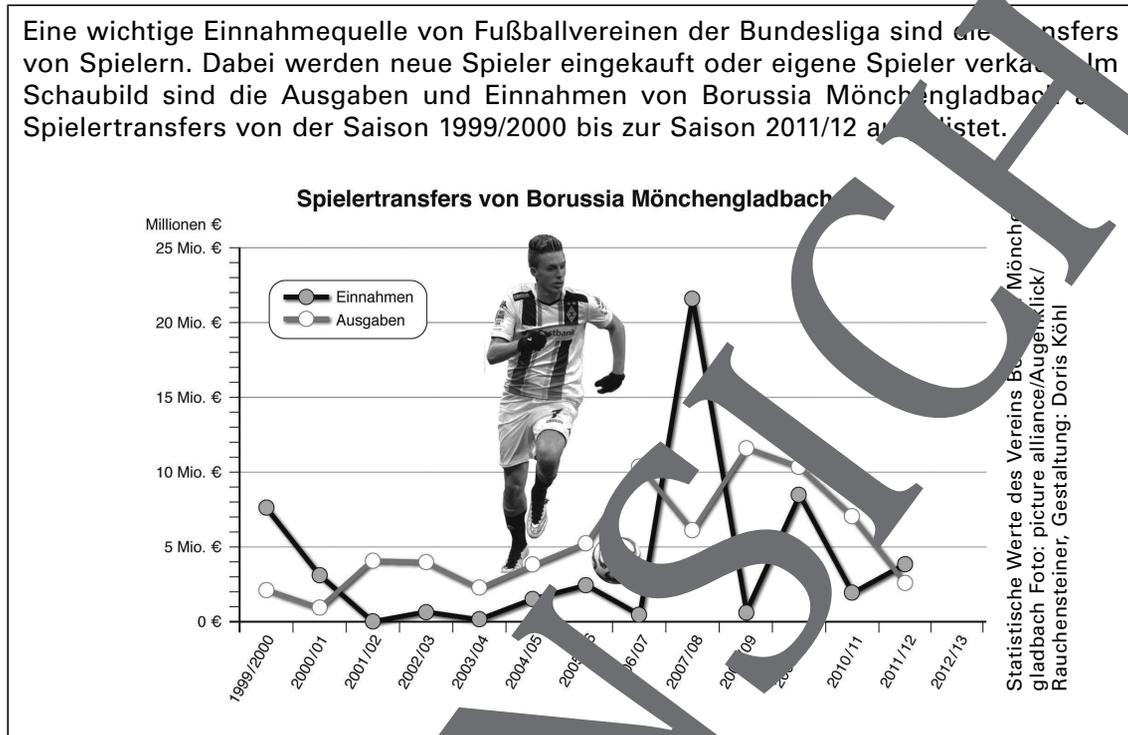
- Ordne dazu zunächst beide Datensätze in je einer Rangliste und ermittle Minimum, Maximum, Zentralwert, unteres und oberes Quartil. Erstelle daraus jeweils ein Boxplot der Tordifferenzen.
- Vergleiche die beiden Boxplots miteinander. Achte darauf, worin sich die Daten unterscheiden.

I/E

Reihe 22	Verlauf	Material S 10	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	------------------	-----	---------	----------

M 7 Wer spielt in welchem Verein? – Spielertransfers

Eine wichtige Einnahmequelle von Fußballvereinen der Bundesliga sind die Transfers von Spielern. Dabei werden neue Spieler eingekauft oder eigene Spieler verkauft. Im Schaubild sind die Ausgaben und Einnahmen von Borussia Mönchengladbach an Spielertransfers von der Saison 1999/2000 bis zur Saison 2011/12 aufgelistet.



I/E

Aufgabe 1: Erkunde das Schaubild!

- Was stellen die zwei Graphen in dem Diagramm oben dar? Beschreibe sie kurz.
- Was heißt es, wenn der Graph der Ausgaben oberhalb der Einnahmen verläuft?
- Hat Borussia Mönchengladbach von der Saison 1999/2000 bis zur Saison 2011/12 durch Spielertransfers mehr Geld ausgegeben oder eingenommen? Runde auf halbe Millionen.
- Wie hoch waren die durchschnittlichen Einnahmen und Ausgaben von der Saison 1999/2000 bis zur Saison 2011/12?

Tipp Was war noch mal der Durchschnitt? Schau auf dem Arbeitsblatt „Zur Erinnerung“ nach.

- Wähle einen bestimmten zeitlichen Ausschnitt des Schaubildes (z. B. Saison 1999/2000 bis Saison 2001/02), und schreibe eine **Geschichte** ohne Zeitangaben dazu. Gehe in der Fantasiegeschichte darauf ein, wie viele Spieler für wie viel Geld gekauft oder verkauft wurden, und „erkläre“ auch, warum. Tausche deine Geschichte mit der eines Mitschülers. Find heraus, welchen Zeitausschnitt dein Mitschüler gewählt hat.

Tipp Du kommst nicht weiter? Hole dir einen der Tipps für e).

Aufgabe 2: Über das Schaubild hinaus

- Führe das Schaubild für die Saison 2012/13 fort. Trage die Einnahmen und Ausgaben ein, wenn der Verein in dieser Saison durch Spielertransfers 5 000 000 € Gewinn für den Ausbau des Stadions macht.
- Warum gibt es in a) mehrere richtige Lösungsmöglichkeiten, das Schaubild fortzuführen? Was ist bei allen richtigen Lösungsmöglichkeiten gleich? Was unterscheidet sich?

Reihe 22	Verlauf	Material S 11	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	-------------------------	------------	----------------	-----------------

M 8 Fit für den Test? – Boxplot und Durchschnitt

<p>Aufgabe 2</p> <p>Erinnere dich an Aufgabe 1. In der Tabelle hast du für jeden Kennwert eine Erklärung. Stelle dir diese Fragen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hilft dir der Kennwert, wenn du den Klassenerhalt voraussagen willst? • Wie sicher ist der Klassenerhalt, wenn deine Mannschaft mehr Punkte hat als die Punktzahl des Kennwerts? 	<p>Tipp 1 – M 5</p> <p>Aufgabe 1 c)</p> <p>Beantworte in der Mail diese Fragen. Wenn du nicht weiterkommst, hole dir den zweiten Tipp.</p> <p>Tipp 1: Wie kommt Larissa auf die 91 Punkte? Warum hat sie nicht 93 Punkte gewohnt?</p> <p>Tipp 2: Wie viele Punkte braucht ein Verein für die sichere Deutsche Meisterschaft? Wie oft muss die Mannschaft dazu gewinnen?</p>
<p>Aufgabe 1 c)</p> <p>Lege diese Tippkarte rechts neben die erste zu Aufgabe 1c). So kannst du pro Zeile einen weiteren Tipp lesen.</p> 	<p>Tipp 2 – M 6</p> <p>Aufgabe 1 c)</p> <p>Lege auch diese letzte Tippkarte rechts neben die anderen beiden Tippkarten zu Aufgabe 1c).</p>  <p>Findest du einen größeren Punktwert als 91 Punkte in der Tabelle der Fußballbundesliga?</p> <p>91 Punkte ist nur bisher der beste Punktwert, der Maximalpunktwert ist aber</p> <p>Es gibt $2 \cdot 17 = 34$ Ligaspiele. Jede Sieg bringt dem Verein 3 Punkte, ein Unentschieden bringt 1 Punkt, eine Niederlage 0 Punkte.</p> <p>Wie oft darf sie Unentschieden spielen?</p>
<p>Aufgabe 1 e)</p> <p>Keine Ideen? Suche dir hier ein paar wichtige Punkte aus und schreibe mit konkreten Zahlen und Beträgen aus dem Diagramm eine Geschichte.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="276 1423 617 1549"> <p>Drei Spieler mussten den Verein verlassen, ...</p> </div> <div data-bbox="641 1423 941 1549"> <p>Für 1,5 Mio. € und für zwei Stürmer ...</p> </div> <div data-bbox="966 1423 1380 1549"> <p>Nach dieser Niederlage mussten wir im Verein umstrukturieren, dazu haben wir ...</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div data-bbox="276 1572 617 1699"> <p>Der dritte Sieg in Folge ...</p> </div> <div data-bbox="641 1572 998 1699"> <p>Endlich haben wir neue Sponsoren gefunden. Jetzt können wir ...</p> </div> <div data-bbox="1023 1572 1380 1699"> <p>Endlich geht es wieder bergauf! Das hat den Verein einiges gekostet: ...</p> </div> </div>	
<p>Aufgabe 1 e)</p> <p>Was sind konkrete Zahlen und Preise? Überlege dazu, ob es Neuverpflichtungen oder Verkäufe gab und ob diese zum Erfolg geführt haben oder nicht.</p> <p>Beispielsaison 1999/2000</p> <p>Einnahmen 7,5 Mio. €: Der Verein musste sparen, deshalb wurden der Superstürmer Mario für 7 Mio. € und ein älterer Abwehrspieler für 0,5 Mio. € verkauft.</p> <p>Ausgaben 2 Mio. €: Da Ersatz für Superstürmer Mario gebraucht wurde, kaufte der Verein vier junge und vielversprechende Stürmer für 0,3 Mio. €, 0,4 Mio. €, 0,6 Mio. € und 0,7 Mio. €. Borussia Mönchengladbach hoffte, dass mindestens einer dieser Stürmer in Zukunft Mario ersetzen könnte. Die Hoffnungen waren vergebens, sodass der Verein fast auf einem Abstiegsplatz landete.</p> 	

I/E

M 9 Fit für den Test? – Boxplot und Durchschnitt

In der Fußballbundesliga gibt es auch noch viele weitere interessante Statistiken. Teste dein Wissen aus den vorangegangenen Materialien am Datensatz der Gelben und Roten Karten aus der Saison 2013/14!

Anzahl der Gelben und Roten Karten für die 18 Vereine der Saison 2013/14

Aufgabe 1: Boxplot

____/15 P

- a) Erstelle eine Rangliste für die Daten der Roten Karten.

Rot:

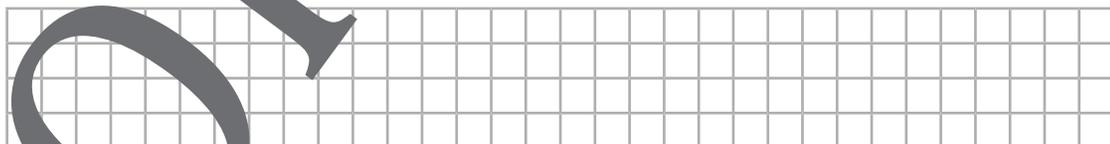
Tipp Die Liste der Gelben Karten ist bereits geordnet.

- b) Bestimme diese sechs statistischen Kennwerte der **Gelben Karten**.

Minimum:	
Maximum:	
Spannweite:	
Zentralwert:	
unteres Quartil:	
oberes Quartil:	

Verein	Gelbe Karten	Rote Karten
Borussia Dortmund	43	1
FC Bayern München	45	2
Bor. Mönchengladbach	46	0
FC Schalke 04	53	2
1. FSV Mainz 05	53	4
VfL Wolfsburg	54	2
Hannoverscher SV	54	0
Hertha BSC	56	0
VfB Stuttgart	60	3
FC Augsburg	61	1
SC Freiburg	62	1
Eintr. Braunschweig	62	0
TSV 1899 Hoffenheim	63	2
Bayer 04 Leverkusen	69	1
Hannover 96	71	2
1. FC Nürnberg	72	2
SV Werder Bremen	73	1
Eintracht Frankfurt	75	0

- c) Erstelle den Boxplot für die **Gelben Karten**.



Beschreibe den Boxplot: Was sagt er über die Verteilung der Gelben Karten aus?

Aufgabe 2: Durchschnitt

____/6 P

- a) Berechne die durchschnittliche Anzahl an Gelben Karten in der Saison 2013/14.
- b) Welche Informationen gehen verloren, wenn du den Datensatz auf den Durchschnitt reduzierst? Schreibe einen Satz als Antwort.
- c) Welche Vereine sind voraussichtlich dagegen, wenn im Fernsehen nur über den Durchschnitt der Gelben Karten berichtet wird? Begründe deine Antwort kurz.



Foto: Thinkstock/iStock

I/E

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de