II.B.20

Lineare Algebra und analytische Geometrie

Komponieren mit vektorieller Geometrie

Uwe Schürmann, Dortmund
Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

© valentinrussanov/E+/Getty Images Plus

Musik und Mathematik haben vieles gemeinsam. Mit den folgenden Arbeitsmaterialien lernen Ihre Schüler, wie man mithilfe von Vektoren kleine Musikstücke selbst komponiert. Natürlich sollen die Stücke auch gespielt werden, z. B. auf dem Xylofon oder einem virtuellen Klavier im Internet.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 11 (G8)/12 (G9)
Dauer: 5 Unterrichtsstunden
Kompetenzen: Mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), kommunizieren (K6)
Thematische Bereiche: Vektoren, Matrizen, Spiegelungen, Verschiebungen, Koordinatendarstellung für geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum, Ausführen elementarer Operationen mit geometrischen Vektoren
Medien: Xylofon, virtuelles Klavier, Metronom, OHP-Folie, Plakate, 22 Audio-Dateien auf CD-ROM 78

Didaktisch-methodische Hinweise

Einsatzmöglichkeit Prüfungsvorbereitung

Die Arbeitsmaterialien dieses Beitrags setzen Sie im Themenbereich „vektorielle Geometrie" ein. In einem motivierenden Kontext („Komponieren von Musikstücken") vertiefen die Lernenden ihre Kenntnisse. Die Materialien eignen sich somit zur Prüfungsvorbereitung.

Lernvoraussetzungen

Die Schülerinnen und Schüler[1] sollten bereits mit Matrizen und Vektoren vertraut sein. Im besten Fall kennen sie affine Abbildungen in der Ebene. Es ist aber ebenso möglich, die Materialien dieses Beitrags einzusetzen, wenn im Unterricht stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen behandelt worden sind.

Mathematische Inhalte

Folgende Begriffe und Operationen der vektoriellen Geometrie werden durch die Materialien gefestigt:

- Addition von Vektoren
- Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor
- Vektoren geometrisch deuten
- Arbeiten im Koordinatensystem
- Verschiebung
- Spiegelung

Nutzen Sie den Computer

Die Arbeitsmaterialien leiten Ihre Schüler dazu an, im Rahmen ihrer Möglichkeiten selbst zu komponieren. Die so entstandenen „Stücke" können z. B. auf einem echten Xylofon gespielt werden. Es bietet sich jedoch ebenso an, Computer, Smartphones oder Tablets zum Einsatz zu bringen.
Es lassen sich leicht Internetseiten und Apps ausfindig machen, mit deren Hilfe Töne gespielt werden können (z. B. *www.virtualpiano.net*).
Will man die Stücke zwar abspielen, jedoch nicht live spielen, bietet sich das Chrome-Experiment „Music Lab" an. Hier kann man auf sehr einfache Weise Kompositionen umsetzen, speichern und abspielen (*https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/*). Da es sich um ein speziell für den Chrome-Browser entwickeltes Experiment handelt, funktioniert die Anwendung in diesem Browser am besten.

Audio-Dateien auf CD-ROM 78

Wenn kein Xylofon etc. zur Verfügung steht, nutzen Sie das digitale Zusatzmaterial auf CD-ROM 78. Es gibt Audiodateien zu jedem Material – erkennbar an den Icons „Noten" und „CD".

[1] Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird im weiteren Verlauf nur noch „Schüler" verwendet.

Didaktisch-methodisches Konzept

Zur Lerngruppe und den curricularen Vorgaben

Affine Abbildungen sind in einigen Bundesländern in den Lehrplänen der gymnasialen Oberstufe verankert. Doch auch wenn dies in Ihrem Bundesland nicht der Fall ist und affine Abbildungen den Lernenden in Ihrem Kurs (noch) unbekannt sind, können die hier vorgestellten Materialien in einer Unterrichtsreihe genutzt werden. So werden aus den affinen Abbildungen lediglich die Verschiebung und die Spiegelung für das Komponieren kleiner Musikstücke benötigt. Drehung, Scherung und Skalierung sind in diesem Kontext nicht relevant. Ist den Schülern das Multiplizieren einer Matrix mit einem Vektor vertraut (z. B. aus dem Unterricht zu stochastischen Prozessen), so reicht dieses Vorwissen völlig aus.

Die „musikalische Ebene" besteht aus den Dimensionen Zeit (x-Achse) und Tonhöhe (y-Achse) und ist damit der euklidischen Ebene nicht unähnlich. Damit wird der Einstieg in das Thema erleichtert, da lediglich zweidimensionale Vektoren betrachtet werden und händische Rechnungen weniger komplex ausfallen als im Dreidimensionalen.

Methodischer Schwerpunkt der Unterrichtsreihe

Der Schwerpunkt der Unterrichtsreihe besteht in den häufig herzustellenden Wechseln zwischen den Darstellungsarten. Wobei neben der symbolischen Darstellung (Matrizen und Vektoren) und der grafischen Darstellung von Tönen in einem Koordinatensystem vor allem die akustische Wahrnehmung von Bedeutung ist. Mathematik wird sozusagen hörbar gemacht.

In der Regel sind die mathematischen Tätigkeiten der Lernenden im Unterricht der vektoriellen Geometrie auf das Anstellen von Berechnungen unter Rückgriff auf die üblichen Formelschreibweisen und das Anfertigen von Skizzen und Zeichnungen beschränkt. Durch diese Tätigkeiten werden nur wenige Sinne der Lernenden angeregt und die zu betreibende Mathematik wirkt, auch wenn dynamische Prozesse beschrieben werden, meist statisch. Mit dem Ansatz, dass Schüler Stücke selbst entwickeln und spielen, sollen individuelle Begriffsbildungsprozesse durch weitere Sinneserfahrungen unterstützt werden.

Zudem spielt die Tatsache, dass Schüler selbstständig kleine Musikstücke komponieren, eine wichtige Rolle. In der Regel begegnet den Lernenden im Unterricht der vektoriellen Geometrie eine Art Mathematik, die in der Bearbeitung vorgegebener Aufgaben mit eindeutigen Lösungen besteht. Mit den hier gezeigten Unterrichtsmaterialien werden sie jedoch in die Lage versetzt, vektorielle Geometrie in kreativen und produktiven Prozessen einzusetzen.

Erweiterungsmöglichkeiten

Der theoretische Hintergrund der Arbeitsmaterialien wird durch einen Artikel von Victoria Hart (2009) gebildet. Auf der Internetseite von Hart (*www.vihart.com*) finden sich viele weitere Beispiele für einen kreativen und produktiven Umgang mit mathematischen Werkzeugen. Im Artikel von Norbert Christmann (2013) geht es ebenfalls um den Zusammenhang von Mathematik und Geometrie, ohne dass dabei der Gebrauch von Abbildungen systematisch thematisiert wird.

Möchte man weitere Verbindungen zwischen Mathematik und Musik nutzen, kann man beispielsweise Töne und Sinusfunktionen in Verbindung bringen. Die Erzeugung von Tönen und Klängen kann beispielsweise mithilfe von Funktionen beschrieben werden. Schürmann (2003) zeigt, wie mit einem Computeralgebrasystem auf mathematische Weise Töne erzeugt werden, die dann von einem Lautsprecher am Computer abgespielt werden können.

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler …	Anforderungsbereich
K3, K4	L3, L4	… wechseln zwischen verschiedenen Darstellungen; … überführen eine Realsituation direkt in ein mathematisches Modell; … finden Koordinaten für geometrische Sachverhalte in der Ebene; … führen elementare Operationen mit geometrischen Vektoren aus (**M 1–M 6**).	I, II
K2	L4	… finden einen Lösungsweg zu einer Problemstellung; … lernen affine Abbildungen (nur Spiegelung und Verschiebung) kennen (**M 3–M 6**).	
K2, K6	L3, L4	… entwickeln mehrschrittige Lösungswege; … legen ihre Überlegungen und Ergebnisse [illegible] **6**).	III

Literaturhinweise

- ***Hart, V.*** *(2009). Symmetry and Transformations in the Musical Plane. In C. S. Kaplan & R. Sarhang (Hrsg.), Proceedings of the 12th Annual BRIDGES Conference: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture (S. 169–176). London: Tarquin Publications.*
  http://archive.bridgesmathart.org/2009/bridges2009-169.html
- ***Sc[illegible]rmann, U.*** *(2013). Mathematik hören und Musik sehen mithilfe eines Computeralgebrasystems. Computeralgebra-Rundbrief, 53, S. 20–25.*
  http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/data/CA-Rundbrief/car53.pdf
- ***Christmann, N.*** *(2013). Mathematik und Musik: Arvo PÄRTS Komposition „Spiegel im Spiegel". In GDM (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2013 (S. 232–235). Münster: WTM.*
  http://www[illegible]mathematik.uni-dortmund.de/ieem/bzmu2013/Einzelvortraege/BzMU13-Christmann.pdf

Internetlinks

- *Zur Matrizenrechnung bzw. zum Lösen von linearen Gleichungssystemen:*
  https://matrixcalc.org/de/
  Ansonsten empfiehlt sich auch Wolfram|Alpha:
  https://www.wolframalpha.com

Auf einen Blick

Legende der Abkürzungen
Ab = Arbeitsblatt; Fo = Folie

1. Stunde

Thema: **Darstellungswechsel zwischen Tonleiter und Koordinatensystem; Motive mithilfe von Matrizen und Vektoren verändern**

M 1 (Ab) Komponieren mit vektorieller Geometrie
M 2 (Ab) Motive in der Musik

Benötigt:
- ☐ Xylofone oder virtuelle Klaviere in Form einer App oder einer Internetseite
- ☐ PC mit Internetverbindung

2. Stunde

Thema: **Töne als Vektoren; Motive variieren und wiederholen mithilfe von Spiegelungen und Verschiebungen**

M 3 (Ab) Komponieren mit Abbildungen
- ☐ PC mit Internetverbindung

3./4. Stunde

Thema: **Der mathematische Hintergrund von Fries-Mustern in der Musik**

M 4 (Ab) Fries-Muster
M 5 (Fo) Quiz

Benötigt:
- ☐ Xylofone oder virtuelle Klaviere in Form einer App oder einer Internetseite
- ☐ OHP
- ☐ PC mit Internetverbindung

5. Stunde

Thema: **Eigenständig komponieren mit verschiedenen Abbildungen**

M 6 (Ab) Sequenzen

Benötigt:
- ☐ Xylofone oder virtuelle Klaviere in Form einer App oder einer Internetseite
- ☐ Plakate
- ☐ PC mit Internetverbindung

Minimalplan
Die Zeit ist knapp? Dann beschränken Sie sich auf die Materialien **M 1–M 3**.

M 1 Komponieren mit vektorieller Geometrie

Musik und Mathematik haben vieles gemeinsam! Mit diesen Arbeitsmaterialien lernen Sie, wie man mithilfe von Vektoren kleine Musikstücke selbst komponiert. Natürlich sollen die Stücke auch gespielt werden, z. B. auf dem Xylofon oder einem virtuellen Klavier im Internet (z. B. www.virtualpiano.net).

Abb. 1: © 279photo/iStock/Getty Images Plus, bearbeitet von Dr. W. Zettlmeier

Musik-Koordinatensystem

Der Einfachheit halber wollen wir uns auf das Beispiel der C-Dur-Tonleiter, und dort auf eine Oktave, beschränken.

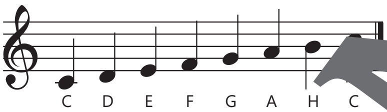


Abb 2: C-Dur-Tonleiter, Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Das erste C ist der tiefste Ton, das zweite und letzte C ist der höchste Ton. Die Töne sind schon so ähnlich wie in einem Koordinatensystem geordnet. Auf der y-Achse des „Musik-Koordinatensystems“ wird die jeweilige Höhe der unterschiedlichen Töne abgetragen. Auf der x-Achse erfährt man, zu welchem Zeitpunkt ein Ton gespielt wird. Wir erhalten so unser „Musik-Koordinatensystem“ (siehe Abbildung auf der nächsten Seite).
Auf der y-Achse sind die einzelnen Töne ihrer Höhe nach geordnet abgetragen. Wir vernachlässigen, dass zwischen den einzelnen Tönen unterschiedliche Abstände in der Tonhöhe bestehen, und nehmen an, dass der Abstand stets mit 1 (1 Einheit) bezeichnet werden kann. Außerdem sollen nur Viertel betrachtet werden, wir lassen die halben Töne außen vor. Deutlich wird bei dieser Notation, dass wir dabei die Dauer, mit der Töne gespielt werden (Viertelnoten), nicht berücksichtigen. Wir wollen der Einfachheit halber außerdem davon ausgehen, dass alle Töne gleich lang gespielt werden und die Dauer immer eine Zeiteinheit beträgt.

Aufgaben

1. Zeichnen Sie – entsprechend der Abbildung auf der Folgeseite – ein Musik-Koordinatensystem, tragen Sie frei gewählte Punkte ein und spielen Sie diese auf einem Xylofon nach.
   Tipp: Die Vorlage auf der Folgeseite kann auch verwendet werden.
2. Ein Schüler aus der Gruppe spielt sein Stück aus Aufgabe 1 vor. Die anderen dürfen das Xylofon nicht sehen. Sie tragen dann die entsprechenden Töne in ihr Musik-Koordinatensystem ein. Anschließend werden die Ergebnisse mit dem Original aus Aufgabe 1 verglichen.

M 2

Motive in der Musik

Eine kleine zusammenhängende Abfolge von Tönen, die in einem Musikstück häufig wiederholt oder variiert wird, nennt man Motiv. Ein Motiv in unserem Musik-Koordinatensystem kann z. B. aus den Punkten P(1|1), Q(2|1), R(3|2) bestehen, also aus den Tönen A und H, die zu den Zeitpunkten 1 und 2 bzw. 3 gespielt werden (siehe Abbildung 5). Um mit den Tönen zu einer bestimmten Zeit auch rechnen zu können, müssen wir sie als Vektoren betrachten. Unser Motiv AAH kann zum Beispiel mit den folgenden Ton-Vektoren beschrieben werden:

$A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

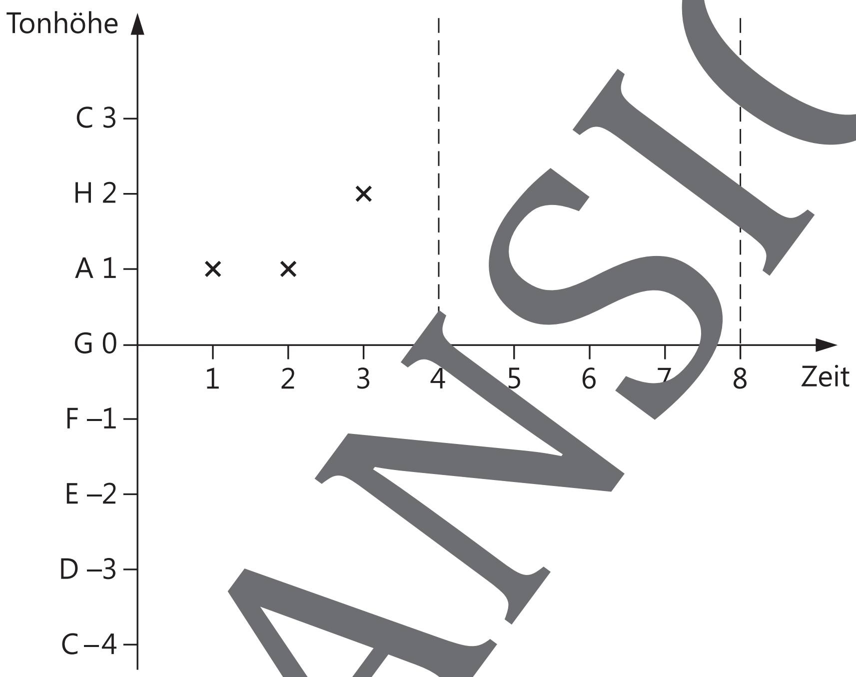


Abb. 5: Motiv AAH; Grafik: Dr. W. Z[illegible]tlm[illegible]er

Aufgaben

1. Gegeben ist die musikalische Abbildung $\mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}^2$ mit
   $f(\vec{v}) = \begin{pmatrix} [illegible] \\ y \end{pmatrix} [illegible] \begin{pmatrix} [illegible] \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$
   Beschreiben Sie mit eigenen Worten, wie sich diese Abbildung auf das Motiv AAH auswirkt.

2. Gegeben ist die musikalische Abbildung $\mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}^2$ mit
   $f(\vec{v}) = \begin{pmatrix} 2 & [illegible] \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$
   Beschreiben Sie mit eigenen Worten, wie sich diese Abbildung auf das Motiv AAH auswirkt, und spielen Sie das Motiv vor und nach der Abbildung auf dem Xylofon.

Komponieren mit Abbildungen M 3

Ein Musikstück wird (sehr vereinfacht ausgedrückt) komponiert, indem man ein Motiv wiederholt und variiert. Das heißt, das Motiv wird noch einmal gespielt, es wird mit tieferen oder höheren Tönen gespielt, es wird rückwärts gespielt usw.
Solche Wiederholungen und Variationen erinnern stark an geometrische Abbildungen in der Mathematik, und zwar an solche, bei denen die Abstände zwischen den Punkten erhalten bleiben (würde sich der Abstand zwischen den Tönen ändern, könnte man das Motiv akustisch nur schwer wiedererkennen). Im mathematischen Koordinatensystem gibt es drei Arten von Abbildungen, die die Abstände zwischen Punkten unverändert lassen: Drehung, Spiegelung und Verschiebung. Diese Abbildungen eignen sich zum Komponieren.
In unserem musikalischen Koordinatensystem muss zusätzlich darauf geachtet werden, dass die Punkte nur ganzzahlige y-Koordinaten besitzen, da Töne mit Nachkommastellen keinen Sinn ergeben (oder sich zumindest auf einem einfachen Xylofon nicht spielen lassen). Daher sollen wir nur die folgenden Abbildungen in unserem Musik-Koordinatensystem zulassen:

- Verschiebung auf der x-Achse (Wiederholung)
- Verschiebung auf der y-Achse (Transposition)
- Spiegelung an einer Waagerechten (Inversion)
- Spiegelung an einer Senkrechten (Krebsgang)[2]
- Kombinationen aus den einzelnen Abbildungen

Im Folgenden sollen zu den einzelnen musikalischen Abbildungen die entsprechenden mathematischen Abbildungen mithilfe von Matrizen und Vektoren beschrieben werden.

Aufgabe

Füllen Sie zu jeder im Musik-Koordinatensystem angedeuteten Abbildung die Matrix bzw. den Vektor aus, sodass die Rechnung zur Abbildung passt.

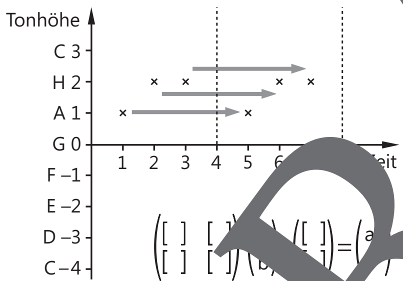


Abbildung A

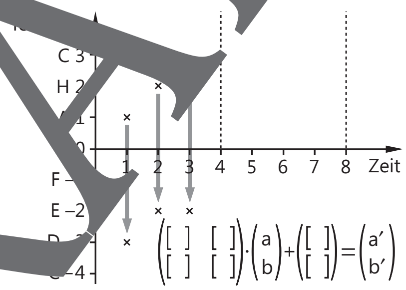


Abbildung B

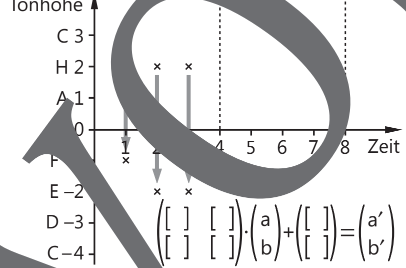


Abbildung C

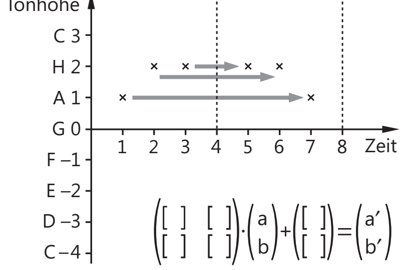


Abbildung D

Abb. 6–9: Grafik[illegible] Zettlmeier

[2] So nennt man diese Abbildung in der Musik.

M 4 Fries-Muster

Fries-Muster werden in der Mathematik die sieben Gruppen von Mustern genannt, die im Koordinatensystem nur in eine Dimension unendlich oft wiederholbar sind. Nimmt man also an, dass sich ein Muster horizontal unendlich oft wiederholen lässt, das Muster jedoch vertikal endlich ist, so wird deutlich, warum Fries-Muster insbesondere in der Architektur häufig zu beobachten sind. Sie dienen zum Beispiel zur Abgrenzung, Gliederung und Dekoration von Gebäuden.

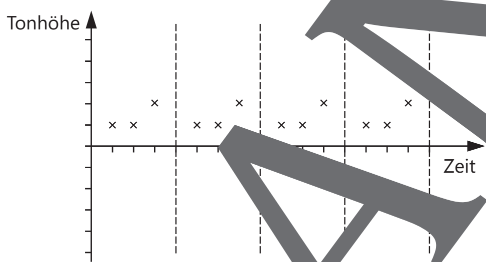
Abb. 10: Fries-Muster in venezianischer gotischer Architektur; © Crisfotolux/iStock/Getty Images Plus

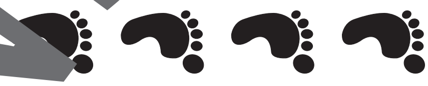
Friesmuster treten auch beim Komponieren auf. Auch in der Musik kann ein Muster in Richtung der Zeitachse theoretisch unendlich oft wiederholt werden. [illegible]en und im [illegible] (**M 5**) sind alle 7 möglichen Muster abgebildet, die sich entlang der Zeitachse unendlich wiederholen lassen.

Aufgaben

1. Notieren Sie zu jedem Muster, welche der Abbildungen „Verschiebung auf der x-Achse“, „Verschiebung auf der y-Achse“, „Spiegelung an einer Waagerechten“ und „Spiegelung an einer Senkrechten“ verwendet wird (Mehrfachnennungen sind möglich).

a)





Muster „Hüpfen“

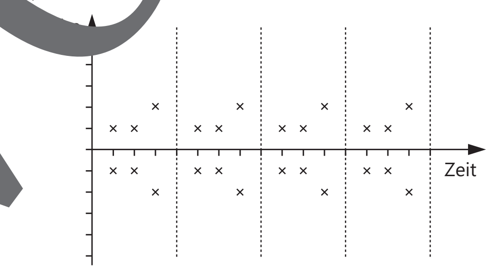
Abbildung(en):

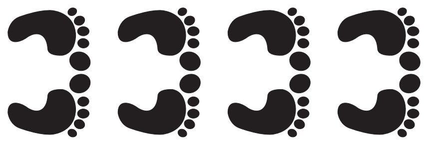
b)

Muster „Gehen“

Abbildung(en):

c)



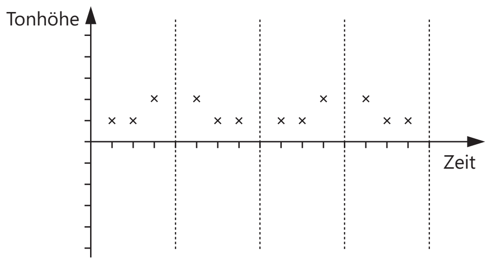


Muster „Springen“

Abbildung(en):

Grafik: Dr. W. Zettlmeier

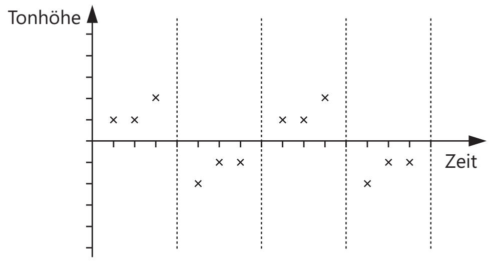
d)



Muster „Schleichen“

Abbildung(en):

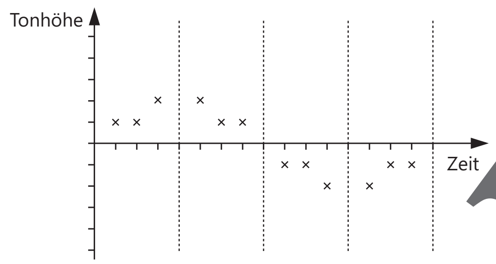
e)

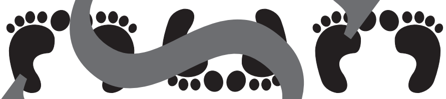


Muster „Schwindliges Hüpfen“

Abbildung(en):

f)

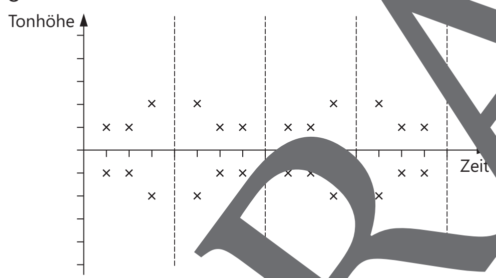


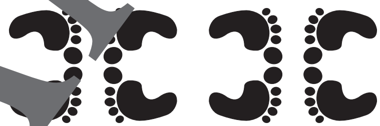


Muster „Schwindliges Schleichen“

Abbildung(en):

g)





Muster „Schwindliges Springen“

Abbildung(en):

Abb. 11–17: Grafik: Dr. W. Zettlmeier

2. Wählen Sie [illegible] biges Motiv [illegible] end aus drei Tönen und versuchen Sie, alle sieben Friesmuster [illegible] uf dem Xylo[illegible] u spielen.
3. Ein Stü[illegible] besteht aus de[illegible] lgenden Musikvektoren:

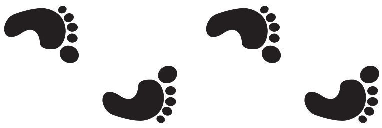
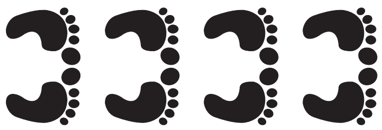
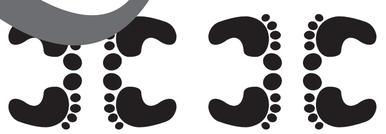
   $\begin{pmatrix} 1 \\ [illegible] \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} [illegible] \\ [illegible] \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$; [illegible] $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   a) [illegible] ielen Sie da[illegible] k.
   b) Ne[illegible] en Sie das passende Friesmuster.
   c) Gebe[illegible] Sie mithilfe von Matrizen und Vektoren an, wie die Komposition zustande kommt.

M 5 Quiz

Aufgabe

Zerschneiden Sie die folgende Tabelle in ihre Einzelteile, mischen Sie diese und ordnen Sie dann die Fußabdrücke den passenden Vektoren zu.

	$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix};$ $\begin{pmatrix}9\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}10\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}11\\2\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}13\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}14\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}15\\2\end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix};\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}8\\-2\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}9\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}10\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}11\\4\end{pmatrix};\begin{pmatrix}12\\4\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}13\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}14\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}15\\-2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}16\\-2\end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix};$ $\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}9\\-3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}11\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}11\\-1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}13\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}13\\-3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}15\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}15\\-1\end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix};\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix};$ $\begin{pmatrix}9\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}10\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}11\\4\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}13\\4\end{pmatrix};\begin{pmatrix}14\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}15\\2\end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix};\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix};\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix};$ $\begin{pmatrix}9\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}11\\-1\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}13\\5\end{pmatrix};\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix};\begin{pmatrix}15\\4\end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}10\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}11\\1\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}13\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}14\\2\end{pmatrix};\begin{pmatrix}15\\3\end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}6\\-1\end{pmatrix};$ $\begin{pmatrix}9\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}9\\-1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}10\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}10\\-3\end{pmatrix};\quad\begin{pmatrix}13\\3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}13\\-3\end{pmatrix};\begin{pmatrix}14\\1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}14\\-1\end{pmatrix}$

Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Sequenzen

M 6

Wird ein Motiv im selben Schritt horizontal und vertikal verschoben, so spricht man von einer Sequenz. In unserem einfachen Beispiel (siehe Abbildung 18) wird das Motiv stets wiederholt und dabei um eine Ton-Einheit nach oben verschoben.

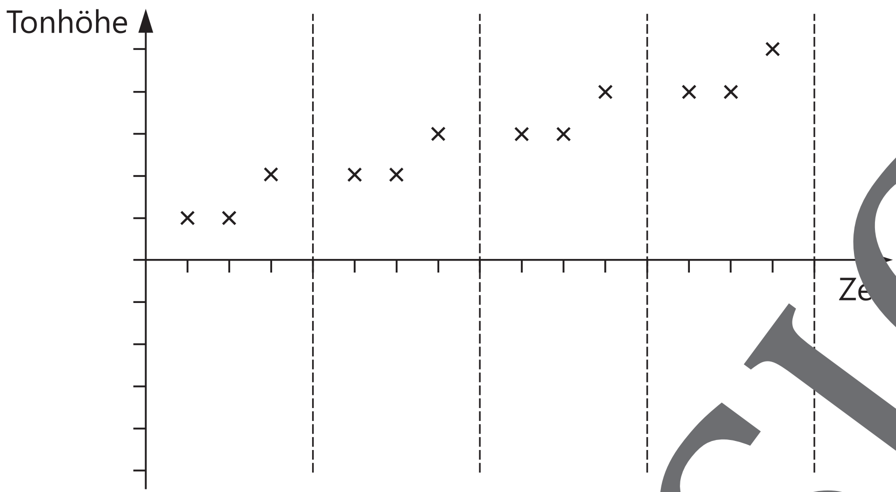


Abb. 18: Sequenz; Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Die Töne des Motivs werden demnach höher. Den Vorgang des Sequenzierens kann man aber genauso gut auch auf andere Fries-Muster anwenden. Hier ein Beispiel für ein sequenziertes „Springen".

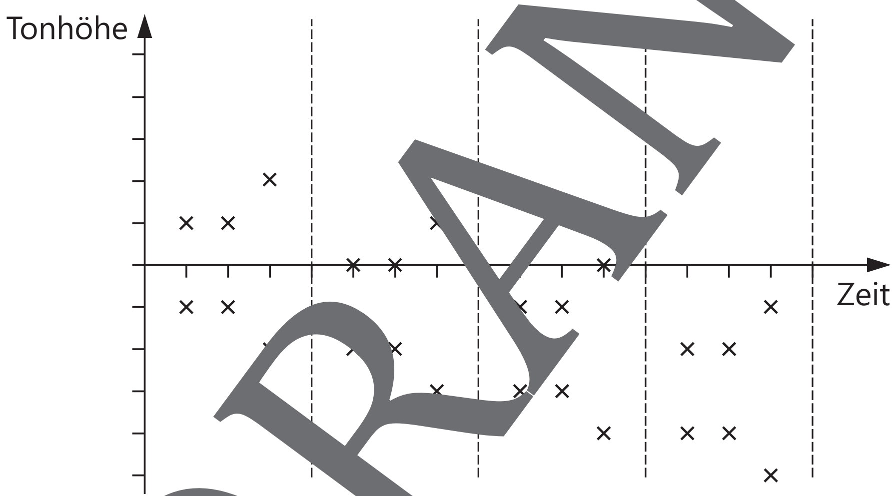


Abb. 19: Sequenz „Springen"; Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Aufgaben

1. Komponieren Sie ein kurzes Musikstück, bei dem Fries-Muster und Sequenzierungen verwendet werden, und notieren Sie sowohl das Stück im Musik-Koordinatensystem als auch die verwendeten Abbildungen mit Matrizen und Vektoren.
Präsentieren Sie anschließend Ihr Stück, indem Sie es vorspielen und seine mathematische Konstruktion mittels eines Plakats den anderen erklären.