

I.D.61

Geometrie

Satz des Thales, Mittelsenkrechte und Umkreis – Geometrie-Erlebnisse in der Natur

Jan und Jana Matjak, Laudenbach

Illustrationen von Julia Lenzmann, Stuttgart; Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



© RAABE 2020

© Mr_Twister/Stock/Getty Images Plus

Draußen gibt es viele geometrische Begriffe zu entdecken – Geraden, Kreise oder Flächen. Die Lernenden kennen die Inhalte aus vorhergegangenen Jahrgangsstufen. Zur Vertiefung und Motivation nutzen Sie diesen Stationenwechsel und betonen zum Beispiel die Winkelhalbierende oder die Mittelsenkrechte von einer anderen Seite. Die Schüler entdecken geometrische Eigenschaften von Figuren in ihrer Umgebung und stellen sie in Alltagsbezug zur Mathematik her.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe/Jahr: 8/10 (G8)

Dauer: 7 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: 1. Probleme lösen (K2), 2. Mit symbolischen, formalen u. technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), 3. Kommunizieren (K6)

Thematische Bereiche: Satz des Thales und seine Umkehrung, Ortslinie und Ortsbereich zum Kreis, Mittelsenkrechte und Umkreis, Mittelparallele, Parallelenpaar, Umfangwinkelsatz, Inkreis und Winkelhalbierende

Zusatzmaterialien: Ballplakat, Karten auf **CD-ROM 77**

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Mathematik draußen erleben

Still im Klassenzimmer sitzen und zuhören oder an einer Aufgabe arbeiten, so empfinden Schülerinnen und Schüler¹ oft den Mathematikunterricht. In dieser Unterrichtseinheit handeln die Lernenden aktiv und gestalten ihre Mathematikaufgaben selbst. Dabei wirken sich drei Aspekte besonders positiv auf die Motivation Ihrer Klasse aus:

Aspekt 1 – der Unterricht findet draußen statt: Dabei ist der Pausenhof oder der Sportplatz genauso geeignet wie ein angrenzender Park oder ein Waldstück. Die bekannte Umgebung wird neu wahrgenommen, da jetzt **Bäume, Pfeiler** oder **Wege** im Fokus stehen. Die Lernenden sind in einer für den Mathematikunterricht untypischen Umgebung aufmerksamer und konzentrieren sich besser auf die Aufgabenstellung als im bekannten Klassenzimmer.

Aspekt 2 – die Gruppenmitglieder nehmen eine Rolle ein: Die Unterrichtseinheit besteht aus acht Stationen, die in Sechsergruppen bearbeitet werden. Jedes Gruppenmitglied nimmt dazu eine Rolle in der Gruppe wahr. So gewährleisten Sie, dass sich keiner in der Gruppe versteckt und so nur ein Teil der Gruppe an den Aufgaben arbeitet. Durch die übernommene Verantwortung lernen die Schüler ihre Rolle gewissenhaft durchzuführen und werden aufgefordert, mit den anderen Gruppenmitgliedern zusammenzuarbeiten.

Aspekt 3 – Bewegung statt Stillstand: Die Lernenden nehmen selbst die Funktion von Punkten und Winkeln ein und verknüpfen so die mathematischen Begriffe mit ihren Bewegungen: „Learning by doing“ bekommt so eine zweite Bedeutung und die mathematischen Inhalte werden stärker im Unterbewusstsein verankert.

Aufbau

Zum **Einstieg** erklären Sie die Begriffe **Ortslinie** und **Ortsbereich**. Teilen Sie danach die Klasse in Sechsergruppen, wie in den Hinweisen beschrieben, ein. Anschließend erhält jede Gruppe den Laufzettel mit Anweisungen (M 1). Die Rollenverteilung bleibt über die gesamte Unterrichtssequenz bestehen. In beliebiger Reihenfolge bearbeitet jede Gruppe alle Stationen sowie das zugehörige Arbeitsblatt zur Sicherung und Festigung. Ein besonderer Anreiz dieses Stationenzirkels ist eine Skizze oder ein Foto, das die Endproduktion der Gruppe festhält. Nach dem Abschluss einer Station kontrollieren sich die Lernenden sofort mit den Lösungskarten selbst. Im Anschluss an die Gruppenarbeitsphase findet ein Wechsel zu **individuellen dreifach differenzierten Üben (M 2–M 4)** statt. Als Abschluss der Gruppenarbeit schätzen sich die Lernenden bezüglich ihrer mathematischen und geometrischen Fertigkeiten ein.

Voraussetzungen

Ihre Klasse sollte das grundlegende **Handwerkszeug der Geometrie** (Zirkel, Lineal, Definition von einfachen Figuren und grundlegende Sätze) kennen sowie die Begriffe zum Kreis wie Sehne, Kreislinie, Mittelpunkt und Radius. Weiterhin sollten besondere Linien wie **Mittelsenkrechte** und **Winkelhalbierende** bereits bekannt sein. Außerdem ist es nötig, dass die Lernenden **einfache Figuren konstruieren, Winkel messen, Winkel ablesen** und einen Handwerkerzirkel aus Kreide und Schnur benutzen können.

¹ Im weiteren Verlauf wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit nur noch „Schüler“ verwendet.



Auf einen Blick

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt, Tx: Text

1.–5. Stunde

Thema:

Der Stationenzirkel

M 1 (Ab)	Die Mathematik draußen entdecken! – Unser Laufzettel
Station 1 (Tx)	Mit Tip-Top zum Ziel
Station 1 (Ab)	Immer im Kreis herum – Satz des Thales
Station 2 (Tx)	Mit Tannenzapfen und Steinen
Station 2 (Ab)	Bitte wenden! – Der Thaleskreis
Station 3 (Tx)	Die Kunst der Geometrie
Station 3 (Ab)	Ortslinien und Ortsbereiche zum Kreis
Station 4 (Tx)	Halte Abstand! – Ein Dreieck erkunden
Station 4 (Ab)	Die Mittelsenkrechte und der Umkreis
Station 5 (Tx)	Geometrie des Gärtners
Station 5 (Ab)	Mittelparallele
Station 6 (Tx)	Eine Straße mit Beleuchtung
Station 6 (Ab)	Parallelenpaar
Station 7 (Tx)	Auf die Bühne ins Rampenlicht!
Station 7 (Ab)	Umfangswinkel
Station 8 (Tx)	Die Angst des Torwarts
Station 8 (Ab)	Die Winkelhalbierende und der Inkreis

Benötigt: OH-Projektor bzw. Beamer/Whiteboard

6./7. Stunde

Thema:

Differenzierung und Vertiefung

M 2 (Ab)	Das kann ich jetzt! – Feueralarm im Klassenzimmer (einfach)
M 3 (Ab)	Das kann ich jetzt! – In der Natur (mittel)
M 4 (Ab)	Das kann ich jetzt! – Beim Fußball (schwer)

Benötigt: OH-Projektor bzw. Beamer/Whiteboard

Minimalplan

Die Zeit ist knapp! Wählen Sie aus den Themen geeignete Stationen aus oder lassen Sie jede Gruppe nur zwei Stationen bearbeiten und auf einem Plakat für die Klasse zusammenfassen.

Station 1 oder Station 2: Satz des Thales oder seine Umkehrung

Station 3: Ortslinie und Ortsbereich zum Kreis

Station 4: Die Mittelsenkrechte und der Umkreis

Station 5 oder Station 6: Mittelparallele oder Parallelenpaar

Station 7: Umfangswinkelsatz

Station 8: Die Winkelhalbierende und der Inkreis

M 1

Die Mathematik draußen entdecken! – Unser Laufzettel



Aufgabe 1: Rollenverteilung

Tragt eure Namen auf der Linie zu der jeweiligen Rolle ein. Ihr werdet während der gesamten Stationsarbeit diese Aufgabe übernehmen.

Verwalter: _____ Träger: _____
 Du füllst den Laufzettel aus. Du trägst das Material.

Techniker: _____ Leser 1: _____
 Du führst die praktischen Aufgaben durch. Du holst die Stationskarten und liest sie vor.

Leser 2: _____ Bezeichner: _____
 Du liest die Arbeitsblätter vor. Du gibst mathematische Begriffe an.



Aufgabe 2: Fotos und Skizzen

Um eure Entdeckung festzuhalten, zeichnet ihr eine Skizze oder macht ein Foto. Nur für dieses Foto dürft ihr das Smartphone benutzen (wenn es eine Lehrkraft erlaubt hat).

So geht's:

Bearbeitet die Stationen in beliebiger Reihenfolge.

Schritt 1: Holt euch eine Stationskarte von eurer Lehrkraft ab.

Schritt 2: Bearbeitet die Stationskarte und das zugehörige Arbeitsblatt.

Schritt 3: Füllt die Tabelle unten aus und kreuzt an (Ⓛ = „sehr gut“ bis Ⓞ = „gar nicht“)

Schritt 4: Bringt die Stationskarte zurück und eure Ergebnisse mit der Lösungskarte.

Schritt 5: Bearbeitet eine andere Stationskarte, so lange, bis ihr alle Stationskarten bearbeitet habt.

	Erledigt (Datum)	Den Inhalt der Station und des Arbeitsblatts haben wir verstanden.	Unsere Gruppe hat die Aufgaben zusammen gelöst.
Station 1: Umkreis I		Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ	Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ
Station 2: Thaleskreis II		Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ	Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ
Station 3: Umkreis II Kreise kennenlernen		Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ	Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ
Station 4: Mittelsenkrechte		Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ	Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ
Station 5: Mittelparallele		Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ	Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ
Station 6: Parallelenpaar		Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ	Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ
Station 7: Umfangswinkel		Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ	Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ
Station 8: Winkelhalbierende		Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ	Ⓛ Ⓜ Ⓝ Ⓞ Ⓟ

Mit Tip-Top zum Ziel

Station 1

Materialien:

- Kreide
- Schnur



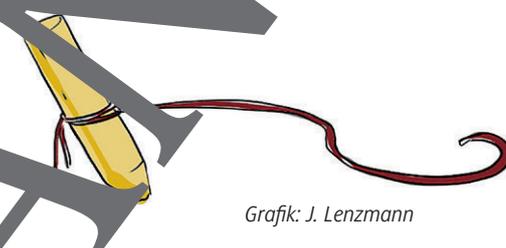
So geht's:

Schritt 1

- Sucht euch **zwei markante Punkte** auf einem gepflasterten Platz, die etwa 5–7 m voneinander entfernt liegen.
- Verbindet die Punkte mit der **Kreide** zu einer Strecke.
- Überlegt **zusammen**, wie ihr den Mittelpunkt M zwischen den Punkten findet.
- Der **Bezeichner** zeichnet M mit der Kreide ein.

Schritt 2

- Der **Techniker** bastelt aus der **Schnur** und der **Kreide** einen sogenannten Handwerkerzirkel.
- Der **Träger** zeichnet mithilfe des selbstgebauten Zirkels einen Kreis um M, so dass die zwei markanten Punkte auf der Kreislinie liegen.



Grafik: J. Lenzmann

Schritt 3

- **Jeder** von euch stellt sich nun auf die Kreislinie (nicht auf die markanten Punkte!).
- Haltet die Arme senkrecht und die Hände durchgestreckt und deutet mit beiden Händen auf die markanten Punkte. Betrachtet nun den **Winkel** zwischen euren Armen.

Aufgaben

1. Führt die Erkundung oben durch. Was fällt euch auf? Welche Gemeinsamkeit der Gruppenmitglieder nennt ihr?
2. Jeder Teilnehmer macht eine Skizze oder ein Foto. Das Bild soll die Situation von oben zeigen. Wenn ihr keine Möglichkeit zum erhöhten Fotografieren findet, kann die Gruppe in die Hocke gehen. Der Träger holt für jedes Gruppenmitglied das Arbeitsblatt 1. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



Mit Tannenzapfen und Steinen

Station 2

Materialien:

- Tafelgeodreieck
- Karte A, B und C
- zwei Stöcke

So geht's:

Schritt 1

- Der **Techniker** steckt auf einer ebenen Fläche mit **zwei Stöcken** und dem **Tafelgeodreieck** eine Strecke von 8–12 LE des Tafelgeodreiecks ab.
- Die **Stöcke** sind Anfangspunkt A und Endpunkte B der Strecke \overline{AB} . Der **Bezeichner** legt die Buchstaben **A** und **B** an die **Stöcke**.
- **Jeder** sucht **vier** kleine Naturobjekte (z. B. Blatt, Stein, Tannenzapfen) und legt **zwei davon** zwischen die **Punkte A und B**. So wird die Strecke \overline{AB} sichtbar.

Tipp: Dreht das Geodreieck, dann findet ihr auch Punkte auf der anderen Seite der Strecke \overline{AB} !

Schritt 2

- Der **Verwalter** beginnt:
- Lege das **Tafelgeodreieck** so auf den Boden, dass es mit beiden Schenkeln je **einen** der beiden **Stöcke** berührt. Markiere die Spitze des Tafelgeodreiecks mit deinem **dritten** Naturobjekt. Markiere so einen zweiten Punkt mit deinem letzten Objekt.



Grafik: Julia Lenzmann

Schritt 3

- **Jedes Gruppenmitglied** markiert, wie in Schritt 2 beschrieben, **zwei Punkte** mit seinen Naturobjekten. Markiert immer verschiedene Punkte!
- Der **Bezeichner** benennt einen der Punkte mit **C**.

Aufgaben

1. Führt die Erkundung oben durch. Was fällt euch auf? Welche Ortslinie erkennt ihr? Diskutiert gemeinsam.
2. **Jeder** macht eine Skizze und ein Foto.
3. Betrachtet die Darstellung. Steht euch vor, das Dreieck mit den Naturobjekten an der Spitze hätte dort **keinen** 90° -Winkel. Wo würden die Materialien dann liegen?
 - a) Welche Ortsbereiche erkennt ihr?
 - b) Überlegt euch eigene Regeln. Bildet dazu mündlich Sätze mit diesen Ausdrücken:

Kreisinneres	Dreiecke	Kreisäußeres	Winkel	größer/kleiner als 90°
--------------	----------	--------------	--------	-------------------------------

4. Der **Trainer** holt für jedes Gruppenmitglied das **Arbeitsblatt 2**. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



Die Kunst der Geometrie

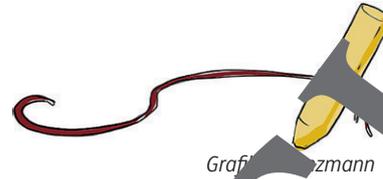
Station 3

Materialien:

- Kreidepäckchen mit 6 Farben
- 6 Schnüre (je ca. 1,50 m)
- Tafellineal

So geht's:

- **Jeder** baut sich einen Handwerkerzirkel mit einem Stück bunter Kreide.
- Sucht gemeinsam einen **Platz** oder eine Fläche, auf der ihr **gut zeichnen** könnt.



Aufgaben

1. Erstellt ein kleines Kunstwerk!

Bereitet euch wie oben beschrieben vor. Der **Verwalter** teilt jedem eine Nummer zu, die er bei der Bearbeitung seiner Nummer.

- ① Markiere alle Punkte, die von Punkt M 5 LE entfernt sind.
- ② Markiere alle Punkte, die von Punkt N 7,5 LE entfernt sind.
- ③ Markiere alle Punkte, die von Punkt L weniger als 4 LE entfernt sind.
- ④ Markiere alle Punkte, die von Punkt Q mehr als 6,5 LE entfernt sind.
- ⑤ Markiere alle Punkte, die von Punkt R mindestens 7 LE entfernt sind.
- ⑥ Markiere alle Punkte, die von Punkt S höchstens 4 LE entfernt sind.

Schwierigkeit nimmt ab

2. Erstellt ein richtiges Kunstwerk!

Fertigt zusammen eine **Hilfsskizze** an. Zeichnet dann so, dass alle sechs Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind.

Färbe den Ortsbereich, für den gilt:	Färbe die Ortslinie, für die gilt:
⑦ Hier liegen alle Punkte, die höchstens 4 LE von Punkt A und weniger als 1 LE von Punkt C entfernt sind.	⑩ Hier liegen alle Punkte, die 4 LE von Punkt A und höchstens 1,5 LE von Punkt E entfernt sind.
⑧ Hier liegen alle Punkte, die weniger als 4 LE von Punkt A entfernt sind und weniger als 2 LE von Punkt B entfernt sind.	⑪ Hier liegen alle Punkte, die 1 LE von Punkt J oder 1,5 LE von Punkt E entfernt sind.
⑨ Hier liegen alle Punkte, die von Punkt C mindestens 1 LE und höchstens 2 LE entfernt sind.	⑫ Hier liegen alle Punkte, die von Punkt A 4 LE und von Punkt J 1 LE und von Punkt G 2 LE entfernt sind.

3. **Jeder** macht eine Skizze oder ein Foto von seinem Kunstwerk.

4. **Träger** für jedes Gruppenmitglied das **Arbeitsblatt 3**. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



Halte Abstand! – Ein Dreieck erkunden

Station 4

Materialien:

- 3 Schnüre (ca. 10 m)
- Maßband
- Karte A, B, C



So geht's:

Schritt 1

- Sucht euch drei markante Punkte, die jeweils etwa 5–15 m voneinander entfernt sind und ein Dreieck bilden.
- Der **Bezeichner** legt Zettel mit der Beschriftung **A, B** und **C** an diese Punkte.

Schritt 2

- Der **Träger** stellt sich so hin, dass er von **A** und von **B** gleich weit entfernt ist.
- Nun stellen sich **alle** so auf, dass sie gleich weit von **A** und von **B** entfernt sind, aber nicht am Ort des Trägers stehen.

Aufgaben

1. Führt die Erkundung oben durch. Was fällt euch auf? Welche Ortslinie erkennt ihr?
2. Der Verwalter macht eine Skizze oder ein Foto von euch. Darauf markiert der Techniker mit der Schnur alle Ortslinien.
3. Findet die Mittelsenkrechte zu \overline{AC} und \overline{BC} auf die gleiche Weise und markiert auch diese mit einer Schnur. Was fällt euch auf?
4. Der Träger holt für jedes Gruppenmitglied das Arbeitsblatt 4. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Die Schnipsel unten helfen dabei. Jeder schreibt eine eigene Lösung auf.



von den

einer Strecke \overline{AB}

Ortslinie,

gleich weit

da jeder

Die Mittelsenkrechte

Punkten A und B

entfernt ist.

ist eine

der Mittelsenkrechten

Punkt

Geometrie des Gärtners

Station 5

Ihr seid als Gärtner für den Stadtpark eingeteilt. Hier benötigt ihr kein Material.

So geht's:

Schritt 1

- Sucht euch ein Beet oder Ähnliches, das durch zwei parallele Linien begrenzt wird.
- Ihr sollt die Samen mittig in das Beet einpflanzen. **Jeder** sammelt dazu **drei** symbolische Samen (Steinchen, Holz ...).

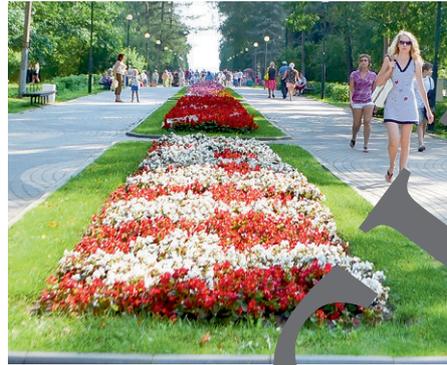


Foto: Thek/Stockphoto

Schritt 2

- Der **Leser 2** legt als Erster seine Samen in das Beet und zwar so, dass jeder Same gleich weit von den beiden Begrenzungen entfernt ist. Schätzt die Entfernung ab.
- **Jeder** legt jetzt seine Samen wie Leser 2 in das Beet.

Aufgaben

1. Führt die Erkundung oben durch. Was fällt euch auf? Welche Linie erkennt ihr?
2. Jeder macht eine Skizze oder ein Foto von eurem Beet.
3. Der Träger holt für jedes Gruppenmitglied das Arbeitsblatt 5. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



Mittelparallele

Station 5

Die Mittelparallele

Die Mittparallele ist eine ortslinie, auf der alle ecke liegen, die von zeugenllen gegenenden geaugeich weit enternet siend.

Platz für Skizze oder Foto

Aufgaben

1. Vervollständige den Merksatz, indem du die fehlenden Buchstaben einsetzt.
2. Finde zusammen drei weitere Beispiele (aus Natur, Architektur, Sport ...) für diese Ortslinie und schreibe sie auf.

1. _____

2. _____

3. _____

Station 6 Eine Straße mit Beleuchtung

Materialien:

- ein Tafelgeodreieck

So geht's:

Schritt 1

- Sucht euch eine geeignete, **gerade Straße** (z. B. Fugen von Bodenfliesen, ein Riss in der Erde ...).
- Neben der Straße installiert ihr in gleichen Abständen Straßenlaternen. **Jeder** sammelt dazu **zwei** Naturobjekte (Stöckchen, Tannennadeln ...), die jeweils Straßenlaternen darstellen.



Foto: colourbox/www.colourbox.com

Schritt 2

- **Leser 1** beginnt: Lege deine beiden Naturobjekte im rechten Winkel genau 30 cm von eurer Straße entfernt auf beide Straßenseiten.
- Installiert jetzt **alle** nacheinander eure Straßenlaternen, wie Leser 1 zuvor.

Aufgaben

1. Führt die Erkundung oben durch. Was fällt euch an? Welche Ortslinien erkennt ihr?
2. **Jeder** macht eine Skizze oder ein Foto von eurer Straße mit Laternen.
3. Der **Träger** holt für jedes Gruppenmitglied das **Arbeitsblatt**. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



Parallelenpaar

Die Parallele

Das parallelen paar p_1 und p_2 ist eine Orts linie, auf der alle Punkte liegen, die von der Geraden k genau gleich weit ent fernt sind.

Platz für Skizze oder Foto

Aufgaben

1. Vervollständigt den Merksatz, indem ihr die fehlenden Buchstaben einsetzt.
2. Findet zusammen drei weitere Beispiele (aus Natur, Architektur, Sport ...) für diese Ortslinie und schreibt sie auf:

1. _____ 2. _____ 3. _____

Auf die Bühne ins Rampenlicht!

Station 7

Ihr seid als „Beleuchtungshelfer“ für das Schulfest eingeteilt. Dazu soll jeder Scheinwerfer die komplette Bühne ausleuchten.

Materialien:

- Tafelwinkelmesser Kreide

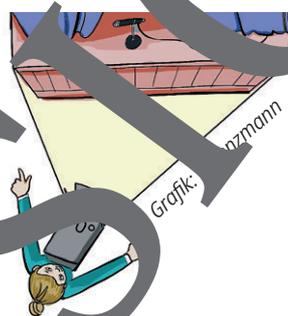
So geht's:

Schritt 1

Sucht euch eine geeignete Bühne (ca. 4 m–10 m breit).
Alle Scheinwerfer sollen die Bühne komplett ausleuchten.

Schritt 2

- **Jeder** stellt einen Scheinwerfer dar.
- Der **Träger** beginnt: Er streckt seine Arme nach vorne und zeigt auf die Bühnenränder. Er bestimmt so näherungsweise einen Platz, an dem seine Arme einen 70° -Winkel einschließen.
- Jetzt ist er der erste Scheinwerfer und leuchtet die Bühne komplett aus.
- **Jeder** sucht sich einen Platz, wie für den Träger beschrieben, und beleuchtet dann die Bühne.



Tipp

Macht euch eine Hilfsskizze, dann könnt ihr besser planen.

Aufgaben

1. Leuchtet die Bühne, wie oben erklärt, aus. Was fällt euch auf? Welche Ortslinie erkennt ihr?
2. Jeder macht eine Skizze oder ein Foto.
3. Der Träger holt für jedes Gruppenmitglied das Arbeitsblatt 7. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de