

Reihe 19 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

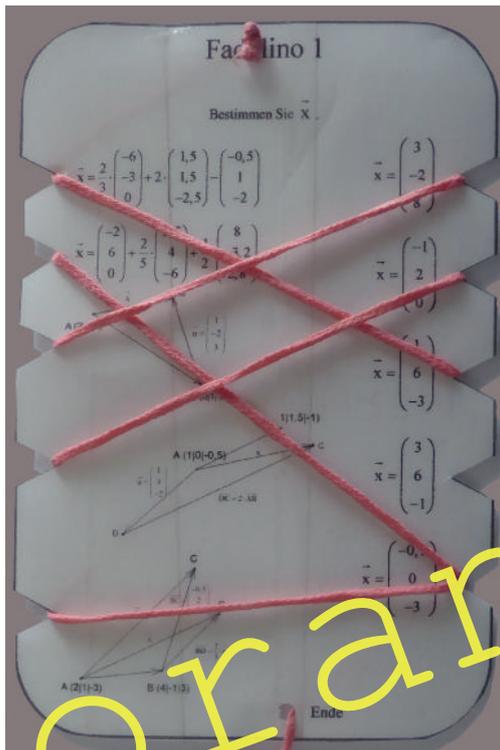
Die analytische Geometrie mit Fadolinos wiederholen

Günther Weber, Brilon

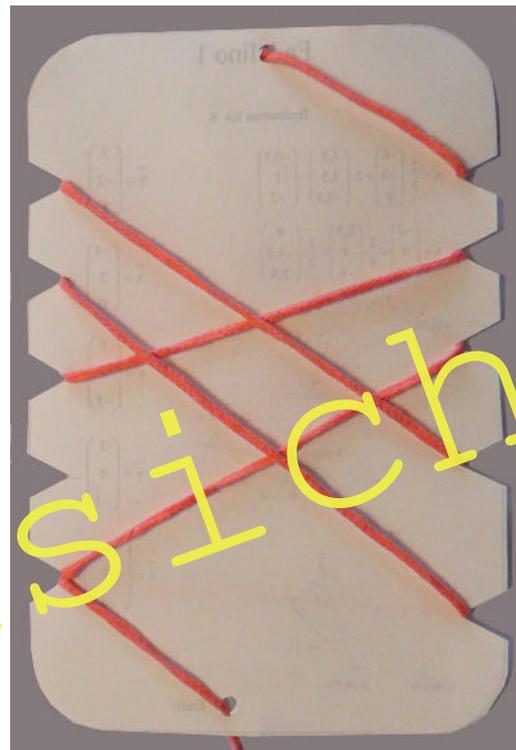
Illustrationen von: L. Oser

II/B

Beispielkarte Vorderseite



Beispielkarte Rückseite



Fotos: G. Weber

Voransicht

Klasse: 11/12

Dauer: 4–5 Stunden

Inhalt: Grundlagen der analytischen Geometrie wiederholen:

- Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren
- Betrag eines Vektors und Abstandsprobleme
- Mittelpunkt einer Strecke
- Vektoren addieren
- Lineare Gleichungssysteme lösen
- Ebenengleichung
- Winkel zwischen Geraden und Ebenen

Ihr Plus: Abiturvorbereitung

Einfache Kontrollmöglichkeit durch Fadolinos

Lineare Unabhängigkeit von Vektoren, Abstand, Ebenengleichung, Winkel – gerade zur Klausurvorbereitung braucht man Material, mit dem die Schüler schnell die Grundlagen wiederholen können. Dieser Beitrag besticht zudem durch die einfache Kontrollmöglichkeit: Die Schüler drehen nach Bearbeiten der Aufgaben eines Fadolinos die Karte um und vergleichen den Verlauf des Fadens mit dem Lösungsblatt.

Didaktisch-methodische Hinweise

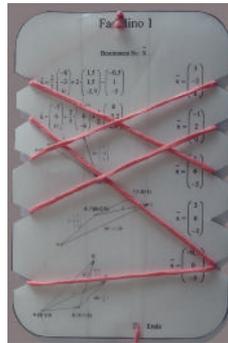
Vorbereitung

Schneiden Sie die Karten aus und laminieren Sie diese. An den Rändern schneiden Sie die Markierung heraus, sodass eine Kerbe entsteht. Anschließend wird die Karte oben und unten gelocht. Der Faden wird durch das mittlere „O“ des Wortes *Fadolino* von hinten nach vorne durch die Karte geführt und vorne verknotet.

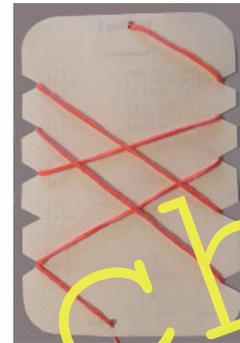
Durchführung

Der Faden wird auf der Rückseite zur 1. Aufgabe (1. Kerbe von oben) gezogen und in die Kerbe eingehängt. Nun wird die Lösung auf der rechten Seite gesucht und der Faden dort in die Kerbe gezogen. Der Faden wird auf der Rückseite zur 2. Aufgabe (2. Kerbe von oben) gezogen. Auf der Vorderseite wird der Faden dann wieder zur Lösung (Kerbe auf der rechten Seite) fortgeführt usw.

Beispielkarte Vorderseite



Beispielkarte Rückseite



Fotos: G. Weber

Anmerkung: Der Fadenverlauf ist nur beispielhaft.

Am Ende wird der Faden von der Lösung der letzten Aufgabe durch das Loch beim Wort *Ende* von hinten nach vorne durch die Karte gezogen.

Kontrolle

Die Karte wird umgedreht und anhand des Verlaufs des Fadens auf der Rückseite wird kontrolliert, ob die Aufgaben richtig gelöst wurden. Dies geschieht, indem die Karte mit der ausgelegten Lösung verglichen wird. Stimmt der Fadenverlauf nicht mit der Lösung überein, so kann der Faden (teilweise) gelöst und erneut gezogen werden. Bei erneutem falschem Fadenlauf kann die richtige Lösung vom Fadenverlauf übernommen und anschließend überlegt werden, warum dieses so ist.

Hinweis: Es kann vorkommen, dass mehrere Aufgaben die **gleiche** Lösung haben, der Faden wird also mehrmals durch die Kerbe auf der rechten Seite geführt. Ein anderer möglicher Fall ist, dass angegebene Lösungen nicht vorkommen, es wird also kein Faden durch die Kerbe auf der rechten Seite gezogen.

Einsatz

Der Einsatz der Karten ist vorwiegend zur **Wiederholung**, zum selbsttätigen Lernen oder zur Selbstkontrolle gedacht. Dies geschieht meistens in **Einzelarbeit**. Denkbar ist auch ein **Wettbewerb**, sodass mehrere Schüler zusammenarbeiten können. Vergleichbar zum Spiel *Stadt – Land – Fluss* hören alle Schüler der Gruppe auf, wenn der erste Schüler fertig ist. Bei der Auswertung bekommen die Schüler für die richtige Lösung je Aufgabe eine vorher festgelegte Anzahl von Punkten, evtl. werden Punkte bei falschen Antworten abgezogen. Die Bearbeitung der Aufgaben sollte (vorwiegend) ohne GTR oder CAS erfolgen. Diese können somit auch als Vorbereitung für die Bearbeitung hilfsmittelfreier Teile bei Klausuren angesehen werden.



Reihe 19 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Wiederholung der Grundlagen

Fadolino	Thema	Stunde
M 1	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren Lineare Gleichungssysteme mit 3 Unbekannten lösen Drei Vektoren auf lineare Abhängigkeit / Unabhängigkeit prüfen	1.
M 2	Lineare Abhängigkeit von Vektoren Eine Komponente eines Vektors so bestimmen, dass lineare Abhängigkeit vorliegt	
M 3	Betrag eines Vektors und Abstand geometrischer Objekte Den Betrag eines Vektors bestimmen Den Abstand von Punkten, Geraden und Ebenen berechnen	2.
M 4	Eigenschaften von Punkten Den Mittelpunkt einer Strecke, den Spiegelpunkt bei Spiegelung eines Punktes an einer Ebene und den Lotfußpunkt eines gegebenen Punktes P bei Projektion auf eine Ebene bestimmen	
M 5	Vektorketten Pfeildarstellung von Vektoren; Vektoren verketteten	3.
M 6	Lösungsmenge linearer Gleichungssysteme Lineare Gleichungssysteme mit 2 bzw. 3 Unbekannten lösen	
M 7	Ebenengleichungen Koordinatenform der Ebenengleichung	4.
M 8	Winkel zwischen Geraden und Ebenen Den Winkel zwischen Geraden und Ebenen bestimmen	
M 9	Abstand geometrischer Objekte Den Abstand eines Punktes von einer Ebene bestimmen Den Abstand einer Geraden von einer Ebene bestimmen Den Abstand eines Punktes von einer Geraden bestimmen	5.

II/B

Minimalplan

Die Fadolinos sind einzeln einsetzbar. Wählen Sie ein Thema aus und beschränken Sie sich auf dieses.

Alternativ können Sie – wenn Sie das Thema gerade im Unterricht behandelt haben – das entsprechende Fadolino als **Hausaufgabe** aufgeben.

M 1 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren

II/B

Fadolino 1

Aufgabe: Überprüfen Sie die Vektoren auf lineare Unabhängigkeit.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0,25 \\ 1,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 0,2 \\ -1,4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0,8 \\ 1,2 \\ -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1,8 \\ -2,4 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

linear unabhängig

linear abhängig

○ Ende.

Lösungen der Aufgaben

M 1 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren

Die 3 Vektoren \vec{u} , \vec{v} und \vec{w} heißen linear unabhängig, wenn die Vektorgleichung $r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v} + t \cdot \vec{w} = \vec{0}$ nur für $r = s = t = 0$ erfüllt ist. Die Vektoren sind genau dann linear abhängig, wenn es 2 reelle Zahlen r und s gibt, sodass für mindestens einen Vektor, z. B. \vec{u} , $\vec{u} = r \cdot \vec{v} + s \cdot \vec{w}$ gilt.



Tipp: Ist eine Komponente eines Vektors gleich null, so ist es günstig, diesen Vektor auf die rechte Seite der Vektorgleichung zu setzen.

Folgende Vektoren sind linear unabhängig (Rechnungen unten):

2. Kerbe $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	3. Kerbe $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	5. Kerbe $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 0,2 \\ -1,4 \end{pmatrix}$
---	---	---

Kerbe 1

$$(I) \quad 2 = 2 \cdot r + 2 \cdot s$$

$$(II) \quad 0 = 1 \cdot r + 3 \cdot s$$

$$(III) \quad 3 = 2 \cdot r + 0 \cdot s \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$

$$\text{in (II): } -\frac{3}{2} = 3 \cdot s \Rightarrow s = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe mit 1: } 2 = 2 \cdot \frac{3}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} = 3 - 1 (w)$$

Die Vektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ sind linear abhängig.

Kerbe 2

$$I \quad r + 2 \cdot s + t = 0$$

$$II \quad -2 \cdot r - 3 \cdot s = 0$$

$$III \quad -r + s + t = 0$$

$$I + III \quad 3 \cdot s + 2 \cdot t = 0 \quad (I')$$

$$2 \cdot I + II \quad s + 2 \cdot t = 0 \quad (II')$$

$$I' - II' \quad 2 \cdot s = 0 \Rightarrow s = 0, t = 0, r = 0$$

Die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ sind linear unabhängig.

Kerbe 3

$$I \quad 4 \cdot r - 2 \cdot s + 2 \cdot t = 0$$

$$II \quad -2 \cdot r + s + 3 \cdot t = 0$$

$$III \quad r + 3 \cdot s - t = 0$$

$$I + 2 \cdot II \quad 8 \cdot t = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$3 \cdot II - III \quad -7 \cdot r + 10 \cdot t = 0 \Rightarrow r = 0, s = 0$$

Die Vektoren $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ sind linear unabhängig.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de