

Reihe 7 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Testen Sie mich! – Das Testen von Hypothesen handlungsorientiert einführen

Antonius Warmeling, Hagen

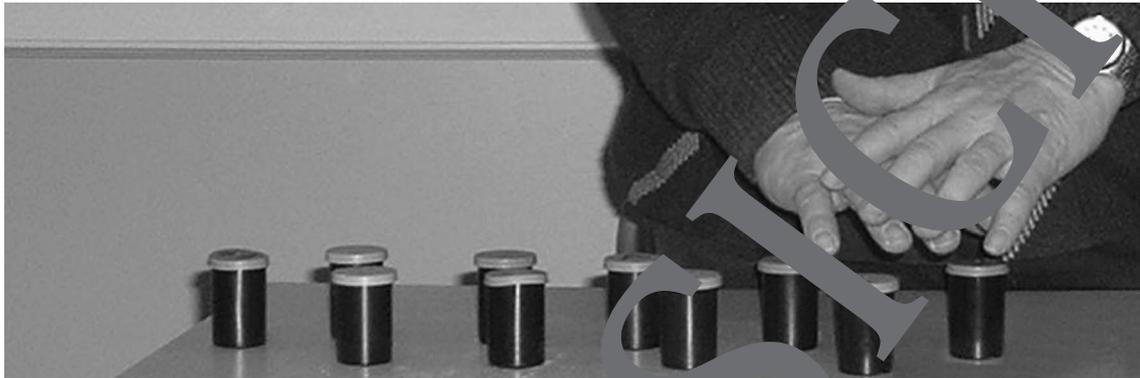


Foto: A. Warmeling

In welchem Döschen ist die Kreide?

Dauer: 9 Stunden

Inhalt: Erfolgswahrscheinlichkeit;
einseitiger Hypothesentest, speziell:
Alternativtest; Fehler 1. und 2. Art;
Irrtumswahrscheinlichkeit;
Verwerfungsbereich

Plus: – Handlungsorientierung
– Dynamische **Excel-Arbeitsblätter** zur
Verdeutlichung des Prinzips
– Medikamententests als Anwendung

Geben Sie Ihren Schülern eine Hypothese an die Hand: „Ich kann Kreide nur mit der Aura meiner Hände in einem geschlossenen Behälter erspüren.“ Lassen Sie sie die experimentelle Überprüfung dieser These vorbereiten. Dabei entwickeln die Schüler Elemente des Alternativtests. Sie berechnen die Wahrscheinlichkeit für Fehler 1. und 2. Art. Bei der Berechnung des Tests fassen Sie nur noch die einzelnen Schritte zusammen und erweitern das Verfahren zum einseitigen Hypothesentest. Als Anwendungen des Hypothesentests kennen die Schüler reale Medikamententests kennen.

Reihe 7 S 2	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Didaktisch-methodische Hinweise

Hypothesentests spielen in vielen Bereichen eine wichtige Rolle. Für den Wahrscheinlichkeitsbereich der Oberstufe bietet es sich deshalb an, dieses interessante Thema aus der weitgehend ungenutzten Statistik zu behandeln.

Tests zur Beurteilung paranormaler Fähigkeiten gehören nicht unbedingt zum alltäglichen Erfahrungsbereich der Schüler, erwecken aber im Zeitalter vieler Mystery-Serien zunächst einmal deren Neugier. Praktische Relevanz bekommen Hypothesentests allerdings dann, wenn man die zahlreichen Veröffentlichungen zu Medikamententests kritisch würdigt. Als Beispiele aus der letzten Zeit sind da die Diskussionen um Vioxx[®], Trovan[®] oder auch Rigiderm[®] zu nennen.

Handlungsorientierung

Sie versetzen die Schüler in eine Situation, die sie sich vorstellen können und zu der sie auf der Basis ihrer bisher erworbenen mathematischen Kenntnisse Lösungsvorschläge entwickeln sollen. Die Schüler erarbeiten sich den Ablauf und die Fehlermöglichkeiten beim einseitigen Hypothesentest anhand dieses konkreten Beispiels selbst. Sie kennen das Verfahren vorher nicht. Dies meinen wir hier als *handlungsorientierter Einführung*. Handlungsorientierung im Mathematikunterricht meint aber gleichzeitig auch, dass die Lernenden mathematische Werkzeuge an die Hand bekommen, um komplexe Situationen beurteilen zu können. Auch dies ist hier der Fall.

Alternativ- und Hypothesentests

Alternativtests sind mathematisch einfacher zu fassen, weil zwei klar definierte Hypothesen gegeneinander abgewogen werden (z. B. $H_0: p = 0,5$ und $H_1: p = 0,8$). Sie haben aber keine praktische Relevanz – im Gegensatz zu den Hypothesentests, bei denen zwei komplementär zueinander formulierte Hypothesen alle Ausprägungen des untersuchten Parameters einschließen (z. B. $H_0: p \leq 0,5$ und $H_1: p > 0,5$). Aber auch hier wird mit der Grenzausprägung (also z. B. $p = 0,5$) zur Bestimmung des Verwerfungsbereiches gearbeitet. Daher formulieren wir zunächst die Nullhypothese H_0 nur über diesen einen Wert. Die Verallgemeinerung auf die komplementäre Aussage zu H_1 folgt erst viel später.

Damit die Schüler strukturiert an Alternativ- und Hypothesentests herangehen können, haben wir die Vorbereitung in fünf Schritte unterteilt (siehe Lösungsseite 4). Hinzu kommen die Durchführung des Tests (Schritt 6) und die Entscheidung (Schritt 7). Die Entscheidungskriterien werden als Verwerfungsbereich angegeben, zusätzlich aber auch in der Entscheidungsregel formuliert.

Dynamische Excel-Arbeitsblätter

Die Arbeitsblätter, die in diesem Fall mit **Excel** realisiert sind, haben drei Funktionen. Zum Ersten stellen sie flexibel Binomialverteilungen zur Verfügung (**binom_einzeln.xls** und **binom_vtlg.xls**). Das ist wichtig, wenn Sie reale Beispiele behandeln wollen. Diese sind nur sehr selten mit den in den Schulbüchern vorgegebenen Tabellen zu bewältigen.

Zum Zweiten ermöglichen sie eine Visualisierung und damit ein besseres Verständnis dieser komplexen Thematik. Mithilfe der Excel-Arbeitsblätter können Sie dynamisch zeigen, wie man vorgeht, um den Verwerfungsbereich zu einem Hypothesentest zu bestimmen, bzw., wo die Fehlerbereiche liegen (**bintest_beide.xls** und **binom_vtlg_fehler.xls**).

Zum Dritten verkürzen Sie z. B. mithilfe der Datei **binom_vtlg_fehler.xls** Ihre Unterrichtsvorbereitung. Nach Einstellen der Parameter erhalten Sie automatisch den Verwerfungsbereich angezeigt und können außerdem β -Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen lassen.

Reihe 7 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler ...	Anforderungsbereiche
K 1, K 6	L 5	... entwickeln einen Test, um eine vorgegebene Hypothese zu prüfen (M 1)	II
K 1, K 2, K 3	L 5	... präsentieren ihre Idee und untermauern sie mit Berechnungen auf der Basis von Binomialverteilungen (M 1),	II, III
K 1, K 2, K 3, K 4	L 5	... führen erste Wahrscheinlichkeitsberechnungen durch (M 2) und übertragen die Testlogik des Alternativtests auf ein neues Beispiel (M 3),	II
K 1	L 5	... unterscheiden zwischen Alternativ links- und rechtssseitigem Hypothesentest (M 3, M 5),	II
K 1, K 3, K 4, K 5	L 5	... veranschaulichen sich α - und β - Fehlerbereiche mittels von Darstellungen in der Binomialverteilung (M 4),	II, III
K 1, K 2, K 3, K 4	L 5	... werten einfach dargestellte Ergebnisse einer Medikamentenstudie aus (M 5),	II
K 1	L 5	... begründen, dass bei Medikamententests die Annahme einer Binomialverteilung höchstens annähernd richtig ist (M 5).	II

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Warten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Minimalpraxis

Wenn Sie wenig Zeit haben, lassen Sie den Abstecher in die Medikamententests weg. Nehmen Sie sich aber unbedingt Zeit, die beiden Fehlerarten ausführlich sowohl argumentativ als auch rechnerisch und vor allem grafisch zu betrachten.

Literaturhinweise

finden Sie am Ende des Beitrages.

II/C

Reihe 7 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Material	Thema	Seite
M 1	Ultimativer Kreidetest geplant ... – die Binomialverteilung Die Schüler entwickeln selbst einen Test auf Basis der Binomialverteilung, um die aufgestellte Behauptung zu überprüfen.	2./3.
M 2	Metall, Wasseradern und Gold – Parameter angeben Kontext 1: Auswertung eines (rechtsseitigen) Tests auf paranormale Fähigkeiten Kontext 2: Auswertung eines weiteren (rechtsseitigen) Tests auf paranormale Fähigkeiten	
M 3	Energetisiertes Wasser – eine Testlogik entwickeln Durchführung eines kompletten linksseitigen Alternativtests, Berechnung von Fehlerwahrscheinlichkeiten Einführung des links- bzw. rechtsseitigen Hypothesentests	5./6.
M 4	Drei Binomialverteilungen – Fehlerbereiche markieren Veranschaulichung von Fehlergrößen	7.
M 5	Multiple Sklerose – Hypothesentest in der Forschung Durchführung eines (vereinfachten) Hypothesentests auf der Basis konkreter Studienergebnisse	8./9.

Excel-Arbeitsblätter

Die meisten auf der **CD-ROM** angelegten Excel-Arbeitsblätter enthalten Schieberegler als dynamische Elemente. Damit diese funktionieren, müssen Sie Folgendes beachten:

Für Excel 97–2003 stellen Sie unter *Extras* → *Makros* → *Sicherheit* entweder **Mittel** oder **Niedrig** ein. Bei **Mittel** werden Sie bei jedem Start gefragt, ob Sie Makros aktivieren wollen, bei **Niedrig** wird dies vorausgesetzt. (Excel ab 2007 → siehe Erläuterungsteil)

Material	Thema
binom_einzeln.xls	Hier kann man n und p dynamisch auswählen. Neben einer graphischen Darstellung der Verteilung gibt es Spalten für die Einzel- und die aufsummierten Wahrscheinlichkeiten.
binom_vtlg.xls	Dieses Werkzeug liefert mehrere Verteilungen zu einem n und verschiedenen Trefferwahrscheinlichkeiten p . Wie aus Büchern bekannt, werden nur die Nachkommastellen angegeben. Sie können damit Tabellen, z. B. für Klausuren, ausdrucken.
binom_beide.xls	Hiermit kann sowohl für einen links- als auch für einen rechtsseitigen Hypothesentest die Ermittlung des Verwerfungsbereichs visualisiert werden.
binom_vtlg_fehler.xls	Die Mappe enthält ein Arbeitsblatt, um Binomialverteilungen als Histogramm darzustellen. Das zweite Blatt visualisiert den α -Fehlerbereich, das dritte den zugehörigen β -Fehlerbereich.

Reihe 7	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
---------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 1 Ultimativer Kreidetest geplant ... – die Binomialverteilung

Die Gesellschaft zur wissenschaftlichen Untersuchung von Parawissenschaften (GWUP) setzt sich für Aufklärung und kritisches Denken ein. Sie veranstaltete 2004 in Rossdorf wissenschaftliche Tests, mit denen z. B. Wünschelrutengänger ihre Fähigkeiten nachweisen sollten.

Die Probanden mussten mit ihrer Wünschelrute 13-mal einen Parcours mit 10 Eimern durchlaufen. Nur unter einem der Eimer war Wasser versteckt. Bisher konnte aber noch niemand den ausgelobten Preis von einer Million Dollar abholen.



Ausschnitt aus Woodcut from Georgius Agricolas „De re metallica libri XII“, Basel 1556

Aufgabe

Auch ich, Ihr Lehrer, behaupte, paranormale Fähigkeiten zu besitzen.

Entwickeln Sie einen Test, um dies zu überprüfen.

Ich behaupte, dass ich mit einer Treffquote von durchschnittlich 70 % vorhersagen kann, ob sich in einem schwarzen, nicht durchsichtigen Filmdöschen ein Stück Kreide befindet oder nicht. Dies gelingt mir nur mit der Aura meiner Hände, ich berühre das Filmdöschen nicht.

Ob Sie mir ein Filmdöschen einstellen, mit welcher Wahrscheinlichkeit es entweder mit einem Kreidestück gefüllt ist oder nicht, oder mehrere Dosen, von denen genau eine das Kreidestück enthält, ist mir egal. Aus organisatorischen Gründen darf die Zahl der Dosen allerdings 10 nicht überschreiten.

Tipps

- Sie sollten den Ablauf des Tests genau planen:
 - Wie viele Filmdöschen werden benötigt?
 - Wie viele Durchgänge soll ich, Ihr Lehrer, machen?
 - Wie läuft der Test praktisch ab, wer übernimmt die Testleitung?
 - Wann habe ich den Test bestanden, wann nicht?

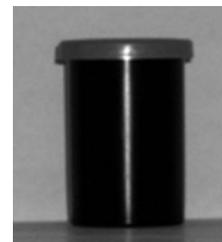


Foto: A. Warmeling

Vor allem bei der letzten Frage erwarte ich eine mathematisch begründete Aussage.

Ich soll den Test möglichst nicht bestehen, wenn ich ein Blender bin, aber auf der anderen Seite auch gute Chancen haben, den Test zu bestehen, wenn meine Behauptung stimmt. Das sollten Sie mit geeigneten Wahrscheinlichkeiten belegen.

- Wenn Sie Tabellen für bestimmte Binomialverteilungen brauchen, können Sie sich diese von Excel (**binom_einzeln.xls**) generieren lassen.

Machen Sie sich in Ihrer Gruppe gegenseitig so fit, dass jeder Schüler die Ergebnisse Ihrer Überlegungen vortragen kann.

Reihe 7	Verlauf	Material S 5	LEK	Glossar	Lösungen
---------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 5 Multiple Sklerose – Hypothesentest in der Forschung

Nicht nur bei der Untersuchung paranormaler Fähigkeiten, sondern insbesondere in der Medizinforschung haben Hypothesentests einen erheblichen Stellenwert. Im nachfolgenden – vereinfachten – Beispiel sollen Sie sich Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen unseren Hypothesen- und realen Medikamententests anschauen.

Die Magnetresonanztomografie (MRT) erlaubt heute die klinische Diagnose von MS (multiple Sklerose) in einem Stadium, in dem zentralnervöse Symptome noch nicht aufgetreten sind. Diese Früherkennung ermöglicht wiederum eine Therapie, und zwar bereits im Frühstadium der MS. In der CHAMPS-Studie (Controlled High Risk Avonex Multiple Sclerosis Study) mit 243 Patienten wurde untersucht, ob Interferon beta-1a (Avonex®) das Auftreten neurologischer Symptome verzögern kann.

123 Patienten erhielten einmal wöchentlich 30 µg Avonex® gespritzt, die übrigen bekamen eine gleich aussehende Lösung ohne Wirkstoffe (= Placebo). Nach dreijähriger Beobachtungsdauer wurden zentralnervöse Symptome bei 43 % Avonex®-Patienten festgestellt. Bei der Placebo-Behandlung erkrankten 50 % der Patienten zentralnervös.

Aufgabe

a) Beschreiben Sie die Hypothese, die diesen klinischen Test zugrunde gelegt wurde.

Tipp

Vergleichen Sie in Ihrer Hypothese die Wirkung von Avonex® mit der des Placebos.

- b) Begründen Sie, warum die Zufallsgröße *Anzahl der Patienten, bei denen nach Abschluss der Studie MS gesichert festgestellt wird* nur näherungsweise als binomialverteilt angesehen werden kann.
- c) Entwickeln Sie auf der Basis der CHAMPS-Ergebnisse einen Hypothesentest mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 %. Geben Sie eine Entscheidungsregel an.
- d) Bewerten Sie das Ergebnis der CHAMPS-Studie auf der Basis Ihres Hypothesentests.
- e) Beschreiben Sie die Fehler, die in der Studie auftreten können, und ihre Konsequenzen im Sachzusammenhang. Bedenken Sie dabei sowohl die Sicht des Pharmaherstellers als auch die des Patienten.
- f) Berechnen Sie die Fehlerwahrscheinlichkeiten für diese Studie. Setzen Sie dabei für den β -Fehler voraus, dass die Einnahme von Avonex® den Anteil der zentralnervös Erkrankten tatsächlich um 40 % herabsetzt.

Was ist MS?

Die Multiple Sklerose (MS) ist eine entzündliche Erkrankung des Nervensystems, die ganz unterschiedlich auftreten kann und meist im frühen Erwachsenenalter beginnt. Schätzungen zufolge sind weltweit circa 2,5 Millionen Menschen von MS betroffen. Frauen erkranken etwa doppelt so häufig wie Männer.

(vgl. <http://www.dmsg.de/multiple-sklerose-infos/index.php?w3pid=ms>)

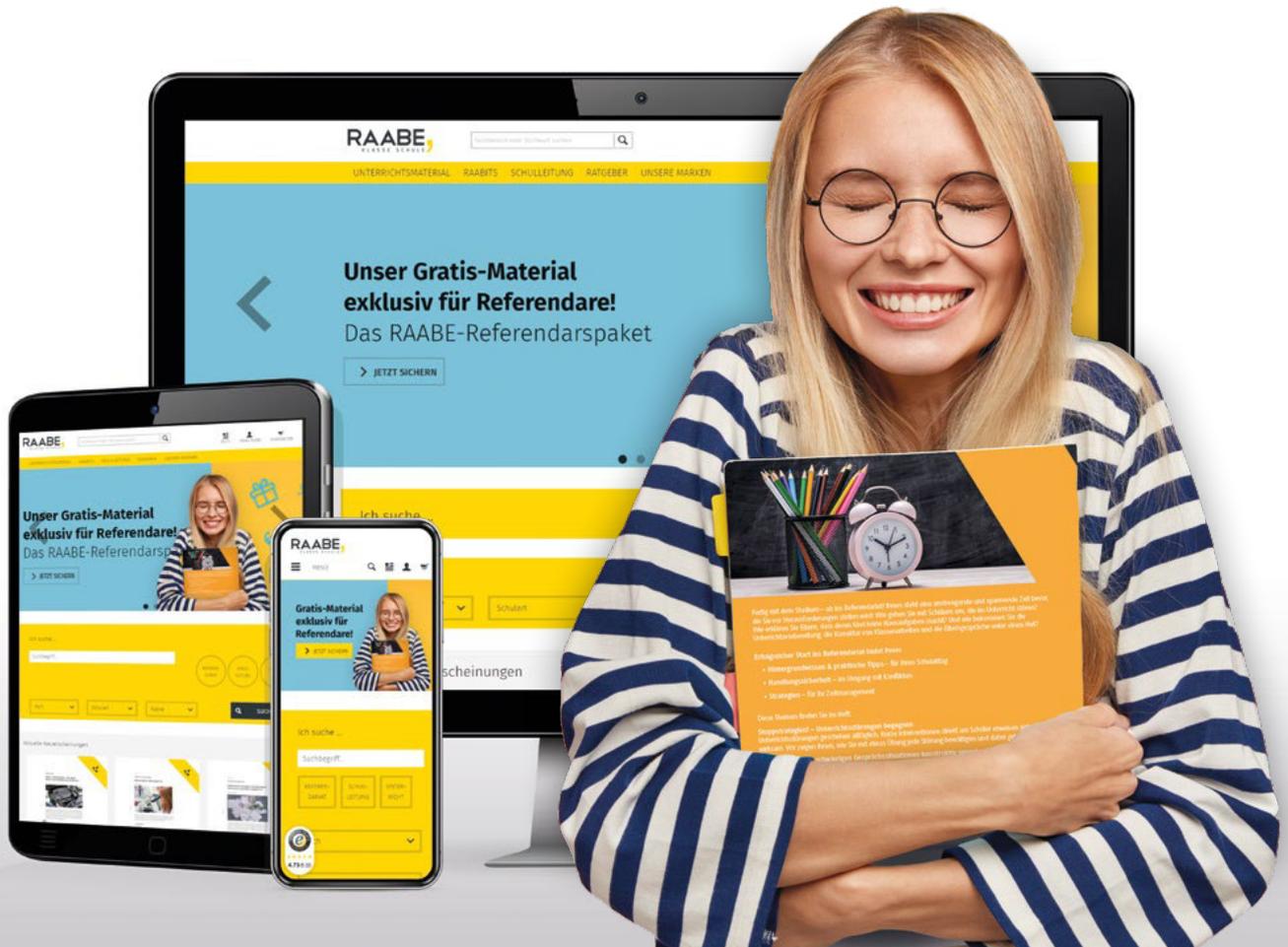


MS-Patientin am Arbeitsplatz

Foto: Colourbox

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 4.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Sichere Zahlung per Rechnung,
PayPal & Kreditkarte



Exklusive Vorteile für Abonnent*innen

- 20% Rabatt auf alle Materialien für Ihr bereits abonniertes Fach
- 10% Rabatt auf weitere Grundwerke



Käuferschutz mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de