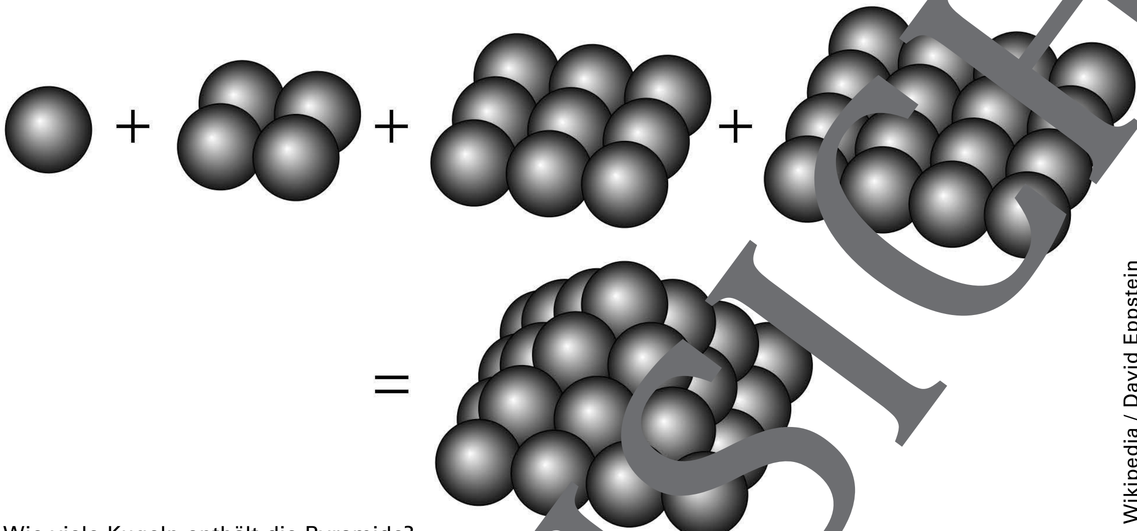
Alles, was zählt! – Besondere Zahlen entdecken

Wolfgang Göbels, Bergisch Gladbach



Wie viele Kugeln enthält die Pyramide?

Klasse: 8 (G8)

Dauer: 4 Stunden

Inhalt: Die Eigenschaften von Zahlen erforschen: Primzahl, Mirpzahl, Primzahlzwillinge, Fast-Primzahl, defiziente Zahl, vollkommene Zahl, abundante Zahl, Fakultät, Dreieckszahl, Gauß'sche Summenformel, Quadratzahl, Kubikzahl, Tetraederzahl, Germain'sche Primzahl, befreundete bzw. verwandte Zahlen

Ihr Plus:

✓ Training von Rechenfertigkeit und Anwendung von Teilbarkeitsregeln

✓ Selbstlernmaterialien für besonders interessierte/begabte Schüler

✓ Material, mit dem Sie Ihre Schüler zu Schuljahresbeginn verblüffen.

Die Welt der Zahlen ist groß. Neben den allseits bekannten Zahlen wie beispielsweise Quadrat-, Kubik- oder Primzahlen gibt es noch eine Vielzahl von **besonderen Zahlen** mit durchaus bemerkenswerten Eigenschaften. Von diesen Zahlen stellen wir hier eine kleine Auswahl vor.

Lösung: 1 + 4 + 9 + 16 = 30; 30 ist ein Beispiel für eine Pyramidenzahl; Diese liefert die Formel: $\frac{n\,(n+1)\,[(k-2)\,n-k+5]}{6}$

Hier: k = 4; n = 4

Didaktisch-methodische Hinweise

Zahlentheorie im Schulunterricht?

Normalerweise behandeln Sie in Ihrem Mathematikunterricht nur Zahlen, die – wie z. B. die **Primzahlen** – Bausteine weiterer Themenbereiche sind. Das liegt daran, dass die Schulbücher kaum Material bereitstellen, um Zahlen an sich zu untersuchen und Zusammenhänge zwischen Zahlen aufzudecken. Dieser Beitrag schafft Abhilfe!

Vermitteln Sie Ihren Schülern einen kleinen Einblick in die Zahlentheorie. Die hier vorgestellten Arten von Zahlen eignen sich bestens, um den **rechnerischen Umgang mit Zahlen** zu trainieren. Andererseits lohnt sich die Beschäftigung mit Zahlen an sich und ihren Eigenschaften aus **erkenntnistheoretischer Sicht**. Gerade Schüler, denen der Zugang zur Mathematik schwerfällt, sind von den besonderen Zahlen fasziniert. Da die Erkenntnisse von z. B. **Euklid** (325–265 v. Chr.) oder **Eratosthenes** (276–194 v. Chr.) leicht nachvollziehbar sind, können Sie den Beitrag einsetzen, wenn den Schülern gerade „die Puste ausgegangen ist", beispielsweise zur Abwechslung zwischen zwei schweren Themenblöcken, in einer **Vertretungsstunde** oder vor bzw. nach den Sommerferien.

Ablauf

Im Anschluss an zwei **Wiederholungseinheiten zum Thema Teilbarkeit** (**M 1–M 3)** vertiefen Sie in Material **M 4** das Erzeugen von Primzahlen mit Termen. Das Thema hat weiterführenden Charakter: Steigen Sie anhand des Themas Primzahlen tiefer in das **Argumentieren** und **Beweisen** ein. In den Materialien **M 5–M 7** stellen Sie Ihren Schülern einen motivierenden Ausschnitt aus der Fülle der Arten von Zahlen vor.

Mit dem Testbogen (**M 8**) überprüfen Sie einen Großteil des erworbenen Wissens Ihrer Lerngruppe. Die Korrekturbögen im Anhang sind passgenau auf den Testbogen abgestimmt, sodass Sie die Antworten Ihrer Schüler bequem und schnell korrigieren können. Kopieren Sie den Testbogen in Klassenstärke und die Zahlenkärtchenvorlage (**M 10**) zwei- oder dreimal. Kleben Sie die Zahlenkärtchenbögen auf feste Pappe und schneiden Sie die Kärtchen aus. Teilen Sie die Kopien des Testbogens aus und lassen Sie jeden Schüler ein Zahlenkärtchen ziehen und seine gezogene Zahl auf dem Testbogen eintragen. Ermuntern Sie Ihre Schüler, einen weiteren Testbogen anzufordern, sobald sie fertig sind. Damit kann jeder so lange Punkte sammeln, bis die Schulstunde zu Ende ist. Den oder die Sieger prämieren Sie später nach Ihren Vorstellungen, sobald Sie alle Testbögen korrigiert haben.

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 2	L 1	... wiederholen und vertiefen grundlegende Regeln der Teilbarkeit und trainieren diese anhand von Beispielen (**M 1–M 3**),	I, II
K 2, K 4, K 5	L 1, L 4	... leiten Primzahlen aus Termen her (**M 4**),	II, III
[illegible]	L 1	... wenden Eigenschaften besonderer Zahlen an (**M 5–M 7**),	II, III
K 2	L 1	... überprüfen spielerisch ihre erworbenen Kenntnisse über besondere Zahlen (**M 8**).	I, II

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Auf einen Blick

Material	Thema	Stunde
M 1 (WH)	**Teilbarkeitsregeln – frische dein Wissen auf!** Die Regeln und Verfahren zur Teilerbestimmung wiederholen	1.
M 2	**Die Teilbarkeitsregeln – ein Tandembogen** Die Regeln aus Materia[illegible]	
M 3	**Fein zerlegt – Teiler praktisch bestimmen** Methodentraining zur Wiederholung und Vertiefung der Teilbarkeit	HA
M 4	**Prim, aber lückenhaft – Primzahlen mit Termen erzeugen** Primzahlen aus Formeln gewinnen	2.
M 5	**Von Primzahlzwillingen bis zu Fast-Primzahlen** Primzahlen und Paare von Primzahlen kennenlernen	HA
M 6	**Defiziente, vollkommene, abundante, befreundete Zahlen** Besondere Zahlen erforschen	3.
M 7	**Mehr oder weniger bekannt – weitere besondere Zahlen** Die Eigenschaften besonderer Zahlen anwenden und verstehen	HA
M 8 (LEK)	**In vielen Zahlen steckt Besonderes – teste dein Wissen!** Seine Kenntnisse über die behandelten Zahlen abrufen	4.
M 9	**[illegible]nitionen auf einen Blick** Die Definitionen der verschiedenen Zahlen wiederholen	
M 10	**Zum Kopieren und Ausschneiden – Zahlenkärtchen** Zahlenkärtchen für die Schüler	

WH = Wiederholungsblatt, HA = Hausaufgabe

Minimalplan: Bei Zeitmangel verzichten Sie auf das Material **M 4**, zumal es für den Wissenstest (**M 8**) nicht benötigt wird.

M 1 Die Teilbarkeitsregeln – frische dein Wissen auf!

Erinnere dich:

Die Menge ℕ = {1, 2, 3, ...} der natürlichen Zahlen umfasst alle positiven ganzen Zahlen. Eine natürliche Zahl n ∈ ℕ ist durch eine natürliche Zahl t ∈ ℕ teilbar, wenn der Quotient n : t wieder eine natürliche Zahl ist.

Die Zahl t heißt Teiler der Zahl n.

Mit dem Taschenrechner stellst du durch einfaches Dividieren sehr schnell fest, ob der Quotient n : t eine natürliche Zahl oder eine Dezimalzahl mit einer oder mehreren Nachkommastellen ist. Aber mit den Teilbarkeitsregeln geht es manchmal schon im Kopf.

Beispiel:

Die Zahl 16 ist durch 1, 2, 4, 8 und 16 teilbar.

© Pixelio

Teilbarkeitsregeln für natürliche Zahlen bis 10:

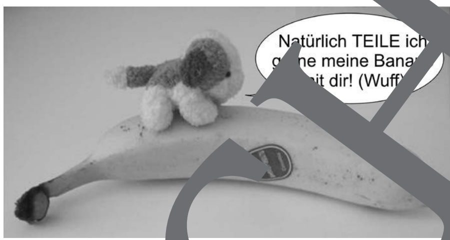
Die Zahl ist teilbar durch ...	genau dann, wenn ...
2	sie gerade ist.
3	ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.
4	die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist.
5	sie auf 0 oder 5 endet.
6	sie gerade ist und ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.
8	die aus den letzten drei Ziffern gebildete Zahl durch 8 teilbar ist.
9	ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
10	sie auf 0 endet.

Zusätzliche Teilbarkeitsregeln für natürliche Zahlen bis 20:

Die Zahl ist teilbar durch ...	genau dann, wenn ...
12	ihre Quersumme durch 3 teilbar ist und die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist.
15	ihre Quersumme durch 3 teilbar ist und sie auf 0 oder 5 endet.
16	die aus den letzten vier Ziffern gebildete Zahl durch 16 teilbar ist.
18	sie gerade ist und ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
20	die vorletzte Ziffer gerade und die letzte Ziffer eine 0 ist.

M 2 Die Teilbarkeitsregeln – ein Tandembogen

Die Teilbarkeitsregeln



© Ivonne Haas / Schuster, Uni Würzburg

Aufgaben

1. Begründe mithilfe der Teilbarkeitsregeln, dass die Zahl

   153 371 616

   durch die Zahl 16 teilbar ist.

2. Begründe mithilfe der Teilbarkeitsregeln, dass die Zahl

   13 816

   durch die Zahl 8 teilbar ist.

3. Begründe mithilfe der Teilbarkeitsregeln, dass die Zahl

   17 232

   durch die Zahl 12 teilbar ist.

4. Denke dir eine Zahl aus, die durch die Zahlen 3, 9 und 16 teilbar ist. Begründe.

Die Teilbarkeitsregeln

Lösungen

1. Die Zahl 153 371 616 ist durch die Zahl 16 teilbar, da die aus den letzten vier Ziffern gebildete Zahl (1616) durch 16 teilbar ist:

   1616 : 16 = 101 ∈ ℕ

2. Die Zahl 13 816 ist durch die Zahl 8 teilbar, da die aus den letzten drei Ziffern gebildete Zahl (816) durch 8 teilbar ist:

   816 : 8 = 102

3. Die Zahl 17 232 ist durch die Zahl 12 teilbar, da ihre Quersumme durch 3 teilbar ist und die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist:

   1 + 7 + 2 + 3 + 2 = 15; 15 : 3 = 5 ∈ ℕ

   32 : 4 = 8 ∈ ℕ

4. Die einfachste Lösung ist, das Produkt aus den drei Zahlen 3, 9 und 16 zu bilden:

   3 • 9 • 16 = 432

   Die Zahl 432 ist durch die Zahl 3 teilbar, da ihre Quersumme durch 3 teilbar ist:

   4 + 3 + 2 = 9; 9 : 3 = 3 ∈ ℕ

   Die Zahl 432 ist durch die Zahl 9 teilbar, da ihre Quersumme durch 9 teilbar ist:

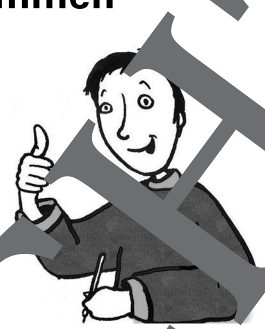
   4 + 3 + 2 = 9; 9 : 9 = 1 ∈ ℕ

   Die Zahl 432 ist durch die Zahl 16 teilbar, da die aus den letzten vier Ziffern gebildete Zahl durch 16 teilbar ist:

   0432 : 16 = 27 ∈ ℕ

M 3 Fein zerlegt – Teiler praktisch bestimmen

So geht's – das Verfahren



- Schau dir die vier Beispiele unten an.
- Zerlege die Zahl nacheinander in jeweils zwei Faktoren.
- Beginne mit dem kleinsten Faktor 1 und prüfe jede weitere natürliche Zahl n daraufhin, ob sie Teiler der Zahl ist, und zwar in aufsteigender Reihenfolge.
- Schreibe die Produkte auf.
- Fahre damit solange fort, wie der erste Faktor noch kleiner als der zweite ist.
- In Pfeilrichtung erhältst du so sämtliche Teiler der Zahl.

Beispiele

Zahl: 84	**Zahl: 98**	**Zahl: 120**	**Zahl: 420**
↓ 1 • 84 ↑ ↓ 2 • 42 ↑ ↓ 3 • 28 ↑ ↓ 4 • 21 ↑ ↓ 6 • 14 ↑ ↓ 7 • 12 ↑ →→→	↓ 1 • 98 ↑ ↓ 2 • 49 ↑ ↓ 7 • 14 ↑ →→→	↓ 1 • 120 ↑ ↓ 2 • 60 ↑ ↓ 3 • 40 ↑ ↓ 4 • 30 ↑ ↓ 5 • 24 ↑ ↓ 6 • 20 ↑ ↓ 8 • 15 ↑ ↓10 • 12 ↑ →→→→	↓ 1 • 420 ↑ ↓ 2 • 210 ↑ ↓ 3 • 140 ↑ ↓ 4 • 105 ↑ ↓ 5 • 84 ↑ ↓ 6 • 70 ↑ ↓ 7 • 60 ↑ ↓ 10 • 42 ↑ ↓ 12 • 35 ↑ ↓ 14 • 30 ↑ ↓ 15 • 28 ↑ ↓ 20 • 21 ↑ →→→→
Teiler (84): 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84	**Teiler (98):** 1, 2, 7, 14, 49, 98	**Teiler (120):** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120	**Teiler (420):** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 15, 20, 21, 28, 30, 35, 42, 60, 70, 84, 105, 140, 210, 420

Aufgabe

Bestimme jeweils sämtliche Teiler der Zahlen 42, 70, 126 und 294.

Tipp Orientiere dich an den Beispielen.

M 4 Prim, aber lückenhaft – Primzahlen mit Termen erzeugen

Der berühmte Schweizer Mathematiker **Leonard Euler** (1707–1783) entdeckte zwei Terme, die jeweils nach dem Einsetzen natürlicher Zahlen Primzahlen erzeugen.

Es handelt sich um die Terme

$n^2 + n + 17$ für $0 < n < 16$

und

$n^2 - n + 41$ für $0 < n < 41$.

Le[illegible]rd Euler, Pastell von Ema[illegible] Handmann, 1753 (Kunst[illegible]useum Basel)

Aufgabe

a) Bestätige die Euler'sche Entdeckung fü[illegible] < n < 9.

Tipp Setze die natürlichen Zahlen von n [illegible]1 bis n = [illegible] die beiden Terme ein.

Übertrage die nachfolgende Tabe[illegible] [illegible]ervollständige sie und vergleiche die erzeugten Primzahlen mit de[illegible]mzahltabe[illegible]7.

Beschreibe, was dir auffällt.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$n^2 + n + 17$								
$n^2 - n + 41$								

Tipp Die P[illegible]imzahl[illegible] bis 97 lau[illegible]:

[illegible]	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47
53	59	61	67	71
73	79	83	89	97

b) [illegible]egründe[illegible] durch geeignete Termumformung, warum der Term

- [illegible]$^2 + n + 17$ für $n = 16$ und $n = 17$
- n[illegible] n + 41 für $n = 41$ <u>keine</u> Primzahl liefern kann.

c) Zei[illegible]ss es nur ein einziges gemeinsames n gibt, für das beide Terme denselben Wert ergeben. Gib dieses $n \in \mathbb{N}$ mit dem zugehörigen Wert an.

Tipp Suche im Internet eine geeignete Primzahltabelle und überzeuge dich, dass der angegebene Wert eine Primzahl ist.

M 5 Von Primzahlzwillingen bis zu Fast-Primzahlen

1. Ein Primzahlpaar (p; q) mit q = p + 2 heißt **Primzahlzwilling**.

   Während Euklid schon vor zweitausend Jahren bewiesen hat, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, ist die Vermutung über die Existenz unendlich vieler Primzahlzwillingspaare bis heute unbewiesen.

   Beispiel: Die beiden kleinsten Primzahlzwillinge sind (3; 5) und (5; 7).

2. Eine mehrstellige Primzahl, die nach dem Vertauschen ihrer Ziffern eine andere Primzahl ergibt, heißt **Mirpzahl**. Mirp ist das Anagramm von Prim. Mirpzahlen werden eher am Rande erwähnt, weil sie außer der Vertauschungseigenschaft keine besonderen Merkmale besitzen.

   Beispiel: 13 und 31 sind Mirpzahlen.

3. Eine Primzahl p heißt **Germain'sche Primzahl**, wenn auch 2p + 1 eine Primzahl ist.

   Primzahlen mit dieser Eigenschaft sind benannt nach der französischen Mathematikerin **Sophie Germain** (1776–1831).

Sophie Germain (1776–1831), französische Mathematikerin

Beispiele:

Germain-Primzahl:	Begründung:	Germain-Primzahl:	Begründung:
2	2 • 2 + 1 = 5 ist Primzahl.	5	2 • 5 + 1 = 11 ist Primzahl.
3	2 • 3 + 1 = 7 ist Primzahl.	11	2 • 11 + 1 = 23 ist Primzahl.

Die Zahl 7 ist keine Germain-Primzahl, weil 2 • 7 + 1 = 15 keine Primzahl ist.

4. Eine Zahl heißt **Fast-Primzahl** oder **Semi-Primzahl**, wenn ihre Primfaktorzerlegung aus genau zwei (gleichen oder verschiedenen) Primfaktoren besteht. Der Begriff wurde im Jahr 1915 von dem Norweger Viggo Brun geprägt.

   Beispiele:

   Die Zahl 4 ist Fast-Primzahl, da sie genau zwei gleiche Primfaktoren hat, nämlich die Zahl 2: 4 = 2 • 2.

   Die Zahl 6 ist Fast-Primzahl, da sie genau zwei verschiedene Primfaktoren hat, nämlich die Zahlen 2 und 3: 6 = 2 • 3.

   Die Zahl 8 ist keine Fast-Primzahl, da sie genau drei gleiche Primfaktoren hat, nämlich die Zahl 2: 8 = 2 • 2 • 2 = 2^3.

Aufgabe

Schreibe alle ein- und zweistelligen Primzahlzwillinge, Mirpzahlen, Germain'sche Primzahlen und Fast-Primzahlen auf.

M 6 Defiziente, vollkommene, abundante, befreundete Zahlen

Erinnere dich:

Alle Teiler einer Zahl mit Ausnahme der Zahl selbst heißen **echte Teiler** der Zahl.

Beispiel:

Alle echten Teiler der Zahl 18 sind 1, 2, 3, 6 und 9.

Die hier vorgestellten Zahlen sind durch ihre Teilereigenschaften definiert. Manche von ihnen kommen besonders selten vor, wie z. B. vollkommene und befreundete Zahlen.

Besondere Zahlen

1. Eine Zahl heißt **defizient**, wenn sie größer als die Summe ihrer echten Teiler ist.

   Beispiel:

   Die Zahl 10 ist defizient, weil sie größer als die Summe 1 + 2 + 5 ihrer echten Teiler ist.

2. Eine Zahl heißt **vollkommen**, wenn sie gleich der Summe ihrer echten Teiler ist.

   Beispiel:

   Die Zahl 6 ist vollkommen, weil sie gleich der Summe 1 + 2 + 3 ihrer echten Teiler ist.

3. Eine Zahl heißt **abundant**, wenn sie kleiner als die Summe ihrer echten Teiler ist.

   Beispiel:

   Die Zahl 12 ist abundant, weil sie kleiner als die Summe 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 ihrer echten Teiler ist.

4. Zwei Zahlen heißen **befreundet** oder **verwandt**, wenn die erste Zahl gleich der Summe der echten Teiler der zweiten Zahl ist und umgekehrt.

Aufgaben

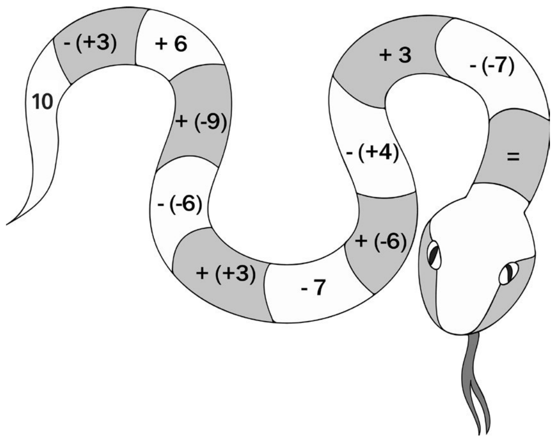
a) Gib alle echten Teiler der Zahlen 12, 15, 21, 28 und 39 an.

b) Zeige und begründe jeweils, dass
   – 8 eine defiziente,
   – 28 eine vollkommene und
   – 24 eine abundante Zahl ist.

c) Begründe jeweils, dass jede Primzahl und jedes Quadrat einer Primzahl defizient sind.

d) Zeige und begründe, dass das Zahlenpaar 220 und 284 befreundet ist.

e) Gib das Ergebnis der Rechenschlage an. Ist es vollkommen oder abundant?



I/A

M 7 Mehr oder weniger bekannt – weitere besondere Zahlen

Definitionen

1. Eine Zahl, die aus dem Produkt der ersten n natürlichen Zahlen gebildet wird, heißt **Fakultät von n**, geschrieben

   n! = 1 • 2 • 3 • ... • n.

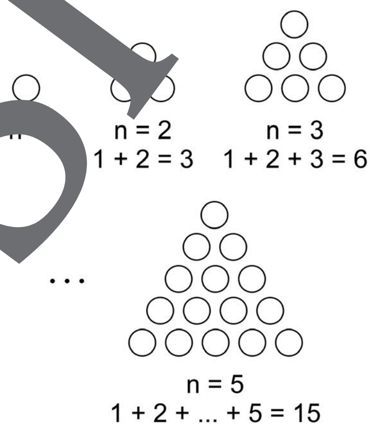
   Beispiel: Die Zahl 720 = 1 • 2 • 3 • 4 • 5 • 6 ist eine Fakultät. Schreibweise: 6! = 720

2. Eine Zahl, die aus der Summe der ersten n natürlichen Zahlen gebildet wird, heißt **Dreieckszahl**. Nach der **Gauß'schen Summenformel** gilt:

   $$1 + 2 + ... + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}.$$

   Der Name Dreieckszahl ist folgendermaßen zu erklären: Die Anzahl der Kugeln, die man zum Legen eines gleichseitigen Dreiecks benötigt, ist stets eine Dreieckszahl.

   Beispiel: Die Zahl 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 ist eine Dreieckszahl. Aus 15 Kugeln kann man ein Dreieck legen, bei dem jede Seite von fünf Kugeln begrenzt wird.



3. Eine Zahl, die das Produkt von genau zwei gleichen Faktoren ist, heißt **Quadratzahl**.

   Beispiele: Die beiden kleinsten Quadratzahlen sind $1 = 1 \cdot 1 = 1^2$ und $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$.

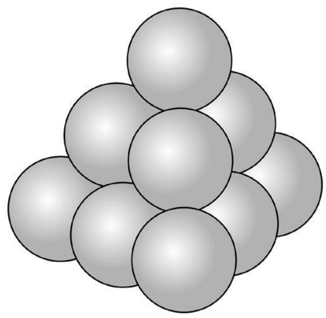
4. Eine Zahl, die das Produkt von genau drei gleichen Faktoren ist, heißt **Kubikzahl**.

   Beispiele: Die beiden kleinsten Kubikzahlen sind $1 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^3$ und $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$.

5. Eine Zahl, die aus dem sechsten Teil des Produkts von genau drei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen besteht, heißt **Tetraederzahl**, also

   $$\frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{6}.$$

   Der Name Tetraederzahl ist so zu erklären: Baut man ein Tetraeder aus Kugeln, so legt man Dreiecke übereinander, deren Seiten sich von oben nach unten jeweils um eine Kugel vergrößern. Dabei ist n gleich der Anzahl der Dreiecke und somit gleich der Anzahl der Kugeln, die eine Kante des Tetraeders bilden. Dann ist die Gesamtanzahl aller Kugeln eine Tetraederzahl.



Beispiel für eine Tetraederzahl

   Beispiel:

   Die Zahl 10 = (3 • 4 • 5) : 6 ist eine Tetraederzahl. Aus 10 Kugeln kann man ein Tetraeder legen, das aus drei Kugelschichten besteht.

Aufgabe 2

a) Schreibe alle ein- und zweistelligen Fakultäten, Dreieckszahlen, Quadratzahlen, Kubikzahlen und Tetraederzahlen auf.

b) Begründe, warum jede Quadratzahl einer Primzahl eine Fast-Primzahl ist, aber nicht umgekehrt.

M 8 In vielen Zahlen steckt Besonderes – teste dein Wissen!

Meine gezogene Zahl ist ______

eine Primzahl.	
eine Mirpzahl.	
Bestandteil eines Primzahlzwillings.	
eine Fast-Primzahl.	
eine defiziente Zahl.	
eine vollkommene Zahl.	
eine abundante Zahl.	
eine Fakultät.	
eine Dreieckszahl.	
eine Quadratzahl.	
eine Kubikzahl.	
eine Tetraederzahl.	
eine Germain'sche Primzahl.	
Bestandteil einer befreundeten Zahl.	

______________________ ______________ ______________

Name, Vorname, Klasse Datum Gezogene Zahl

Aufgabe

Kennzeichne die genannten Eigenschaften, die deine gezogene Zahl besitzt, in der rechten Spalte mit Ja (J) oder Nein (N). Schreibe deine Rechnungen auf die Rückseite dieses Testbogens. Sobald du mit der Bearbeitung fertig bist, gib deinen Testbogen ab, lass dir einen neuen Testbogen geben, ziehe die nächste Zahl und beginne von vorn. Für jede richtig genannte Eigenschaft bekommst du einen Punkt.

Viel Erfolg!

Nur von der Lehrkraft auszufüllen.	**Erreichte Punktzahl:**		von		Punkten

M 9 Die Definitionen auf einen Blick

Definition: Eine **Primzahl p** ist eine natürliche Zahl, die außer der Zahl 1 und [illegible] selbst keine Teiler besitzt.

Definition: Eine **Mirpzahl** ist eine mehrstellige Primzahl, die nach dem V[illegible]us[illegible]hen ihrer Ziffern eine <u>andere</u> Primzahl ergibt.

Definition: Eine Primzahl p ist **Bestandteil eines Primzahlzwil[illegible]ngs**, wenn die Zahl q = p + 2 auch eine Primzahl ist.

Definition: Eine Zahl ist eine **Fast-Primzahl**, wenn ihre [illegible]mfaktorze[illegible]ung a[illegible]s genau zwei (gleichen oder verschiedenen) Primfaktoren b[illegible]eht.

Definition: Eine Zahl heißt **defizient**, wenn sie <u>g[illegible]ößer</u> als die Sum[illegible] [illegible]rer echten Teiler ist.

Definition: Eine Zahl heißt **vollkommen**, w[illegible]nn sie <u>gleich</u> der Su[illegible]me ihrer echten Teiler ist.

Definition: Eine Zahl heißt **abunda[illegible]** [illegible] klein[illegible] als die Summe ihrer echten Teiler ist.

Definition: Eine Zahl, die aus dem Produkt de[illegible]rsten n natürlichen Zahlen gebildet wird, heißt **Fakultät von n**, [illegible]ieben

n! = 1 • 2 • 3 • … • n.

Definition: Eine Zahl, die aus de[illegible] [illegible]mme der ersten n natürlichen Zahlen gebildet wird, heißt **Dreieck[illegible]hl**. Nach de[illegible] **Gauß'schen Summenformel** gilt:

$$1 + 2 + \ldots + [\text{illegible}]n = \frac{n \cdot [\text{illegible}] + 1)}{[\text{illegible}]}.$$

Definition: Eine Z[illegible] d[illegible]e das Produkt von genau <u>zwei</u> gleichen Faktoren ist, heißt **Quadratzahl**.

Defi[illegible]tion: Eine [illegible], die das Produkt von genau <u>drei</u> gleichen Faktoren ist, heißt **Kub[illegible]zahl**.

[illegible]efiniti[illegible] [illegible]ine Zah[illegible] die aus dem sechsten Teil des Produkts von genau drei a[illegible]einander[illegible]den natürlichen Zahlen besteht, heißt **Tetraederzahl**, also

$$\frac{n \cdot [\text{illegible}]n + 1) \cdot (n + 2)}{6}.$$

De[illegible] Eine Primzahl p heißt **Germain'sche Primzahl**, wenn auch 2p + 1 eine Primzahl ist.

Definition: Ein Zahlenpaar heißt **befreundet** oder **verwandt**, wenn die erste Zahl gleich der Summe der echten Teiler der zweiten Zahl ist und umgekehrt.

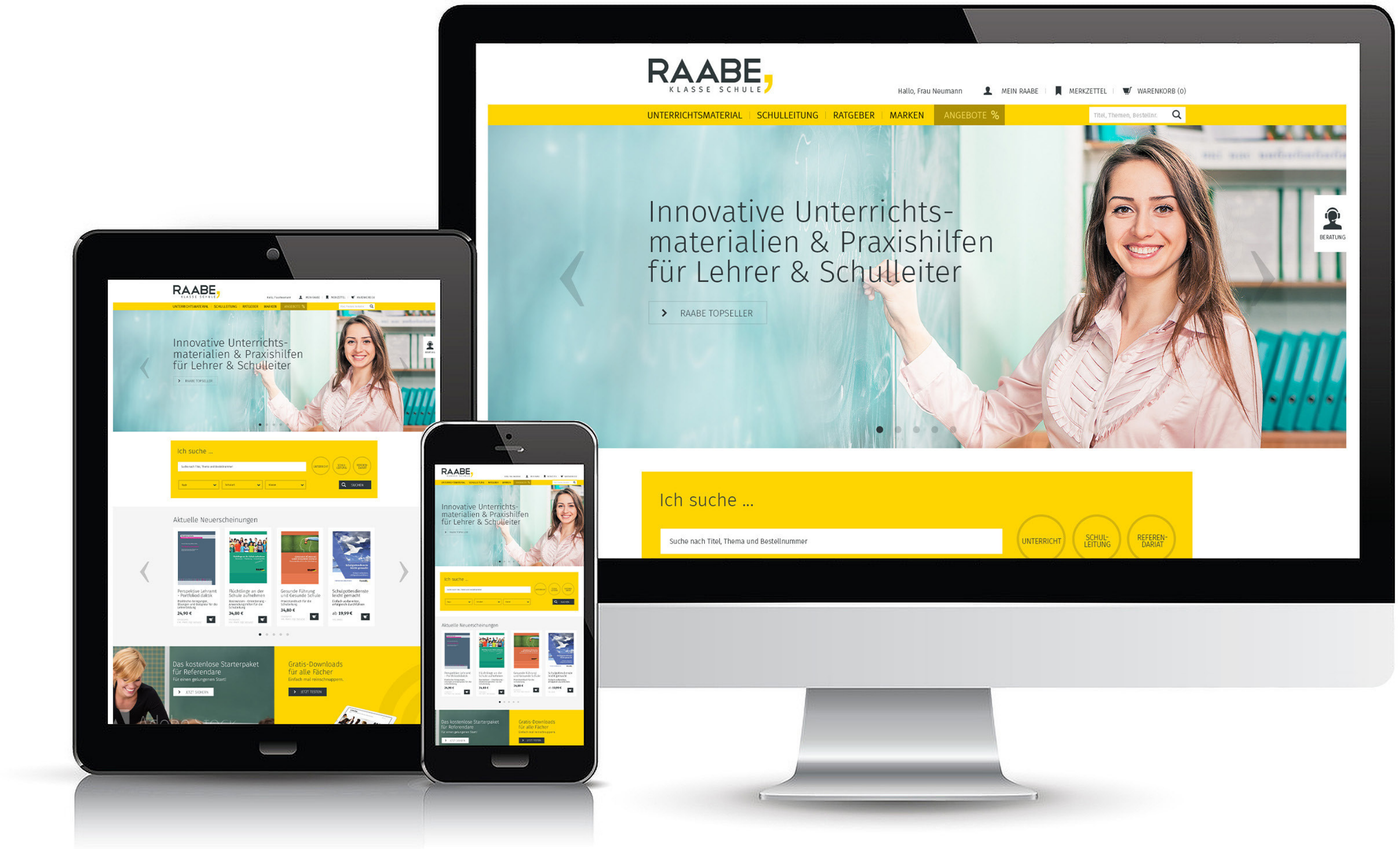
M 10 Zum Kopieren und Ausschneiden – Zahlenkärtchen

Bitte kopieren Sie die Vorlage, kleben Sie sie auf feste Pappe und schneiden Sie die Zahlenkärtchen aus.

1	2	3	4	5	6	7	8	[illegible]
10	11	12	13	14	15	[illegible]	17	18
19	20	21	22	23	[illegible]	[illegible]	26	27
28	29	30	31	32	[illegible]	[illegible]	35	36
37	38	39	40	[illegible]	[illegible]	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	[illegible]	[illegible]	60	61	62	63
64	[illegible]	[illegible]	67	68	69	70	71	72
73	[illegible]	[illegible]	76	77	78	79	80	81
82	83	[illegible]	85	86	87	88	89	90
[illegible]	92	93	94	95	96	97	98	99

RAABE, KLASSE SCHULE

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:

- Schnelle und intuitive Produktsuche
- Übersichtliches Kundenkonto
- Komfortable Nutzung über Computer, Tablet und Smartphone
- Höhere Sicherheit durch SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de