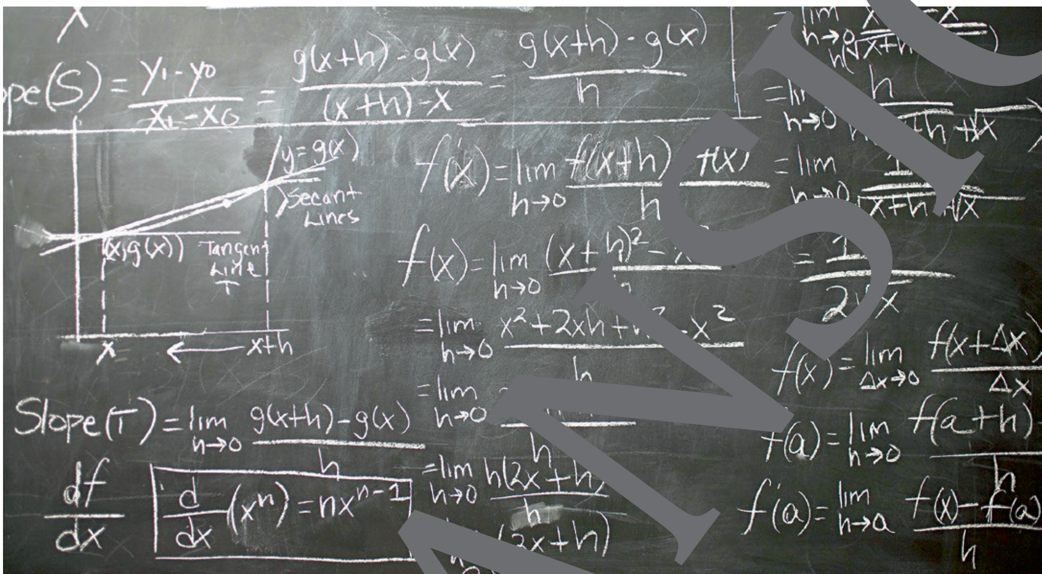
Analysis

Bedeutung und Konstruktion von Tangenten – Übungsmaterial

Udo Mühlenfeld, Hiddenhausen
Grafiken von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



Der Beitrag zeigt vielfältige Möglichkeiten auf, den Stellenwert und die Bedeutung der Tangente innermathematisch und im Kontextbezug zu stärken. Gestalten Sie einen kompetenzorientierten und auf Verständnis basierenden Mathematikunterricht, indem Sie z. B. Eigenschaften der Kreistangenten nutzen, um bei einer Parabel mithilfe eines Spiegels Tangenten zu konstruieren. Ergänzt wird der Beitrag durch drei Aspekte aus dem Lebensumfeld der Schüler, zu dem die Steigung von Fußgängerbrücken ebenso zählt wie knickfreie Übergänge im Straßenverkehr.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe/Lernjahr: 10 (G8), 11 (G9)
Dauer: 6 Unterrichtsstunden
Kompetenzen: 1. Mathematisch argumentieren (K1), 2. Probleme mathematisch lösen (K2), 3. Mathematisch modellieren (K3), 4. Mathematische Darstellungen verwenden (K4), 5. Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), 6. Kommunizieren (K6)
Thematische Bereiche: Tangenten, Hüllkurven, Normalen, Steigungswinkel, knickfreie Übergänge
Medien: Texte, Bilder, GTR

Didaktisch-methodische Hinweise

Intention des Beitrags

Im Allgemeinen beantworten die Schüler die Frage nach der Bedeutung der Tangente dahingehend, dass es sich um eine Gerade mit der Steigung $m = f'(x)$ handelt. Dieser Beitrag greift diese einseitige Sichtweise auf, indem weitere Verfahren zur Konstruktion vorgestellt werden, die letzten Endes zwar auf der o. g. Aussage $m = f'(x)$ beruhen, sie aber nicht unmittelbar nutzen. Das grafische Differenzieren unterstützt ein Grundverständnis für den Ableitungsbegriff und kann später insbesondere bei den trigonometrischen Funktionen und Exponentialfunktionen genutzt werden, um Aussagen über die Ableitungsfunktion zu gewinnen. Hier werden Möglichkeiten aufgezeigt, den GTR[1] in unterschiedlicher Intensität (vom händischen Differenzieren bis hin zur Erstellung einer Animation) einzusetzen. Ergänzt wird der Beitrag durch drei Aspekte aus dem Lebensumfeld der Schüler, zu dem die Steigung von Fußgängerbrücken ebenso zählt wie knickfreie Übergänge im Straßenverkehr.

Das Zitat von Josef Leisen „Vieles kommt und geht in der Didaktik, Aufgaben bleiben“[2] lässt nicht nur seine eigene Interpretation zu, dass es kein Lernen und Lehren ohne Aufgaben gibt. Sondern darüber hinaus ist es ebenso wichtig, dass fachdidaktische Entwicklungen sich auch in der Aufgabenkultur widerspiegeln. Die Überbetonung des kalkülbehafteten Rechnens („Wie lautet die Gleichung der Tangente an den Graphen von f mit $f(x) = x^3 - 2x^2 + 8$ im Punkt (1|?)?“) im Mathematikunterricht zum Ende des letzten Jahrhunderts war mit ein Grund dafür, dass in NRW sich dreißig Schulen an dem Projekt „Beispiele für ein zeitgemäßes Grundkurskonzept im Mathematikunterricht der Oberstufe in NRW“ im Rahmen des Modellversuchs SINUS-Transfer von 2003–2005 beteiligten. In den Berichten aus dem Modellversuch heißt es dazu konkret: „Neben einer stärkeren Einbindung selbstständiger Lernformen erwarten Schülerinnen und Schüler[3] gleichermaßen die Nützlichkeit der vermittelten Inhalte und Kompetenzen. Die Bedeutung der mathematischen Inhalte im alltäglichen Leben muss insbesondere im Grundkurs erfahren werden können.“[4]

Dieser Grundgedanke spiegelt sich in dem vorliegenden Beitrag wider, der – eingesetzt am Ende der Einführungsphase, wenn die Differenzialrechnung vom Grundgedanken her abgeschlossen ist – es ermöglicht, rückblickend die Bedeutung der Tangente als mathematisches Werkzeug zu erfahren. In den Materialien wird dazu eine vielfältige Mischung aus kontextbezogenen Problemen und Aufgaben mit innermathematischen Bezügen angeboten. Unter dem Aspekt der Eigentätigkeit der Schüler ist die Bearbeitung der Materialien auf vielfältige Weisen denkbar, angefangen von der arbeitsteiligen Gruppenarbeit bis hin zum Gruppenpuzzle oder einem Lernen an Stationen. Auch mit Blick auf den Einsatz des GTR zeigt der Beitrag verschiedene Möglichkeiten auf, um durch den gestuften Einsatz ein tieferes Verständnis für die Inhalte und Zusammenhänge zu gewinnen. Im Schulalltag ist leider auch nach Jahren noch zu beobachten, dass der Einsatz des GTR in der Mathematik wie auch im naturwissenschaftlichen Unterricht eng an die Lehrerpersönlichkeit gebunden ist.

Stichpunkte zum Inhalt

– Kreistangenten
– Tangenten konstruieren (auch mit Spiegel und Achsenschnittpunkten)
– Parabel als Hüllkurve von Tangenten

---

[1] In diesem Beitrag wird ein CASIO fx-CG50 (Nachfolgemodell des CASIO fx-CG20, Software gleich) verwendet. Die Aufgaben lassen sich aber mit jedem grafikfähigen Taschenrechner oder GeoGebra lösen.

[2] http://www.lehr-lern-modell.de/aufgabenstellungen

[3] Im weiteren Verlauf wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit nur noch „Schüler“ verwendet.

[4] SINUS-Transfer NRW – Berichte aus dem Modellversuch, Klett-Verlag 2006, ISBN 978-3-12-720070-6

- Grafisch differenzieren (händisch und mit dem GTR)
- Tangenten und Normalen
- Tangente und Steigungswinkel
- Knickfreie Übergänge

Ihr Plus
- Vernetzung mathematischer Kompetenzen aus Geometrie und Analysis
- Tippkarten für die Handhabung des GTR
- Stärkung der Kommunikationskompetenzen der Schüler
- Bedeutung der Tangente aus unterschiedlichen Sichtweisen

Lehrplanbezug

Wir schauen exemplarisch auf den Kernlehrplan Mathematik in Nordrhein-Westfalen[5]:
Dort werden im Inhaltsfeld Funktionen und Analysis Kompetenzerwartungen und inhaltliche Schwerpunkte bis zum Ende der Einführungsphase formuliert:
Die Schüler …
… berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext,
… deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten,
… deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung,
… beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion),
… leiten Funktionen grafisch ab,
… verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen.
Die Materialien in diesem Beitrag werden dem Anspruch des Kernlehrplans gerecht, außer- und innermathematische Bezüge herzustellen und so einer einseitig orientierten Alltagsmathematik vorzubeugen.

Methode

Neben den inhaltsbezogenen Kompetenzen sind in dem Kernlehrplan prozessbezogene Kompetenzen ausgewiesen, die natürlich nur in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben werden können. Die nachfolgende Übersicht verdeutlicht, inwiefern dieser Beitrag Sie bei der Förderung der Kompetenzen unterstützen kann.

Kompetenzen im Kernlehrplan	Tätigkeit in der Unterrichtseinheit
Die Schüler …	
… übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle,	Brückenbogen mit Parabeln modellieren, Kugelrinne als zweidimensionales Modell (**M 4**)
… erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells,	Schmuckanhänger entwerfen (**M 2**)
… entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege,	kreis- und parabelförmige Straßenübergänge (**M 4**)

[5] https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SII/m/KLP_GOSt_Mathematik.pdf

Kompetenzen im Kernlehrplan	Tätigkeit in der Unterrichtseinheit
… entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus,	grafische Ableitung der Sinusfunktion (**M 2**)
… verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … … grafischen Messen von Steigungen, … Lösen von Gleichungen, … Darstellen von Funktionen grafisch,	grafische Ableitung der Sinusfunktion (**M 2**) Parameterberechnung (**M 2**) Hüllkurven zeichnen (**M 1**)
… analysieren und strukturieren die Problemsituation.	Spiegelkonstruktion der Tangente (**M 1**)

Ablauf

Zu einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht gehört auch, dass Sie Transparenz über Ihr Unterrichtsvorhaben, die Ziele und Methoden herstellen. Hier geht es also darum, Vorwissen zu aktivieren und anzuwenden, um Möglichkeiten aufzuzeigen, rückblickend die Tangente als mathematisches Werkzeug kennenzulernen und einzusetzen.

M 1 Tangenten konstruieren

Dieses Material knüpft direkt an die aus der Sekundarstufe I gewonnene Erfahrung an, dass Kreistangenten orthogonal zum Radius verlaufen, um darauf problemorientiert ein Verfahren zu entwickeln, Tangenten an eine Parabel mithilfe … zu zeichnen. Diese Vorgehensweise greift zum einen das Vorwissen auf und schafft durch die manuelle Tätigkeit eine Motivation zur weiteren Auseinandersetzung mit dem Thema. Die Konstruktion von Tangenten mithilfe der Achsenschnittpunkte ist ebenso einfach wie genial und betont den algebraischen Aspekt dieser Tätigkeit, während die anschließende Konstruktion von Graphen als Hüllkurven von Tangenten den geometrischen Aspekt in den Fokus rückt und den Einsatz des GTR als Hilfsmittel für das Zeichnen vieler Tangenten unerlässlich macht.

M 2 Mit Tangenten grafisch differenzieren

Die ersten drei Aufgaben verfolgen das gemeinsame Ziel, die Sinusfunktion grafisch abzuleiten, und bieten unterschiedliche Lösungswege: Zwischen der händischen Zeichnung über die grafische Ermittlung der Ableitung mit dem GTR bis hin zu einer automatisch ablaufenden **Animation** können Schüler kompetenzorientiert wählen. Die vierte Aufgabe verknüpft grundlegende Eigenschaften der Tangenten mit denen der Normalen ($m_T \cdot m_N = -1$) und der Funktion ($m_T = f'(x)$) und ermöglicht einen kreativen Umgang mit ihnen, um im mathematischen Modell Gebilde unterschiedlicher Komplexität zu entwerfen.

M 3 Tippkarten für den CASIO fx-CG50

Dieses Material sollte für alle kopiert werden, damit es auch zu Hause zur Verfügung steht. Wenn die Schüler in Kleingruppen arbeiten, achten Sie bei der Gruppeneinteilung darauf, dass nicht alle „GTR-Experten“ in einer Gruppe sind, um das „voneinander lernen“ zu stärken. Das Material ist so gestaltet, dass es zum **Selbstlernen** geeignet ist. Zahlreiche Screenshots und ausführliche Bedienungshinweise mit GTR-spezifischen Symbolen leiten die Schüler Schritt für Schritt bei den folgenden mathematischen Tätigkeiten an:

Auf einen Blick

1./2. Stunde

Thema: **Tangenten als Werkzeug**

M 1 (Ab) **Tangenten konstruieren** / Spiegelkonstruktion, Ko[illegible]uktion mi[illegible]ilfe vo[illegible] Achsenschnittpunkten, Parabeln als Hüllkurven von Tang[illegible]

3./4. Stunde

Thema: **Die Ableitung der Sinus-Funkti[illegible]**

M 2 (Ab) **Mit Tangenten grafisch differenzi[illegible]** / Steigungen [illegible] dem Geodreieck, mit Funktionen des GTR ermitteln

M 3 (Ab) **Tippkarten für den CAS[illegible] fx-CG50** / Werkze[illegible] des GTR nutzen, Selbstlernmaterial verwenden

5./6. Stunde

Thema: **Mit Tan[illegible] lösen**

M 4 (Ab) **Tangenten be[illegible] Brücken, Rinnen und Straßen** / Steigungen ermitteln, Querschnittszeichn[illegible]g anfertigen, geometrische Größen berechnen, Sach[illegible]halte skizzieren, knick[illegible]e Übergänge modellieren, Lösungen bewerten

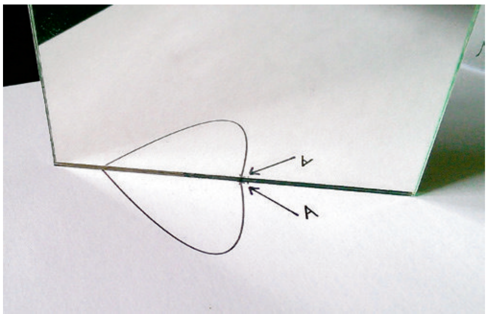
Minimalplan

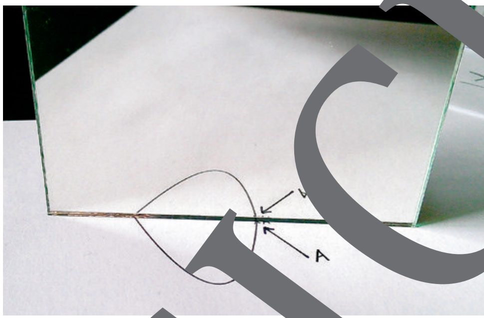
Die vorgestellten Materialien [illegible]d voneinander weitgehend unabhängig und stellen keine Voraussetzung für [illegible]eitere untern[illegible]tliche Arbeit dar, sie haben eher einen vertiefenden und vernetzenden [illegible]arakter. [illegible]enn wenig Z[illegible] zur Verfügung steht, beschränken Sie sich auf einen Aspekt, der s[illegible]erpunktm[illegible]ßig in dem jeweiligen Material bearbeitet werden kann. Alternativ können Sie themenü[illegible]reifend Teilaufgaben herausgreifen, die bewusst die Stärkung der Kompetenzen im Umgang mit de[illegible] GTR fördern bis hin zur Erstellung einer Animation.

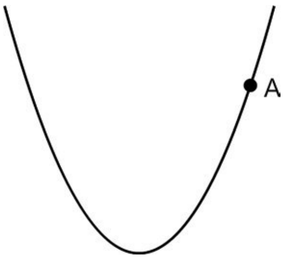
Tangenten konstruieren

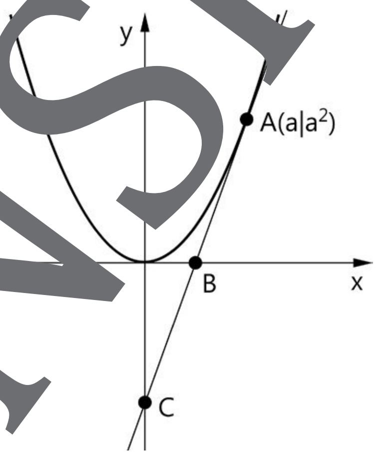
M 1

1. So genau wie möglich, also nicht einfach nach Augenmaß, soll die Tangente an die Normalparabel im Punkt A mithilfe eines Spiegels konstruiert werden. Fertigen Sie dazu eine Konstruktionsbeschreibung. Überlegen Sie zunächst, wie eine Tangente an einen Kreis konstruiert wird, und übertragen Sie dann die Schritte mithilfe der Abbildungen auf die Normalparabel.
   Tipp 1: Überlegen Sie sich, wie Tangente und Normale zueinander verlaufen.
   Tipp 2: Vergleichen Sie die Lage der beiden Punkte A und C miteinander.

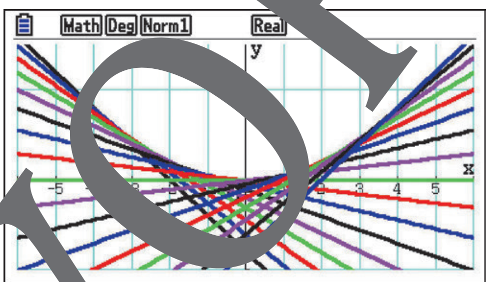


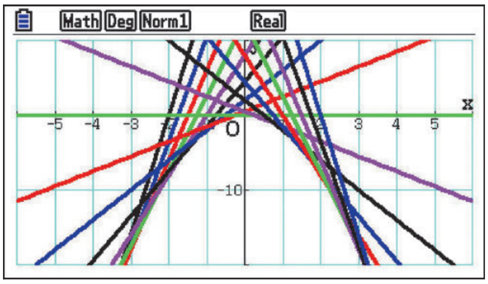






2. a) Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte B und C der Tangente an die Normalparabel im Punkt $A(a|a^2)$ mit den Koordinatenachsen.
   b) Erstellen Sie dann eine Anleitung, wie mithilfe dieser beiden Schnittpunkte die Tangente an die Normalparabel in einem beliebigen Punkt konstruiert werden kann.
   c) Erläutern Sie, warum man alleine mit dem Punkt C ohne weitere Rechnung die Tangente an die Normalparabel in einem beliebigen Punkt konstruiert werden kann.
3. Erläutern Sie die nachfolgenden Grafiken und erklären Sie die einzelnen Schritte der Konstruktion.

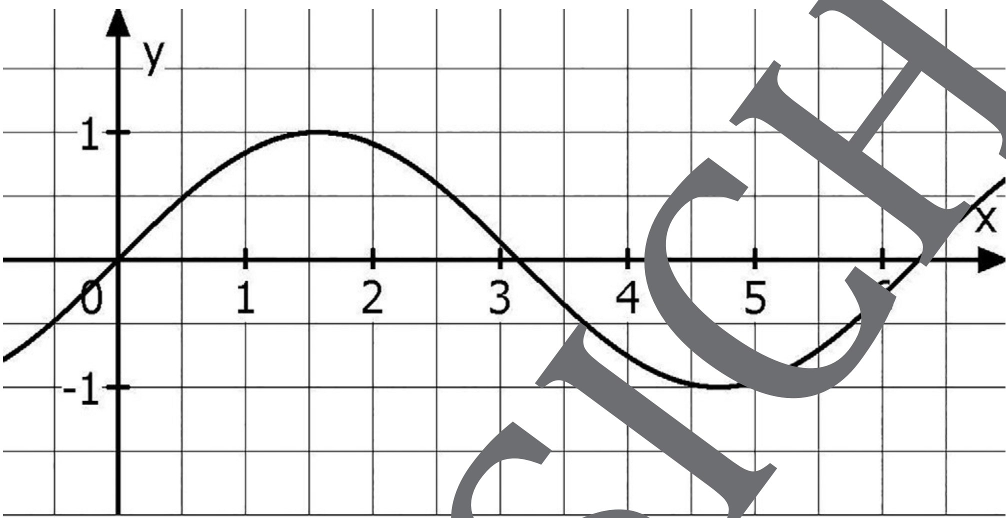




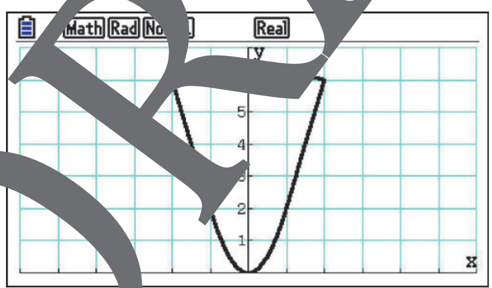
Benutzen Sie das Verfahren, um mindestens eine weitere Grafik herzustellen.
(Verwenden Sie die **Tippkarte M 3**.)

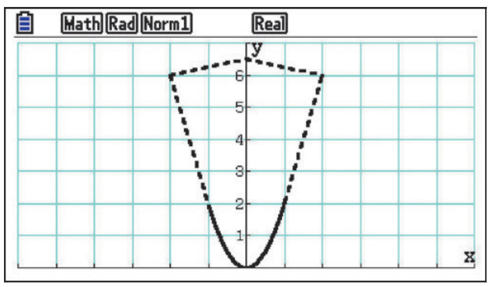
M 2 Mit Tangenten grafisch differenzieren

1. In der folgenden Grafik ist der Graph der Sinusfunktion dargestellt. Zeichnen Sie die Tangenten an den Graphen an verschiedenen Punkten ein, ermitteln Sie deren Steigungen und stellen Sie die Messwerte (x und Steigung der Tangente an der Stelle x) in einer Tabelle im GTR dar.



   Stellen Sie die Messwerte mit dem GTR grafisch dar und erläutern Sie, durch welchen Term sich die Ableitungsfunktion beschreiben lässt.
2. Zeichnen Sie nun mit dem GTR den Graphen der Sinusfunktion, lassen Sie sich die Tangente und deren Steigung einzeichnen und verwenden Sie die *Trace*-Funktion, um dies für verschiedene Punkte des Graphen zu tun. Stellen Sie die Messwerte (x und Steigung der Tangente an der Stelle x) in einer Tabelle und grafisch im GTR dar und erläutern Sie, durch welchen Term sich die Ableitungsfunktion beschreiben lässt. (Verwenden Sie **Tippkarte M 3.**)
3. Automatisieren Sie die Vorgehensweise aus Teilaufgabe 2, indem Sie im Geometrie-Menü des GTR eine Animation erstellen. (Verwenden Sie **Tippkarte M 3.**)
4. Entwerfen Sie einen Schmuckanhänger, der aus einem Parabelbogen besteht, dem sich auf beiden Seiten knickfrei zwei Geradenstücke anschließen. Senkrecht zu diesen beiden Geradenstücken bilden zwei weitere Geradenstücke den oberen Abschluss (s. Abbildung).



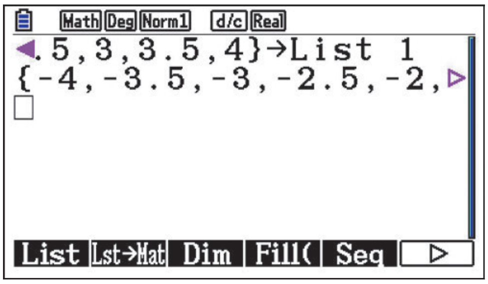


   Verändern Sie die Form des Schmuckanhängers so, dass die vier gestrichelt gezeichneten Strecken gleich lang sind.
   Verwenden Sie zum Zeichnen der Graphen in den angegebenen Intervallen die **Tippkarte M 3**.

Tippkarten für den CASIO fx-CG50 – Teil 1 M 3

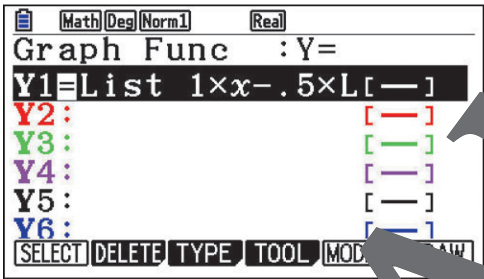
1. Kurvenscharen zeichnen

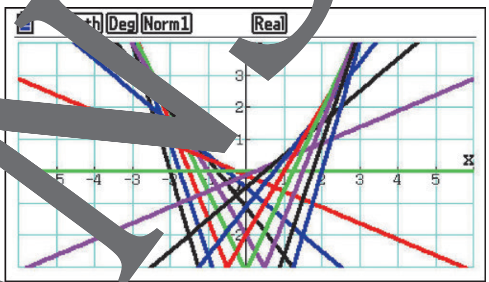
Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [1] die Run-Matrix-Anwendung auf. Mit [SHIFT] [MENU] (SET UP) können Sie sämtliche Grundeinstellungen vornehmen. Mit [EXIT] beenden Sie diesen Schritt. Geben Sie in geschweiften Klammern eine Liste ein, z. B. von –4 bis 4 in der Schrittweite 0,5. Mit [→] [OPTN] [F1] [F1] [1] ordnen Sie diese Liste dem Namen Liste 1 zu. Schließen Sie mit [EXE] ab.



Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [5] die Graph-Anwendung auf. Geben Sie den Funktionsterm ein, verwenden Sie [X,θ,T] für die Variable x, [OPTN] [F1] [1] (List 1) für den Parameter und schließen Sie mit [EXE] ab. Mit [F1] (SELECT) wird ausgewählt, ob der Graph gezeichnet werden soll. Das Gleichheitszeichen ist dann markiert. Mit [F6] (DRAW) wird der Graph gezeichnet.

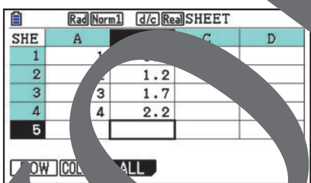
Beispiel: Darstellung der Tangentenschar $y = a \cdot x - 0{,}5a^2$

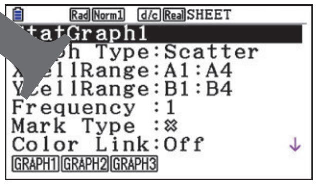


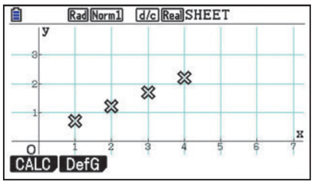


2. Messwerte grafisch darstellen

Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [4] die Tabellenkalkulation auf und tragen Sie die Werte in die Spalten A bzw. B ein. Die Eingabe in eine Zelle schließen Sie mit [EXE] ab. Mit [EXIT] [F1] [F6] (SET) nehmen Sie die Grafikeinstellungen vor und schließen mit [EXE] ab. Mit [F1] (GRAPH1) wird der Graph gezeichnet. Mit den Cursor-Tasten wird der Graph im Koordinatensystem passend verschoben.





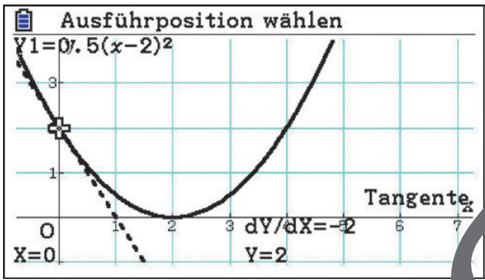


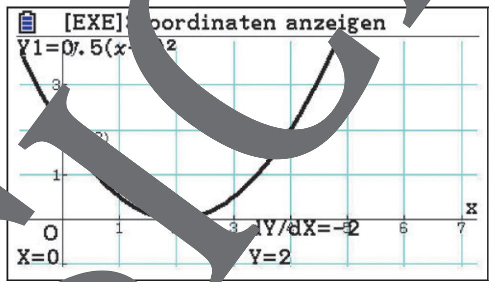
M 3 Tippkarten für den CASIO fx-CG50 – Teil 2

3. Steigung der Tangente grafisch ermitteln

Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [5] die Graph-Anwendung auf. Geben Sie den Funktionsterm ein, verwenden Sie dabei [X,θ,T] für die Variable x und schließen Sie mit [EXE] ab. Mit [F1] (SELECT) wird ausgewählt, ob der Graph gezeichnet werden soll. Das Gleichheitszeichen ist dann markiert. Mit [F6] (DRAW) wird der Graph gezeichnet.

Mit [SHIFT] [F4] [F2] (TANGENT) [0] und [EXE] wird automatisch die Tangente an den Graphen an der Stelle x = 0 gelegt und die Steigung wird angezeigt, wenn Sie die Grundeinstellung „Derivative: On" gewählt haben. Möchten Sie nur die Steigung angegeben haben, wählen Sie stattdessen [SHIFT] [F1] (TRACE) [0] und [EXE].





4. Eine Animation zur grafischen Ableitung erstellen

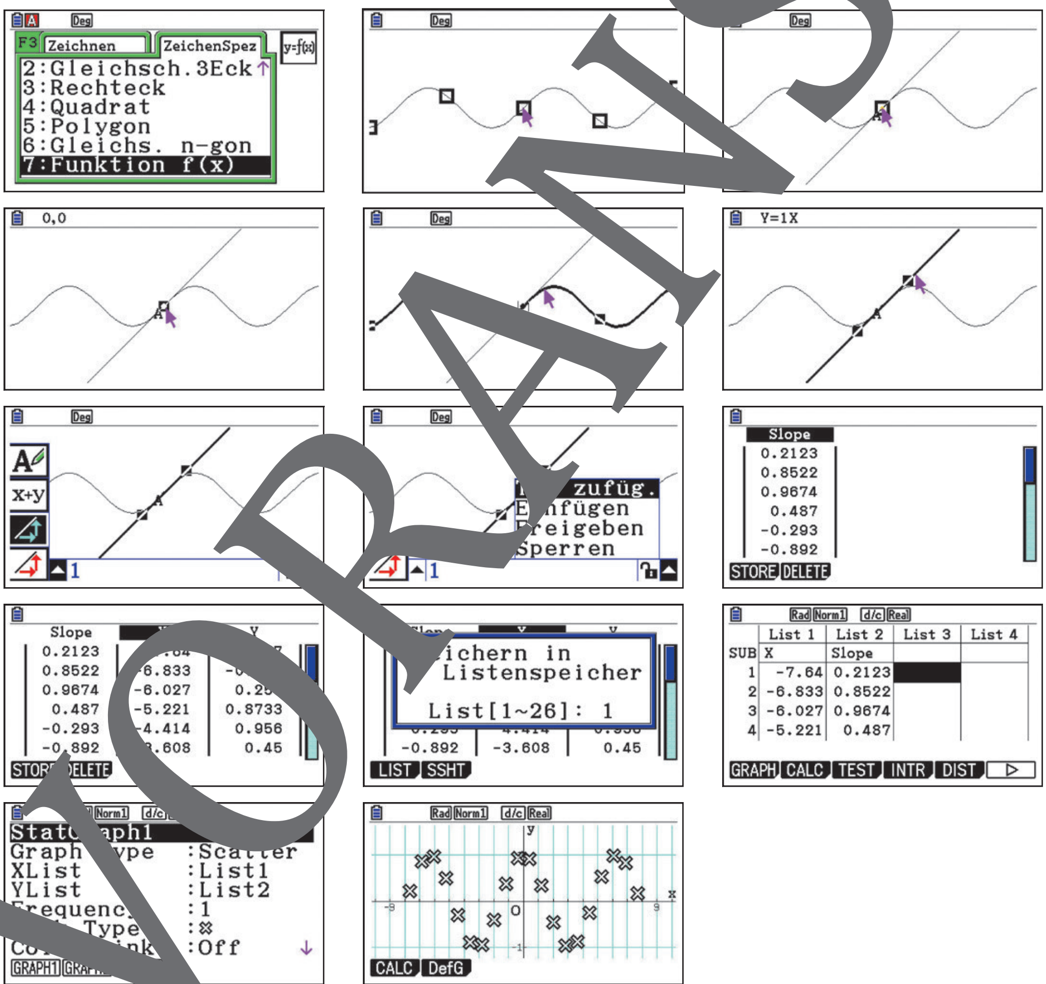
Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [MENU] [(] (I) die Geometrie-Anwendung auf.
Die weiteren Schritte für die Erstellung und Auswertung der Animation mit den zugehörigen Rechnerbefehlen sind in der folgenden Tabelle erläutert und weiter unten illustriert.

Mathematische Bedeutung	Operationen am GTR
Graphen der Sinusfunktion zeichnen	[F1] [1] [F3] das Untermenü „ZeichenSpez" auswählen [7] [sin] [X,θ,T] [EXE]
Tangente an den Graphen zeichnen	[F4] [7] [EXE]
Animation hinzufügen	Mit den Cursor-Tasten den Pfeil auf A bringen: [EXE] markiert den Punkt; dann Pfeil auf den Graphen bringen: [EXE] markiert den Graphen; [F6] [1] [EXE]
Animation einmal abspielen	[F6] [5]; beenden mit [EXIT]
Tangente auswerten (Steigung)	Mit den Cursor-Tasten den Pfeil auf die Tangente bringen: [EXE] markiert die Tangente (Punkt A und der Graph dürfen nicht mehr markiert sein); [VARS]; mit den Cursor-Tasten „links" und „oben" die Steigung auswählen; [EXE]. Mit den Cursor-Tasten „rechts" und „oben" wird die Tabelle hinzugefügt; [EXE]. Mit [EXIT] kehren Sie zur Zeichnung zurück.

Tippkarten für den CASIO fx-CG50 – Teil 3

M 3

Mathematische Bedeutung	Operationen am GTR
Tabelle mit den Koordinaten von A	Mit den Cursor-Tasten den Pfeil auf A bringen: EXE markiert den Punkt (Tangente und Graph dürfen nicht mehr markiert sein); VARS; mit den Cursor-Tasten „links“ und „oben“ „x,y“ auswählen. Mit den Cursor-Tasten „rechts“ und „oben“ wird die Tabelle hinzugefügt.
Speichern der x-Werte und der Steigungen	x-Spalte mit Cursor markieren F1 (STORE) F1 (LIST) 1 EXE Slope-Spalte mit Cursor markieren F1 (LIST) 2 EXE
Wertetabelle aufrufen	MENU 2 (Statistik)
Werte grafisch darstellen	F1 (GRAPH) F6 (SET) EXE F1 (GRAPH1)

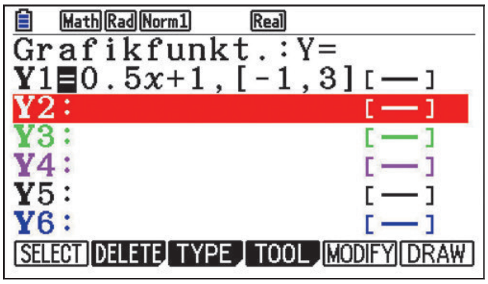


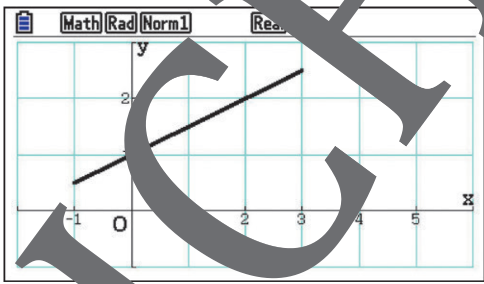
Es entsteht der Graph der Kosinus-Funktion. Bei der Nutzung der Regression ermöglicht der GTR nur einen Term für die – verschobene – Sinusfunktion.

M 3 Tippkarten für den CASIO fx-CG50 – Teil 4

5. Einen Graphen in einem Intervall zeichnen

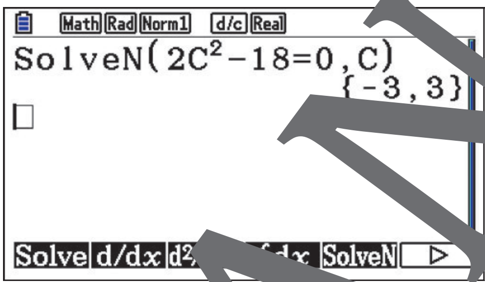
Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [5] die Graph-Anwendung auf. Geben Sie den Funktionsterm ein, verwenden Sie dabei [X,θ,T] für die Variable x. Mit [,] [SHIFT] [+] [−] [1] [,] [3] [SHIFT] [−] geben Sie das Intervall ein und schließen mit [EXE] ab. Mit [F1] (SELECT) wird ausgewählt, ob der Graph gezeichnet werden soll. Das Gleichheitszeichen ist dann markiert. Mit [F6] (DRAW) wird der Graph gezeichnet.





6. Gleichungen lösen

Rufen Sie aus dem Hauptmenü mit [1] die Run-Matrix-Anwendung auf. Der Befehl wird mit [OPTN] [F4] (CALC) [F5] (SolveN) aufgerufen. Geben Sie die Gleichung ein, dann durch Komma getrennt die Lösungsvariable.



Tangenten bei Brücken, Rinnen und Straßen M 4

1. Die „Buckelbrücke" im Innenhafen von Duisburg ist die erste höhenverstellbare Hängebrücke der Welt. Sie besteht aus 15 Einzelteilen, die wie bei einem Uhrenarmband mit Gelenken verbunden sind. Hydraulisch werden Tragseile gespannt, sodass bei einer Spannweite von 73,72 m die Durchfahrtshöhe von 1,10 m im Normalzustand auf 10,60 m vergrößert werden kann.


© ...ntur-ruhr

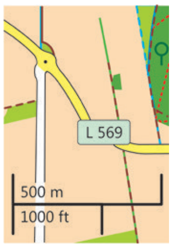
Ermitteln Sie mithilfe des GTR die jeweilige maximale Steigung, die Radfahrer und Fußgänger zu bewältigen haben.

2. In Sankt Englmar in Bayern gibt es eine große Holzmurmelbahn, deren Holzkugeln einen Durchmesser von 15 cm haben. Um einen stabilen Lauf der Kugel zu gewährleisten, müssen die Seitenwände der Rinne so hoch sein, dass diese die Kugel tangential berühren.


© www.sommerrodeln.de

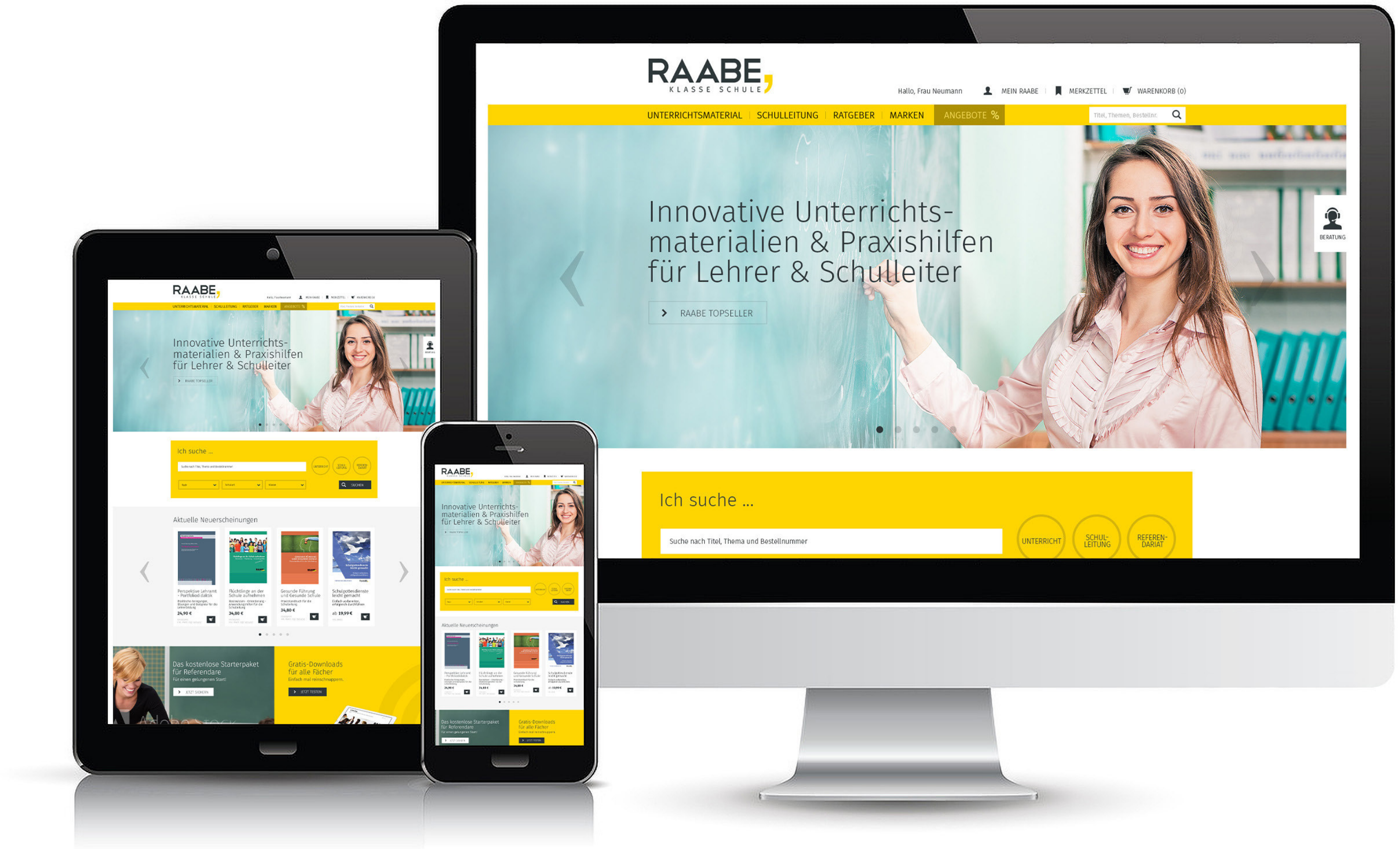
Berechnen Sie für eine V-förmige Rinne die Mindesthöhe der Seitenwände, wenn die Rinne rechtwinklig ist bzw. die Seitenwände einen Winkel von 60° bilden. Stellen Sie beide Situationen zeichnerisch dar.

3. Die Einmündung der Kreisstraße auf die L 569 bei Geismar erwies sich als Unfallschwerpunkt, bis die Einmündung durch einen Kreisverkehr ersetzt wurde.
Alternativ wäre es möglich gewesen, für die Rechtsabbieger von der Kreisstraße auf die L 569 einen kreis- bzw. parabelförmigen Übergang zu bauen.
   a) Entwerfen Sie einen kreisförmigen Übergang, der die Vorgaben berücksichtigt, dass bei Tempo 70 der Kurvenradius 190 m betragen muss.
   b) Entwerfen Sie einen parabelförmigen Übergang, der berücksichtigt, dass die beiden Straßen an den gleichen Stellen wie in Teilaufgabe a knickfrei in den Übergang münden.
   c) Vergleichen Sie beide Lösungen auch mit Blick auf die Variante des Kreisverkehrs.



Grafik: W. Zettlmeier

Der RAABE Webshop:
Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:

- Schnelle und intuitive Produktsuche
- Übersichtliches Kundenkonto
- Komfortable Nutzung über Computer, Tablet und Smartphone
- Höhere Sicherheit durch SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de