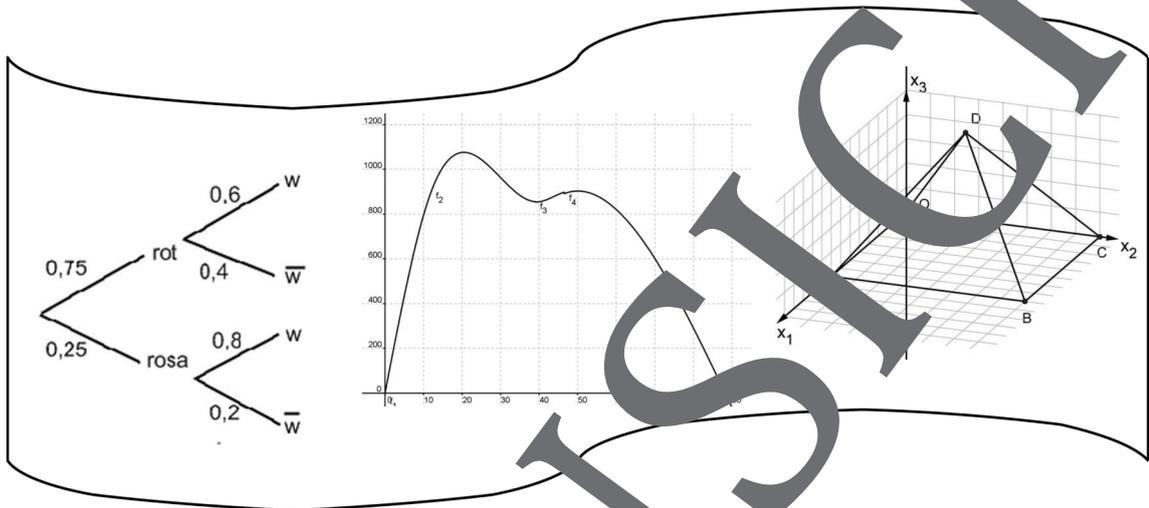


Reihe 6 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
----------------	---------	----------	-----	---------	----------

SAVe: Stochastik, Analysis und Vektorgeometrie einüben – ein Hüttenwochenende zur Vorbereitung auf das Abitur

Rolf Schultz, Rinteln



Aus: Ein gärtnerisches Missgeschick

Aus: Eine Ballonfahrt

Aus: Die Cheopspyramide

Teilnehmer 13 (GK und LK)

Dauer Wochenende

Inhalt Komplexe Aufgaben aus Stochastik, Analysis und Vektorgeometrie

Ihr Plus Alle Materialien für ein gelungenes Übungswochenende, organisatorische Hilfen (Einladungsschreiben, Anmeldung, Vorlagen für Plakate) auf der CD-ROM 35

13. (oder 12.) Klasse Das schriftliche Abitur in Mathematik rückt immer näher. Nicht wenige Schülerinnen und Schüler empfinden dies als wachsende Bedrohung. Bieten Sie Ihren mathematischen Schutzbefohlenen daher ein Wochenende intensivsten Trainings an.

Was erwartet die Schülerinnen und Schüler? Kein lässiges Wochenende zum Faulenzen. Dafür aber: je drei komplexe Aufgaben aus den Bereichen Stochastik, Analysis und Vektorgeometrie; das Ganze in einer Runde Gleichgesinnter, mit denen man auch Spaß hat. Und für das leibliche Wohl ist ebenfalls gesorgt.

Was erwartet Sie? Kein lässiges Wochenende zum Faulenzen. Denn gegebenenfalls müssen Sie selbst *aus dem Stand* die unterschiedlichsten mathematischen Fragen beantworten. Dafür erleben Sie Schülerinnen und Schüler, die sich über Stunden nicht nur klaglos, sondern begeistert mit Mathematik-Aufgaben beschäftigen und sich gegenseitig dabei unterstützen. Organisatorische Hilfen zur Gestaltung des Wochenendes finden Sie auf der CD-ROM 35.

Reihe 6 S 2	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Didaktisch-methodische Hinweise

Orientieren Sie sich an folgenden Maximen:

- In der (Klein-)Gruppe lernt es sich besser, effektiver und lustvoller.
- Sich mit Zeit und Muße einem Thema zu widmen, ist wirkungsvoller, als ein 45-Minuten-Takt (Schulsituation) oder unter Umständen sogar in noch kürzeren Zeitschnitten (Hausaufgabensituation) die unterschiedlichsten Bereiche anzugehen.

Diese Grundgedanken führen zum Angebot eines Training-Wochenendes **SAVe** für Mathematik-Abiturienten. Das englische „to save“ heißt „retten, sichern“, hier: Wissen sichern. Die Großbuchstaben in **SAVe** stehen für **S**tochastik, **A**nalysis und **V**ektorrechnung einüben.

Setzen Sie die hier vorgestellten Ideen und Materialien in einer der folgenden Varianten ein, um den Mathe-Prüflingen ein intensives Üben zu ermöglichen:

- ein Wochenende außerhalb der Schule,
- ein bis drei ganztägige Einzelveranstaltungen (sonnabends),
- eine oder mehrere Nachmittagsveranstaltungen,
- notfalls als kleinen Pool weiterer Übungsaufgaben im Abitur-Stil.

Methodisch folgt das Projekt dem Prinzip des **kooperativen Lernens**. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten die einzelnen Aufgaben zunächst alleine und dann in Kleingruppen, um sie schließlich der gesamten Lerngruppe zu präsentieren.

Was ist wann vorzubereiten? – Check-Liste

Wann?	Was?	Material	✓
circa 3 Monate vorher	Absprache mit den Kolleginnen und Kollegen der parallelen Mathe-Kurse über das Projekt ⇒ Wie viele Mathematik-Lehrkräfte werden sich aktiv an SAVe beteiligen?		
circa 3 Monate vorher	Unverbindliche Absprachen mit infrage kommenden Häusern: Ausstattung mit OHP, Flipchart, Beamer und Anzeigegerät? Anzahl zur Verfügung stehender Gruppenräume? Übernachtung und Verpflegung? Preis?		
circa 4 Wochen vorher	Einladung der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler	CD-ROM 35	
circa 6 Wochen vorher	Anmeldefrist für die Schülerinnen und Schüler; dementsprechende Buchung des ausgewählten Hauses	CD-ROM 35	
in der Woche vorher	Fotokopien des Materials M 1 (Wie funktioniert SAVe? und Zeitplan) und der Aufgaben (M 2 bis M 10) für alle teilnehmenden Schülerinnen und Schüler; Fotokopien der Lösungen als Einzelexemplare, diese bitte laminieren.	M 1 – M 10 + Lsg.	
circa 2 Tage vorher	Zusammenstellen der Mathematik-Lehr- und Übungsbücher aus dem eigenen Fundus und evtl. dem der Schule und von Mathematik-Programmen wie etwa <i>Geogebra</i> , <i>Derive</i> und Ähnlichem, falls ein Laptop zur Verfügung steht.		

Reihe 6 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Wann?	Was?	Material	✓
am Tag vorher	Folgendes vorbereiten: – drei Plakate im Hinblick auf das Training unter der Anleitung von Experten , – zwei Plakate für die Auswertung am Schluss	CD-ROM 35	
am Tag vorher	Folgendes bereitstellen: – Moderationskoffer (zumindest Moderationskarten, Filzstifte, Klebestifte und Klebepunkte), – circa 10 Pinnwand-Papiere (oder große Plakate), – Krepp-Band und Tesa-Band, – Overhead-Folien und -Stifte, – Schreibpapier, – eigener Taschenrechner (GTR), wie er im Unterricht eingeführt ist.		

III/B

Ablauf

So kann ein gemeinsames SAVe-Wochenende ablaufen:

- Machen Sie die Schülerinnen und Schüler zu Beginn mit dem Ablauf und dem Inhalt des Wochenendes vertraut (**M 1**). Zur Vorbereitung der **Trainingsrunden unter der Anleitung von Experten** füllen die Schülerinnen und Schüler (Moderations-)Karten aus. Hier formulieren sie ihre Stärken, Schwächen bzw. dringende Fragen zu für sie kritischen Themen der Stochastik, Analysis oder Vektorgeometrie. Die Moderationskarten heften sie anschließend in die jeweilige Rubrik der Plakate, die Sie entsprechend vorbereitet haben (Vorlesen auf der **CD-ROM 35**).

- Im ersten **SAVe-Durchgang** bereiten die Lernenden selbstständig eine der Aufgaben Stochastik I, Analysis I und Vektorgeometrie I (**M 2 – M 4**). Verteilen Sie die drei Aufgaben nach dem Zufallsprinzip, z.B. mithilfe von Spielkarten, Abzählen, in drei bis fünf Teile zerschnittenen Foto Postkarten oder Ähnlichem, aber jede Aufgabe an etwa gleich viele Schülerinnen und Schüler. Achten Sie in dieser Phase darauf, dass wirklich jeder alleine arbeitet (auch in der Abitur-Situation ist ja jeder und jede auf sich selbst gestellt).

Während dieser 90 Minuten Einzelarbeit erstellen Sie aus den Karten mit Stärken und Schwächen (s.o.) Themen und einen **Verteilungsplan** für die drei angesetzten Trainingsrunden. Wählen Sie als Referenten eine leistungsstarke Schülerin oder einen leistungsstarken Schüler, der soll das Thema den daran interessierten Mitschülerinnen und -schülern erklären. Eben dieser Referent erhält dann anschließend die Möglichkeit, in einer der anderen Trainingsrunden an seinem eigenen schwachen Thema zu arbeiten. Normalerweise finden sich zu allen kritischen Themen auch Schülerinnen oder Schüler, die dieses Thema beherrschen, sodass Sie in der Regel mehrere solcher **Crasse** in relativ kleinen Gruppen parallel anbieten können. Und wo Sie keine Referenten aus dem Schülerkreis gewinnen können, übernehmen Sie selbst selbstständig diese Rolle.

- Anschließend setzen sich jeweils vier Schülerinnen und Schüler, die dieselbe Aufgabe bearbeitet haben, zusammen, vergleichen und erörtern ihre Ergebnisse und bringen sie schließlich so sauber wie möglich und so ausführlich wie nötig auf ein Plakat, das sie an einer Wand des Tagesraums anbringen. Stellen Sie für diese Gelegenheit jeweils eine zusätzliche Kopie der Aufgabe zur Verfügung, die Sie mit aufkleben.

Dieses Vorgehen wiederholen Sie noch zweimal mit den übrigen Aufgaben und zwar so, dass jeder am Schluss eine Aufgabe aus jedem Gebiet selbstständig bearbeitet hat.

Reihe 6 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Lassen Sie Ihre Schutzbefohlenen nicht allein

Stehen Sie in beiden Phasen (Einzelarbeit und gruppenweise Besprechung) als **Ratgeber** zur Verfügung. Schauen Sie gerade in dieser zweiten Phase bei den verschiedenen Arbeitsgruppen immer wieder vorbei und gewährleisten Sie auf diesem Wege, dass wirklich nur korrekte Lösungen als Musterlösung präsentiert werden. Zeigen Sie den Schülerinnen und Schülern eventuell die Lösungen zur selbstständigen Kontrolle.

- Nach dem dritten SAVE-Durchgang widmen sich die Schülerinnen und Schüler auch den sechs Aufgaben, die sie noch nicht kennen, und vergleichen ihre Lösungen mit den Musterlösungen.
- Futter ohne Ende: Legen Sie für schnelle Rechner, für die freie Zeit und einige Aufgaben aus, die die Schülerinnen und Schüler zusätzlich bearbeiten können. Hier sei auf die reichlich vorhandene Literatur – Übungsaufgaben – Abiturstoff – oder aus früheren Zentralabitur-Jahrgängen unterschiedlicher Bundesländer – verwiesen. Deren Besprechung (in etwas knapperer Form) erfolgt gegen Ende des Wochenendes.
- Weitere Hilfen:
Stellen sie Lehr- und Übungsbücher und evtl. einen Laptop mit Mathesoftware zur Verfügung. Die Lernenden sollen sich auch selbstständig Rat und Hilfe holen können.

Und was gibt es sonst noch zu beachten?

- Vergessen Sie an einem solchen Wochenende nicht den gemeinsamen Spaß, vor allem am Samstagabend. Lassen Sie die Schülerinnen und Schüler brauchbare Gesellschaftsspiele mitbringen. Oder stellen Sie ein Fest, geht gemeinsam Eis essen und Ähnliches.
- In der **Schlussrunde** nach dem letzten gemeinsamen Mittagessen erhalten die veranstaltenden Lehrkräfte ein Feedback zum gemeinsamen Wochenende. Dafür finden Sie auf der **CD-ROM 35** Platzkarten vor:

Das Spiegelei verbildlicht die Rechenregelung *Das ist das Gelbe vom Ei*. Daher klebt jede Schülerin und jeder Schüler einen Klebepunkt so nah oder fern vom Dotter des Spiegeleis entfernt auf, wie er oder sie mit dem Ablauf des Wochenendes zufrieden ist: Je näher am Dotter, desto zufriedener (freie Meinungsäußerungen dazu sind selbstverständlich nicht verboten). Aus dem zweiten Plakat notieren die Schülerinnen und Schüler mithilfe von Moderationskarten **Verbesserungsvorschläge**, die hoffentlich für ein nächstes Mal im nächsten Jahrgang hilfreich sind. Ein abschließendes **Blitzlicht** zum Ablauf der Veranstaltung rundet diese Schlussrunde ab.

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren und lösen anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe der Binomialverteilung (**M 2, M 5, M 8**),
- wenden grundlegende Begriffe, Sätze und Verfahren der Analysis (z.B. Ableitungsregeln, Grenzwertdiskussion, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) verständlich in inner- und außermathematischen Zusammenhängen an (**M 3, M 6, M 9**),
- untersuchen verschiedene Funktionsklassen (z.B. ganzrationale Kurvenschar und Wurzelfunktion) mithilfe der Differentialrechnung (**M 3, M 9**),
- ermitteln mithilfe der Integralrechnung Stammfunktionen, berechnen bestimmte Integrale und bestimmen Flächeninhalte (**M 3, M 6, M 9**),
- berechnen Volumen und Oberfläche einer Pyramide (**M 4**),
- bilden Skalarprodukte zur Winkelberechnung und Bestimmung der Orthogonalität zweier Vektoren (**M 4, M 7, M 10**),
- stellen Geraden und Ebenen in ebenen und räumlichen Koordinaten und analytisch dar (**M 4, M 7, M 10**),
- untersuchen geometrische Objekte mit analytischen Methoden, berechnen Maße und erkennen aus analytischen Darstellungen geometrische Objekte (**M 4, M 7, M 10**).

Reihe 6 S 5	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Material	Thema
M 1	Wie funktioniert SAVe?
M 2 Stochastik	Ein gärtnerisches Missgeschick Bernoulli-Kette, Binomialverteilung, bedingte Wahrscheinlichkeit
M 3 Analysis	Ganzrationale Kurvenschar Funktionsschar, Kurvendiskussion, Ortslinie der Hochpunkte, Flächeninhalt eines Dreiecks
M 4 Vektorrechnung	Logo des Bundeswettbewerbs 2022 Eine Pyramide über einem Trapez, Volumen, Oberfläche und Winkel dieser Pyramide sowie der Ebene durch vorgegebene Punkte
M 5 Stochastik	Eine Kaffeefahrt Baumdiagramm, Pfadregeln, Binomialverteilung, bedingte Wahrscheinlichkeit
M 6 Analysis	Eine Ballonfahrt Modell erstellen, Trassierungsaufgabe, zusammengesetzte Funktionen, Grenzwert, Grenzwertensatz, Flächenberechnung
M 7 Vektorrechnung	Die Cheopspyramide Quadratische Pyramide, maßstabsgerechtes Modell, Hessesche Normalenform, Schnittgerade, Höhenwinkel der Seitenflächen
M 8 Stochastik	Gedanken lesen Binomialverteilung, Betrugsaufdeckung
M 9 Analysis	Eine Feiertagsfeier Wurzelfunktion, Definitionsbereich, Kurvendiskussion, Flächenberechnung, Rotationskörper, Taylor-Polynom, GTR
M 10 Vektorrechnung	Ein Hüttenbesuch Windschiefe Geraden, Punkteschar, Flächeninhalt Dreieck, relative Lage der Punkte, Ebene in Normalenform, Abstand, Stoßpunkt

Die Einleitungsrunde umfasst Material M 1, dann kommen Runde 1 (M 2, M 3, M 4), Runde 2 (M 5, M 6, M 7) und Runde 3 (M 8, M 9, M 10).

Minimalprogramm

Die Zeit ist knapp? Sie veranstalten gar kein gemeinsames Wochenende, sondern haben sich für eine der anderen Einsatzmöglichkeiten entschieden?

Bitte wählen Sie aus den drei Gebieten jeweils eine Aufgabe. Lassen Sie sie die Schüler/innen und Schüler selbstständig bearbeiten und anschließend in Vierergruppen erörtern. Dann erstellen die Lernenden zu jeder Aufgabe eine Musterlösung und einer aus der Gruppe, der gut zurechtgekommen ist, trägt die Musterlösung vor.

Reihe 6	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 1 Wie funktioniert SAVe?

Jeder Schüler und jede Schülerin bearbeitet **pro Durchgang** selbstständig eine Aufgabe aus der **Stochastik, Analysis** oder **Vektorgeometrie**.

Anschließend setzen sich je vier Schülerinnen und Schüler, die die gleiche Aufgabe bearbeitet haben, zusammen und vergleichen ihre Ergebnisse und Lösungswege. Daraus entsteht eine gemeinsame Musterlösung, die auf einem Plakat festgeschrieben wird. Ein Schüler oder eine Schülerin, der oder die sich sicher ist, präsentiert die Musterlösung.

Es gibt drei Durchgänge dieser Art.

Am Ende hat jeder eine Aufgabe aus der Stochastik, eine aus der Analysis und eine aus der Vektorgeometrie bearbeitet. Nach den drei Durchgängen rechnen alle die noch unbekannt Aufgaben nach und vergleichen mit den Musterlösungen.

Parallel zu dieser Arbeit liegen weitere Einzelaufgaben aus, die nach Möglichkeit zwischendrin bearbeitet werden. Deren Besprechung erfolgt am Sonntagvormittag.

Schließlich findet noch ein **Training unter der Anleitung von Experten** statt. Dabei handelt es sich um **Crashkurse** zu bestimmten kritischen Themen. Zur Vorbereitung dieser Kurse schreibt jeder seine Stärken bzw. Schwächen und mögliche Fragen auf Moderationskarten.

Weiterhin stehen eine große Anzahl an Schulbüchern und Lernhilfen (Computerprogramme) zu den drei Mathematik-Gebieten zur Verfügung.

Zeitplan

	Freitag	Samstag	Sonntag
8.00 Uhr Frühstück			
Vormittag 8.30 – 10.00 Uhr	_____	SAVe: Durchgang 2	Rechnen an den Präsentationen
10.15 – 11.30 Uhr	_____	Zusammentragen und Präsentieren des 2. Durchgangs	Fragen und Anmerkungen zu den Einzelaufgaben
12.00 Uhr Mittagessen – Mittagspause			
Nachmittag 13.30 – 15.15 Uhr	_____	Training unter der Anleitung von Experten	12.30 – 13.30 Schlussrunde
15.30 – 16.00 Uhr	Einführung	SAVe: Durchgang 3	_____
16.15 – 17.45 Uhr	SAVe: Durchgang 1	Zusammentragen und Präsentieren des 3. Durchgangs	_____
18.00 Uhr Abendessen			
Abend 18.30 – 20.00 Uhr	Zusammentragen und Präsentieren des 1. Durchgangs	Training unter der Anleitung von Experten	_____
20.15 – 21.30 Uhr	Training unter der Anleitung von Experten	Rechnen an den Präsentationen	_____

Reihe 6	Verlauf	Material S 4	LEK	Glossar	Lösungen
---------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 6 Analysis II: Eine Ballonfahrt

Ein Heißluftballon startet zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ und landet nach 90 Minuten wieder. Ein Mitfahrer notiert sich zu drei Zeitpunkten [in Minuten] den Wert [in Meter], den der Höhenmesser im Ballon jeweils angibt:

$$t_1 = 12 \mapsto 900; \quad t_2 = 39 \mapsto 870; \quad t_3 = 46,5 \mapsto 925.$$

Damit entstehen 5 Punkte $P_i(t_i | h_i)$, $i = 0, \dots, 4$.

- Geben Sie mithilfe Ihres GTR zu den 5 Punkten eine Regressionsfunktion an. Lassen Sie sich den Funktionsgraphen zeichnen und entscheiden Sie begründet, ob der Graph ein korrektes Bild des Fahrtverlaufs eines Ballons in Abhängigkeit von der Zeit wiedergeben könnte.



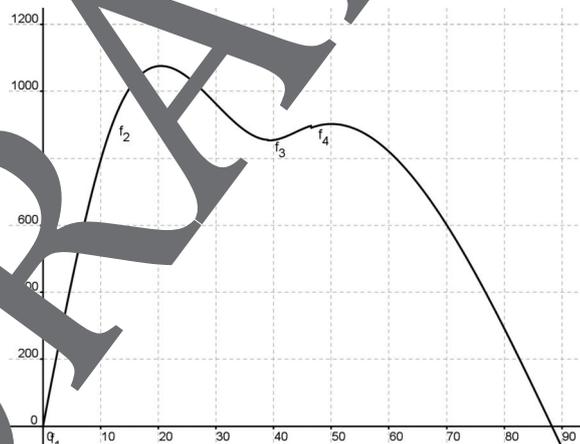
Foto: Pixelio

[Alternativ: Erstellen Sie über ein LGS aus den 5 Punkten eine ganzrationale Funktion 4. Grades.]

- Eine andere, aus einer Anzahl von Polynomen zusammengesetzte Funktion, geht ebenfalls in guter Näherung durch die fünf Datenpunkte:

$$f(t) = \begin{cases} f_1: & 89,302t - 0,099t^3 & \text{für } t < 12 \\ f_2: & 0,067t^3 - 5,997t^2 + 161,07t - 2871,1 & \text{für } 12 \leq t < 39 \\ f_3: & -0,127t^3 + 16,7t^2 - 723,935t + 11220 & \text{für } 39 \leq t < 46,5 \\ f_4: & 0,0075t^3 - 2,12t^2 + 146,605t - 13185 & \text{für } 46,5 \leq t < 90 \end{cases}$$

Hier ist der Graph dieser Funktion. Er könnte dem Anschein nach durchaus eine Ballonfahrt darstellen.



Überprüfen Sie diesen Anschein rechnerisch. Legen Sie dazu folgende Kriterien zugrunde:

- stimmen die Funktionswerte an den Übergangsstellen in etwa überein?
- Stimmen die Steigungen an den Übergangsstellen in etwa überein?

Begründen Sie, warum beide Überprüfungskriterien zusammen sinnvoll sind.

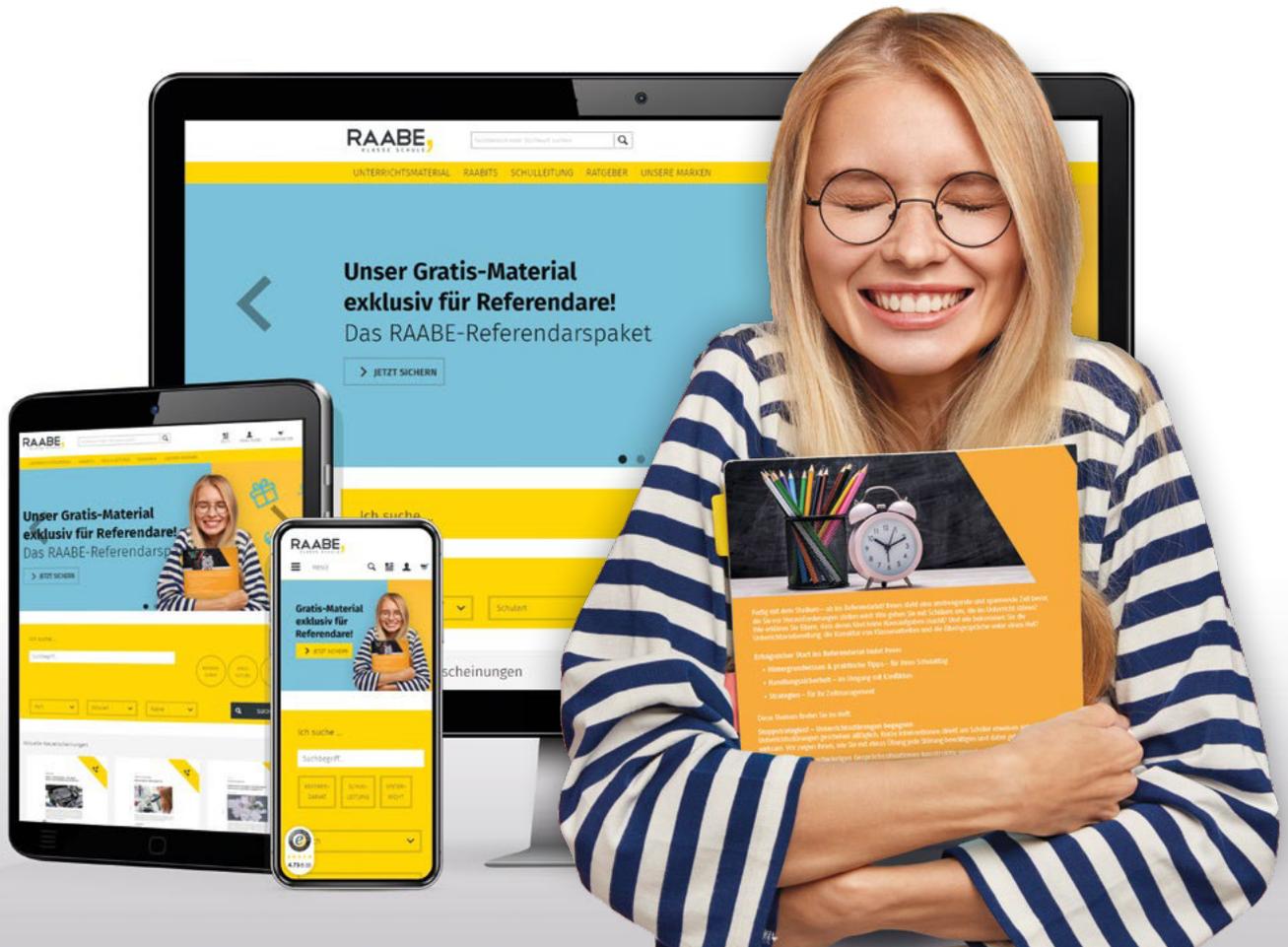
Beurteilen Sie den Grad der vorhandenen Abweichungen. Berücksichtigen Sie dabei, dass der Ballon circa 16 m hoch ist.

- Der Verlauf des Graphen kann folgendermaßen interpretiert werden:

- Zuerst wird der Ballon auf eine maximale Höhe H_1 gebracht.
- Man lässt die Heißluft abkühlen. Daher sinkt der Ballon während der nächsten Zeit ab bis zu einem lokalen Minimum T .

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 4.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Sichere Zahlung per Rechnung,
PayPal & Kreditkarte



Exklusive Vorteile für Abonnent*innen

- 20% Rabatt auf alle Materialien für Ihr bereits abonniertes Fach
- 10% Rabatt auf weitere Grundwerke



Käuferschutz mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de