# Modellierung im Kontext von Wachstum, geradlinigen Bewegungen und periodischen Vorgängen

Udo Mühlenfeld, Hiddenhausen

Illustrationen von: Dr. Wolfgang Zettlmeier





| | |
|---|---|
| **Klasse:** | 10, 11 |
| **Dauer:** | 6 Stunden |
| **Inhalt:** | Modellierung von Kapitalentwicklungen mithilfe von Exponentialfunktionen |
| | Modellierung von Bewegungen anhand des Reaktions-, Brems- und Anhalteweges |
| | Mathematisierung ausgesuchter Faustformeln aus der Fahrschulpraxis |
| | Modellierung von periodischen Vorgängen am Beispiel eines Federspielzeugs |
| | Optionaler Einsatz des GTR und eines Bewegungssensors |
| | Differenzierendes Arbeitsblatt auf **CD-ROM 74** |
| | Modellierung mit GeoGebra |
| **Ihr Plus:** | ✓ Stärkung der Modellierungs- und Problemlösekompetenzen der Schüler |
| | ✓ Stärkung der Kompetenzen der Schüler im Umgang mit dem GTR |
| | ✓ Einsatz des CASIO fx-CG20 bzw. 50 im mathematischen Erkenntnisprozess |
| | ✓ Tippkarten für die Bedienung des GTR |

Der Beitrag zeigt vielfältige Möglichkeiten auf, den GTR zur Unterstützung des Lernprozesses in einem kompetenzorientierten und auf Verständnis zielenden Mathematikunterricht einzusetzen – und zwar zum Ende der Sekundarstufe I. Inhaltlich geht es darum, die mathematische Sichtweise auf Kontexte aus dem Lebensumfeld der Schüler bewusst zu stärken und so eine enge Vernetzung mit den unterschiedlichen Funktionstypen zu ermöglichen. Machen Sie Ihren Schülern aber auch deutlich, dass die abgebildeten Lerngegenstände auch unter pädagogischen, gesellschaftspolitischen, physikalischen oder auch technischen Aspekten betrachtet werden können und die „mathematische Brille" nur eine unter vielen ist, mit denen wir unsere Umwelt wahrnehmen.

# Didaktisch-methodische Hinweise

### Mathematisches Modellieren ist das Übersetzen zwischen Realität und Mathematik

In seinem Hauptvortrag **„Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer“** auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik im Jahr 2007 in Berlin formuliert Werner Blum zunächst seine grundlegenden Vorstellungen: *„Mathematisches Modellieren* soll das **Übersetzen zwischen Realität und Mathematik** bezeichnen. Unter einer Modellierungsaufgabe verstehe ich eine realitätsbezogene Aufgabe, die substantielle Anforderungen in Bezug auf die Übersetzungsprozesse Realität ↔ Mathematik stellt.“ (S. 3)

(Quelle: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007, Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin, ISBN 978-3-88120-474-3)

### Eine Modellierungsaufgabe ist keine reine Textaufgabe

Im weiteren Verlauf setzt er die Modellierungsaufgaben gegen die Textaufgaben ab: „Bei solchen Aufgaben ist das primäre Ziel, das jeweilige Realproblem in den Griff zu bekommen. Dagegen dienen die schulklassischen eingekleideten **Textaufgaben** in erster Linie dazu, Anlässe zur Beschäftigung mit Mathematik zu schaffen.“ (S. 4) Gleichzeitig betont er aber auch die Bedeutung einer ausgewogenen „Mischung verschiedener Typen, von authentischen Modellierungsaufgaben bis zu künstlichen Einkleidungen. Wichtig ist nur, dass ihr Charakter offengelegt wird und nicht Fiktionen für die Wirklichkeit ausgegeben werden.“ (S. 4)

### Es gibt ganz unterschiedliche Typen von Modellierungsaufgaben

Den unterschiedlichen Ausprägungen von Modellierungsaufgaben wird der Beitrag durch vielfältige Problemstellungen gerecht.

Bei der **Erfassung von periodischen Vorgängen** zeigen **Sensoren** und **Oszilloskope**, die aus der heutigen Technik nicht mehr wegzudenken sind, Abbildungen der Wirklichkeit, wobei die oben angesprochenen Übersetzungsprozesse zwischen der Realität und der Mathematik in beiden Richtungen eine zentrale Rolle spielen.

Bei der **Mathematisierung der Faustformeln** aus der Fahrschulpraxis kommt dagegen der Übersetzung der Realität in die Mathematik eine bedeutende Rolle zu, um mit den Eigenschaften der Modellfunktionen dann wiederum verkehrstechnisch bedeutsame Situationen zu bewerten.

Die Aufgaben zur **Zinsberechnung** haben dagegen eher den Charakter einer eingekleideten Textaufgabe, auch wenn dem Problem reale Daten zugrunde liegen. Hier besteht dann die Möglichkeit, den **Wechsel der Darstellungsformen** in den Vordergrund zu rücken.

### Die Rolle der Lehrkraft

Zur methodischen Unterstützung bei der Förderung der Modellierungskompetenzen durch selbstständige Modellierungsaktivitäten bezieht Werner Blum mit Blick auf die Lehrerrolle klar Stellung: „Die in der zeitgenössischen Pädagogik gelegentlich propagierte Abstinenz des Lehrers von Eingriffen in Lösungsprozesse ist so pauschal sicher falsch. Es geht um die **subtile Balance zwischen Schüler-Selbstständigkeit und Anleitung durch den Lehrer**, um minimale, diagnosebasierte Interventionen bei auftretenden Schülerschwierigkeiten (‚Hilf mir, es selbst zu tun‘).“ (S. 14)

(Quelle: Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis, 2006, Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin, ISBN 978-3-88120-436-1)

**Lehrplanbezug**

Wir schauen exemplarisch auf den **Kernlehrplan Mathematik** in **Nordrhein-Westfalen**:

Dort werden zum Thema **Modellieren – Modelle erstellen und nutzen** für das Ende der Jahrgangsstufe 9 folgende **prozessbezogenen** Kompetenzen formuliert:

Die Schüler[1] …

| | |
|---|---|
| **Mathematisieren** | … übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle (Tabellen, Grafen, Terme) |
| **Validieren** | … vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation |
| **Realisieren** | … finden zu einem mathematischen Modell passende Realsituationen |

Da die im Kernlehrplan genannten drei Aspekte sich nicht ohne den Funktionsbegriff realisieren lassen, müssen im Beitrag ebenso diesbezügliche **inhaltsbezogene** Kompetenzen gefördert werden, die zum Thema **Funktionen – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden** wie folgt formuliert sind:

Die Schüler …

| | |
|---|---|
| **Anwenden** | … wenden lineare und quadratische Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen an |
| | … wenden exponentielle Funktionen zur Lösung außermathematischer Problemstellungen aus dem Bereich Zinseszins an |
| | … verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung einfacher periodischer Vorgänge |

Die verschiedenen Problemstellungen im Beitrag ermöglichen so eine natürliche Symbiose zwischen diesen beiden Kompetenzbereichen.

**Methode**

Neben der schon erwähnten prozessbezogenen Kompetenz des Modellierens werden im Kernlehrplan weitere genannt, die sich natürlich auch nur in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten fördern lassen. Die nachfolgende Übersicht verdeutlicht, inwiefern dieser Beitrag bei der Förderung der Kompetenzen unterstützen kann.

| Kompetenzen im Kernlehrplan | Tätigkeit in der Unterrichtseinheit |
|---|---|
| Die Schüler … | |
| … erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen **(verbalisieren)** | Auswertung der Oszilloskop- und Sensoraufnahmen (**M 3, M 4**) |
| … zerlegen Probleme in Teilprobleme **(erkunden)** | Grundgrößen bei periodischen Vorgängen erfassen (**M 3, M 4**), Berechnung von Zinsen und Kapitalentwicklungen (**M 1**) |
| … wählen geeignete Medien für die Dokumentation und Präsentation aus **(darstellen)** | Präsentation der Ergebnisse aus den Übungsaufgaben (**M 6**) |

1 Quelle: https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/gymnasium_g8/gym8_mathematik.pdf

## Auf einen Blick

| Material | Thema | Stunde |
|---|---|---|
| M 1 | **Gute Noten zahlen sich aus – Zinseszinsrechnung**<br>Berechnungen mit Tabellenkalkulation und Exponentialfunktionen | 1. |
| M 2 | **Reaktions-, Brems- und Anhalteweg – Faustformeln aus der Fahrschulpraxis**<br>Modellierung mithilfe linearer und quadratischer Funktionen<br>Darstellungen: Graph, Tabelle, Funktionsterm<br>Eigenschaften der Funktionen im Sachzusammenhang | 2. |
| M 3 | **Schwingende Stimmgabeln**<br>Auswertung von Tonaufzeichnungen mit einem Audiooszilloskop<br>Frequenz, Schwingungsdauer und Amplitude als Kenngrößen, Interpretation im Sachzusammenhang<br>Modellierung der Tonaufzeichnungen mit einer Sinusfunktion | 3. |
| M 4 | **Schwingende Figuren**<br>Aufzeichnung und Auswertung periodischer Vorgänge<br>Frequenz, Schwingungsdauer und Amplitude als Kenngrößen, Interpretation im Sachzusammenhang<br>Modellierung der Schwingung mit einer Sinusfunktion | 4. |
| M 5 | **Tippkarte für die Verwendung des GTR CASIO fx-CG20 bzw. 50**<br>Gleichungen lösen, Graphen zeichnen, Koordinaten ermitteln, Tabellenkalkulation verwenden | |
| M 6 | **Übungsaufgaben**<br>Modellierung des radioaktiven Zerfalls durch Würfeln<br>Pegelstände vorhersagen<br>Bremsverzögerungen, mathematisch und in der Praxis | 5. |
| M 7 | **Bist du fit? – Teste dein Wissen!**<br>Zinsen berechnen, Modellierungen vergleichen, Tonaufzeichnungen vergleichen, grafische Darstellungen durch Funktionen modellieren,<br>Aussagen aus dem Straßenverkehr überprüfen und bewerten | 6. |



**Minimalplan**

Es ist sinnvoll, zu jeder der drei Klassen von Modellierungen (durch Exponentialfunktionen, durch lineare bzw. quadratische Funktionen und durch Sinusfunktionen) jeweils ein Materialblatt zu bearbeiten, also müssen **M 1**, **M 2** und **M 3** oder **M 4** bearbeitet werden. Ebenso gehören dazu die übergreifenden Übungsaufgaben (**M 6**). Gegebenenfalls können Sie auf die Lernkontrolle verzichten und diese auch als zusätzliche Übung für zu Hause zur Verfügung stellen. Bei Zeitknappheit können Sie auch auf den GTR und damit verbundene Teilaufgaben verzichten, obwohl die damit angestrebten Kompetenzen auch Bestandteil des Kernlehrplans sind.

# M 1 Gute Noten zahlen sich aus – Zinseszinsrechnung

Eine Bank fördert gute Schulnoten, indem sie das für ein Schuljahr festgelegte Kapital mit einem Zinssatz verzinst, der von der durchschnittlichen Zeugnisnote am Schuljahresende abhängig ist. Das einmal festgelegte Kapital darf höchstens 2500 € betragen.

Werbung der Bank



**Aufgaben**

1. Berechnen Sie, wie sich der jeweilige Notendurchschnitt auf die Höhe der Zinsen in einem Schuljahr auswirkt, wenn Ihre Eltern einen Betrag von 2500 € festlegen. Verwenden Sie dazu die Tabellenkalkulation des GTR.

2. Vergleichen Sie die Kapitalentwicklung im Laufe der 13-jährigen Schulzeit bei einem Notendurchschnitt 1,0 und einem Notendurchschnitt 3,1 bis 3,5, wenn Sie davon ausgehen, dass sich dieser während der gesamten Zeit genau wie die Zinssätze nicht ändert. Dabei wird zu Beginn wieder ein Betrag von 2500 € festgelegt, die Zinsen werden am Ende des Schuljahres nicht ausgezahlt, sondern dem Kapital zugerechnet und dann mit verzinst. Verwenden Sie für die Berechnung die Tabellenkalkulation des GTR.

3. Erklären Sie, warum sich die Kapitalentwicklung bei einem Notendurchschnitt von 1,0 durch die Funktion f mit $f(x) = 2500\,€ \cdot 1{,}04^x$ beschreiben lässt. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit Aufgabe 2.

4. Die Eltern von Jens haben zu Beginn der Grundschulzeit einen Betrag von 500 € eingezahlt. Das Kapital entwickelt sich wie folgt:

   Nach 4 Jahren: 573,76 €

   Nach 10 Jahren: 646,15 €

   Nach 13 Jahren: 706,07 €

   Ermitteln Sie jeweils den Notendurchschnitt, den Jens während der Grundschulzeit, in der Sekundarstufe I und in der Oberstufe erreicht hat.

5. Melanie hat während der 13-jährigen Schulzeit durchgängig einen Notendurchschnitt von 1,6 bis 2,0. Ihre Eltern wählen die Variante, sich die Zinsen am Ende des Schuljahres auszahlen zu lassen und Melanie zur Verfügung zu stellen. Berechnen Sie, wie viel Zinsen sie bei einem eingesetzten Kapital von 2500 € jedes Jahr erhält, und beschreiben Sie die Kapitalentwicklung durch einen geeigneten Funktionsterm.

6. Erläutern Sie, warum in der momentanen Niedrigzinsphase die Bank diese relativ hohen Zinssätze gewährt, andererseits aber das angelegte Kapital auf 2500 € begrenzt.

7. Auf der anderen Seite gibt es Banken, die bereits ab einem Sparguthaben von 100 000 € einen Strafzins in Höhe von –0,4 % berechnen. Die daraus resultierenden Strafzinsen werden am Ende des Jahres vom Sparguthaben abgezogen. Beschreiben Sie die Entwicklung des Sparguthabens innerhalb der nächsten zehn Jahre, wenn der Strafzins nicht verändert wird, und ermitteln Sie in etwa den Zeitpunkt, zu dem das Kapital um ein Zehntel gesunken ist.

# M 2 Reaktions-, Brems- und Anhalteweg – Faustformeln aus der Fahrschulpraxis

Unter dem **Reaktionsweg $s_R$** versteht man den Weg, den man zwischen dem Erkennen der Gefahr und der ersten Reaktion zurücklegt. Unter dem **Bremsweg $s_B$** versteht man den Weg, den man während des Bremsens zurücklegt. Der **Anhalteweg $s_A$** ist die Summe beider Wege.


In der Unterstadt ist Zone 30.

Für die Abschätzung der Länge dieser wichtigen Wege werden in Fahrschulen folgende Faustformeln vermittelt:

v sei die Geschwindigkeit des Fahrzeugs in km/h.

Dann gilt:

$s_R = \frac{v}{10} \cdot 3$ und $s_B = \left(\frac{v}{10} \cdot \frac{v}{10}\right) : 2$

bei einer Gefahrbremsung; ($s_R$ und $s_B$ in Metern)

**Aufgaben**

1. Stellen Sie $s_R$, $s_B$ und $s_A$ jeweils in Abhängigkeit von v in einem gemeinsamen Koordinatensystem grafisch dar.
2. Beschreiben Sie die Graphen und vergleichen Sie sie miteinander.
3. Berechnen Sie, welche Reaktionszeit der Faustformel für den Reaktionsweg zugrunde gelegt wird.
4. Ermitteln Sie grafisch den Reaktionsweg, den Bremsweg und den Anhalteweg für Tempo 30, 50, 70, 100 und 130 und stellen Sie diese in einer Tabelle zusammen.
5. Eine Fahrerin bremst ihr Fahrzeug von Tempo 30 vollständig ab, eine andere vermindert ihre Geschwindigkeit auch um 30 km/h, sie bremst von Tempo 100 auf Tempo 70 (bzw. von Tempo 130 auf Tempo 100) ab.

   Vergleichen Sie die Bremswege.
6. Berechnen Sie, um wie viel % sich der Reaktionsweg bzw. der Bremsweg verlängert, wenn die Geschwindigkeit von 100 km/h um 10 % erhöht wird.
7. Ein Kind tritt unvermittelt auf die Fahrbahn. Berechnen Sie den Anhalteweg in der Tempo-30-Zone.

   Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit das Kind von einem Autofahrer erfasst wird, der es an der gleichen Stelle erblickt, aber Tempo 50 fährt.

   Vergleichen Sie die Konsequenzen mit Blick auf die Unfallfolgen.
8. Um sich die fatalen Folgen zu veranschaulichen, werden die Wirkungen oft mit dem freien Fall aus einer bestimmten Höhe verglichen. Bei der Geschwindigkeit v (die Sie aber erst in m/s umrechnen müssen) beträgt die zugehörige Fallhöhe (in m) $h = v^2/2g$, wobei g die Fallbeschleunigung ist ($g \approx 10\ m/s^2$).

   Berechnen Sie die Tempo 30 bzw. Tempo 50 entsprechende Fallhöhe h.

# M 4 Schwingende Figuren

In manchen Kinderzimmern sollen Figuren, die mit einer Feder an der Decke befestigt sind und so in vertikale Schwingungen versetzt werden können, zur Beruhigung der Kinder beitragen. Die nahezu sinusförmigen Schwingungen werden mit einem Bewegungssensor, der sich unter der Figur befindet, aufgezeichnet. Der Sensor ermittelt den Abstand der Figur zum Sensor mithilfe von Ultraschall. Die Schwingungen werden in Verbindung mit dem GTR dargestellt. So ergibt sich z. B. folgende Grafik:

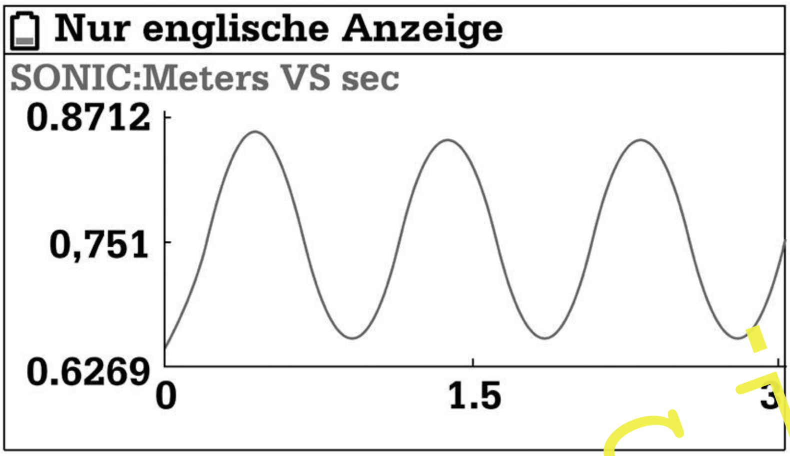



Foto: U. Mühlenfeld

Schlüsselanhänger an Spiralfeder

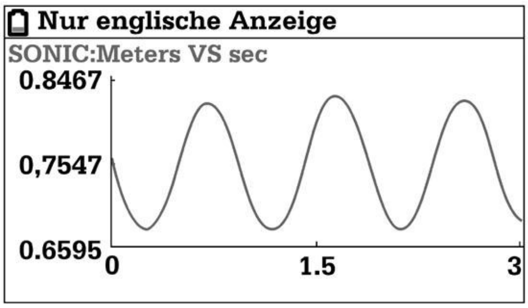


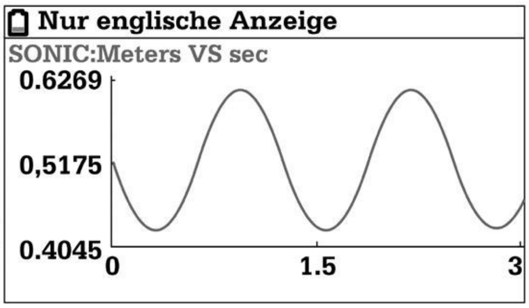
**Aufgaben**

1. Überlegen Sie, welche Informationen Sie anhand der Grafik ermitteln können, und geben Sie deren ungefähre Größe an.

2.

a) Beschreiben Sie qualitativ, welche Änderungen im Bewegungsablauf gegenüber dem ursprünglichen Bewegungsablauf sich jeweils aus den beiden folgenden Grafiken ablesen lassen.




b) Begründen Sie, dass sich der Graph in der linken Abbildung näherungsweise durch die Funktion f mit $f(t) = 0{,}07\sin(2\pi \cdot t) + 0{,}75$ beschreiben lässt.

3. Ein anderer Federschwinger hängt nun 1 m über dem Sensor und wird um 20 cm ausgelenkt; eine Schwingung dauert 2 s.

   Überlegen Sie unter Verwendung des GTR, wie die Aufnahme des Sensors aussehen könnte.

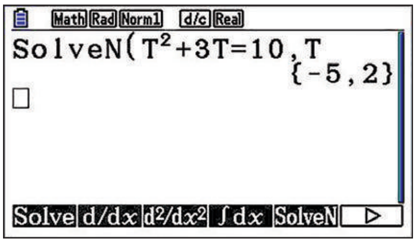
II/A

# M 5 Tippkarte für die Verwendung des GTR CASIO fx-CG20 bzw. 50 – Blatt 1

## 1. Gleichungen lösen

**Beispiel:** Die Gleichung $t^2 + 3t = 10$ soll nach t aufgelöst werden.

Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [1] die Run-Matrix-Anwendung auf. Mit [SHIFT] [MENU] (SET UP) können Sie sämtliche Grundeinstellungen vornehmen. Mit [EXIT] beenden Sie diesen Schritt. Wählen Sie die Tastenfolge [OPTN] [F4] (CALC), [F5] (SolveN), um den Operator „SolveN" aufzurufen. Geben Sie die Gleichung ein, verwenden Sie [ALPHA] [÷] für die Variable t und [SHIFT] [•] für das Gleichheitszeichen. Geben Sie mit Komma getrennt die Lösungsvariable an und schließen mit [EXE] ab. Folgen Sie den Anweisungen auf dem Display.

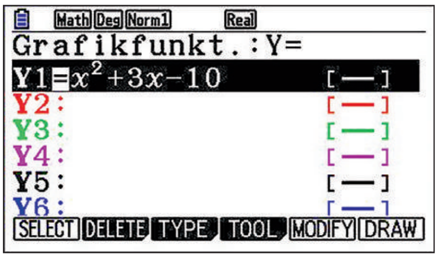


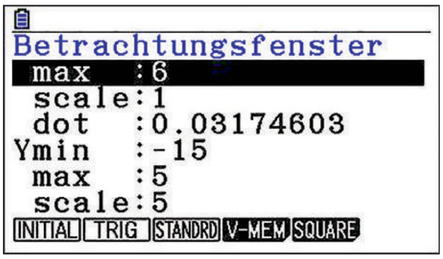

Mit [MENU] kehren Sie in das Hauptmenü zurück.

## 2. Graphen zeichnen, x- und y-Werte grafisch bestimmen

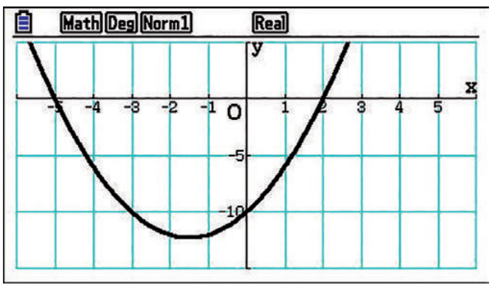
**Beispiel:** Der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^2 + 3x - 10$ soll gezeichnet werden.

Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [5] die Graph-Anwendung auf. Geben Sie den Funktionsterm ein, verwenden [X,θ,T] für die Variable x und schließen mit [EXE] ab. Markieren Sie die Eingabezeile Y1, um Farbe und Strichstärke auszuwählen. Wählen Sie dazu [SHIFT] [5] (FORMAT). Folgen Sie den Anweisungen auf dem Display, um Linienstil und Linienfarbe mit [EXE] auszuwählen. Mit [F1] (SELECT) wird ausgewählt, ob der Graph gezeichnet werden soll. Das Gleichheitszeichen ist dann markiert.



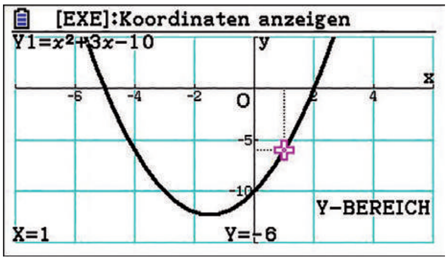

Verändern Sie die Fenstereinstellungen mit [SHIFT] [F3] (V-Window). Wählen Sie geeignete Werte für $x_{min}$, $x_{max}$ und die Skalierung, ebenso für die Variable y. Die einzelnen Angaben werden mit [EXE] abgeschlossen. Mit [F6] (DRAW) wird der Graph gezeichnet.

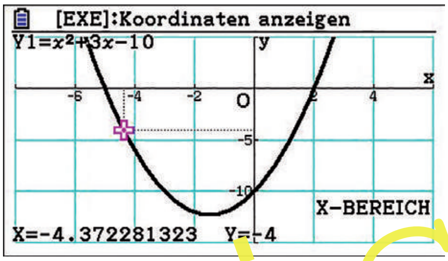


# M 5 Tippkarte – Blatt 2

**Beispiel:** Es soll grafisch zum x-Wert 1 der y-Wert ermittelt werden, ebenso zum y-Wert –4 der zugehörige x-Wert.

Wählen Sie zunächst [SHIFT] [F5] (G-Solv), dann [F6] für die Pfeiltaste nach rechts und [F1] (Y-CAL). Folgen Sie der Anweisung im Display und geben Sie 1 ein. Die Lösung y = –6 können Sie unten im Display ablesen, ebenso wird der zugehörige Punkt auf dem Graphen markiert. Schließen Sie mit [EXIT] ab. Zeichnen Sie den Graph neu, wiederholen die Schritte, wählen dann am Ende aber [F2] (X-CAL) für die Berechnung des x-Wertes. Folgen Sie der Anweisung im Display und geben Sie –4 ein. Die Lösung x = –4,37 können Sie unten im Display ablesen, ebenso wird der zugehörige Punkt auf dem Graphen markiert.



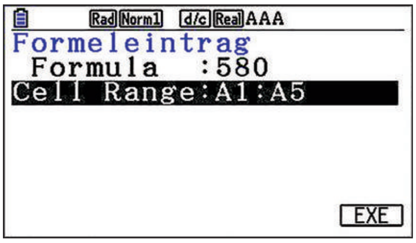



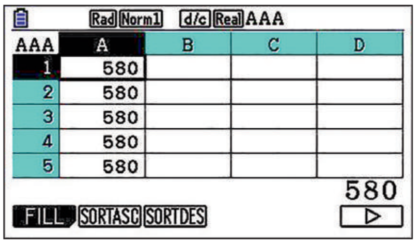

Mit [MENU] kehren Sie in das Hauptmenü zurück.

## 3. Die Tabellenkalkulation verwenden

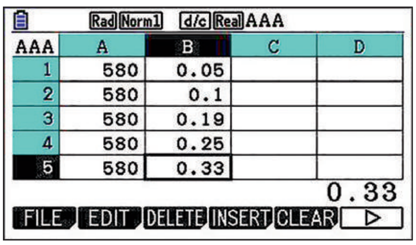
**Beispiel:** Für einen Artikel im Wert von 580 € sollen für verschiedene Prozentsätze (5 %, 10 %, 19 %, 25 %, 33 %) die Rabatte berechnet werden.

Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [4] die Tab.Kalk.-Anwendung auf. Gehen Sie in die Zelle A1 und verwenden Sie die Tastenfolge [F2] (EDIT), [F6] für den Pfeil nach rechts und [F1] (FILL). Tragen Sie bei „formula" den Wert 580 ein, bestätigen Sie mit [EXE] und tragen Sie bei „Cell Range" A1:A5 ein. Für das Trennzeichen zwischen A1 und A5 muss die Taste [F1] verwendet werden, nicht das [÷] aus der Tastatur.




Die Prozentsätze werden dezimal in die Zellen B1 bis B5 eingetragen. Bestätigen Sie jeweils mit [EXE]. Gehen Sie in die Zelle C1 und verwenden Sie die Tastenfolge [F2] (EDIT), [F6] für den Pfeil nach rechts und [F1] (FILL). Tragen Sie bei „formula" die Formel „=A1 x B1" ein, bestätigen mit [EXE] und tragen Sie bei „Cell Range" C1:C5 ein. Denken Sie bei Eingabe der Formel daran, der eigentlichen Formel ein Gleichheitszeichen voranzusetzen.

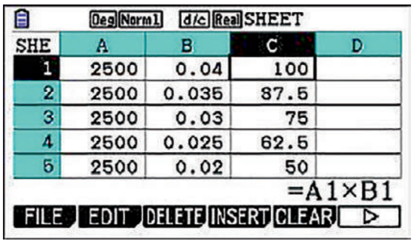



# Lösungen und Tipps zum Einsatz

## M 1 Gute Noten zahlen sich aus– Zinseszinsrechnung

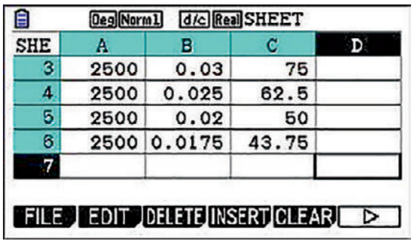
**Tipp**: Verwenden Sie die Tippkarten zum fx-CG20 bzw. 50 (**M 5**)

1. Die Zinsen für ein Jahr (3. Spalte) berechnen sich als Produkt aus dem Kapital in Höhe von 2500 € (1. Spalte) und dem jeweiligen Zinssatz aus der Werbung (2. Spalte):



| SHE | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2500 | 0.04 | 100 | |
| 2 | 2500 | 0.035 | 87.5 | |
| 3 | 2500 | 0.03 | 75 | |
| 4 | 2500 | 0.025 | 62.5 | |
| 5 | 2500 | 0.02 | 50 | |





| SHE | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 2500 | 0.03 | 75 | |
| 4 | 2500 | 0.025 | 62.5 | |
| 5 | 2500 | 0.02 | 50 | |
| 6 | 2500 | 0.0175 | 43.75 | |
| 7 | | | | |

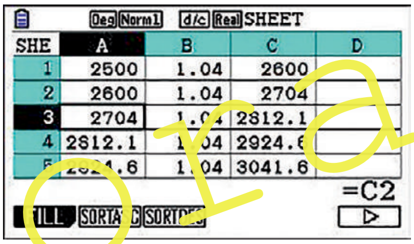


Je nach Notendurchschnitt variieren die Zinsen zwischen 43,75 € und 100 €.

2. Das Kapital zum Ende eines Schuljahres berechnet sich aus dem Produkt des Kapitals zu Beginn des Schuljahres und dem Zinsfaktor.

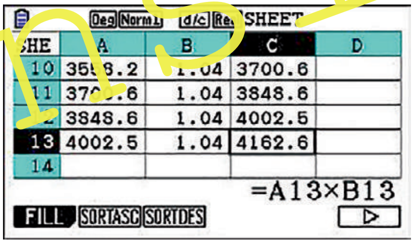
Bei einem Notendurchschnitt von 1,0 ist der Zinssatz 4,00 %, also beträgt der Zinsfaktor 1 + 4 % = 1 + 0,04 = 1,04. Bei einem Notendurchschnitt von 3,1 bis 3,5 ist der Zinsfaktor entsprechend 1,0175.

Notendurchschnitt 1,0:



| SHE | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2500 | 1.04 | 2600 | |
| 2 | 2600 | 1.04 | 2704 | |
| 3 | 2704 | 1.04 | 2812.1 | |
| 4 | 2812.1 | 1.04 | 2924.[illegible] | |
| 5 | [illegible].6 | 1.04 | 3041.6 | |

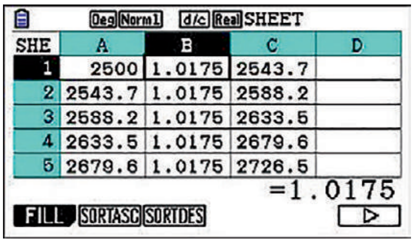




| SHE | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 10 | [illegible] | 1.04 | 3700.6 | |
| 11 | 37[illegible].6 | 1.04 | 3848.6 | |
| [illegible] | 3848.6 | 1.04 | 4002.5 | |
| 13 | 4002.5 | 1.04 | 4162.6 | |
| 14 | | | | |

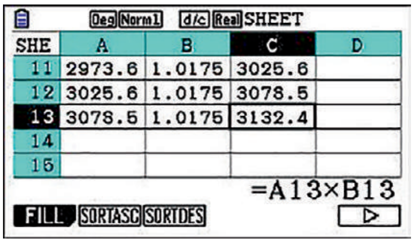


Notendurchschnitt 3,1 bis 3,5:



| SHE | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2500 | 1.0175 | 2543.7 | |
| 2 | 2543.7 | 1.0175 | 2588.2 | |
| 3 | 2588.2 | 1.0175 | 2633.5 | |
| 4 | 2633.5 | 1.0175 | 2679.6 | |
| 5 | 2679.6 | 1.0175 | 2726.5 | |





| SHE | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 2973.6 | 1.0175 | 3025.6 | |
| 12 | 3025.6 | 1.0175 | 3078.5 | |
| 13 | 3078.5 | 1.0175 | 3132.4 | |
| 14 | | | | |
| 15 | | | | |



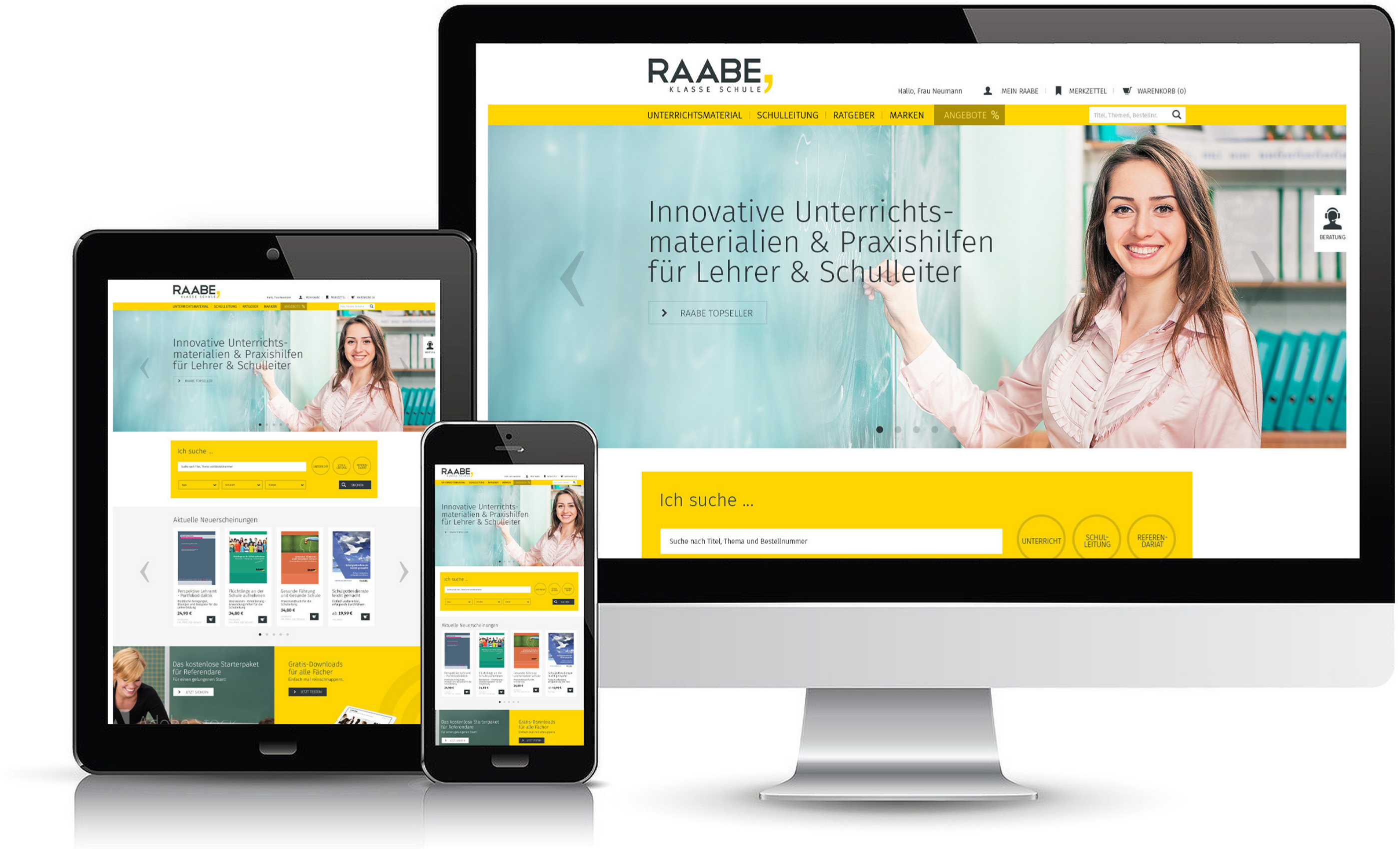
Das Kapital beträgt am Ende bei einem Notendurchschnitt 1,0 genau 4162,60 € und bei einem Notendurchschnitt 3,1 bis 3,5 genau 3132,40 €.

3. Das Kapital zum Ende des ersten Schuljahres berechnet sich aus dem Produkt des Kapitals zu Beginn des Schuljahres (2500 €) und dem Zinsfaktor 1,04. Das Kapital zum Ende des zweiten Schuljahres berechnet sich aus dem Produkt des Kapitals zu Beginn des Schuljahres (2500 € · 1,04) und dem Zinsfaktor 1,04, also 2500 € · 1,04 · 1,04 = 2500 € · $1{,}04^2$. Dementsprechend berechnet sich das Kapital am Ende des x-ten Jahres durch den Term $f(x) = 2\,500\text{ €} \cdot 1{,}04^x$.

Notendurchschnitt 1,0: $f(13) = 2500\text{ €} \cdot 1{,}04^{13} \approx 4162{,}68\text{ €}$

Notendurchschnitt 3,1 bis 3,5: $f(13) = 2500\text{ €} \cdot 1{,}0175^{13} \approx 3132{,}47\text{ €}$

# Der RAABE Webshop:
# Schnell, übersichtlich, sicher!




## Wir bieten Ihnen:

- Schnelle und intuitive Produktsuche
- Übersichtliches Kundenkonto
- Komfortable Nutzung über Computer, Tablet und Smartphone
- Höhere Sicherheit durch SSL-Verschlüsselung

# Mehr unter: www.raabe.de