

I.D.64

Geometrie

Experimentelle Geometrie – Materialien für den handlungsorientierten Unterricht

Ein Beitrag von Walter Czech

Illustrationen von Sylvana R.-E. Timmer



© zoranm/E+

Dieser Geometrie-Beitrag steht im Zeichen der Aktivierung. Fördern Sie das spielerische, entdeckende und anwendungsorientierte Lernen von geometrischen Lerninhalten der Unter- und Mittelstufe wie bspw. Pythagoras oder auch ganz allgemein das geometrische Vorstellungsvermögen. Lockern Sie Ihren Unterricht auf und lassen Sie Ihre Klasse handlungsorientiert arbeiten. Das Hantieren mit Modellen, das selbstständige Bauen von Modellen, die Veranschaulichung durch Zeichnungen und auch die vorhandene Motivation zu experimentieren kann für den Lernerfolg ausgenutzt werden.

KOMPETENZPROFIL

Klassensstufe:

6–9

Dauer:

4 Unterrichtsstunden

Inhalt:

Volumenverhältnisse, Zusammensetzen zerschnittener Figuren, Vielecke herausfalten, Pythagoras

Kompetenzen:

mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt
Planung für 4 Stunden

Erarbeitung

- M 1** (Ab) Wie entsteht aus den Figuren ein Quadrat? – Ein Legespiel
- Benötigt:** Schere
- M 2** (Ab) Kopfgeometrie: Papierfalten
- Benötigt:** Schere
 Blatt Papier
- M 3** (Ab) Figuren zerlegen und Quadrate herausfinden
- Benötigt:** DIN-A4-Blätter
 Quadratisches Blatt Papier
- M 4** (Ab) Reguläres Achteck herausfinden mit der dazugehörigen Mathematik
- M 5** (Ab) Pythagoras geometrisch entdecken
- Benötigt:** Schere
- M 6** (Ab) Volumen berechnen mit Kugel und Zylinder
– oder: Geometrie mit der Waage
- Benötigt:** Internet-Zugang



Lösung

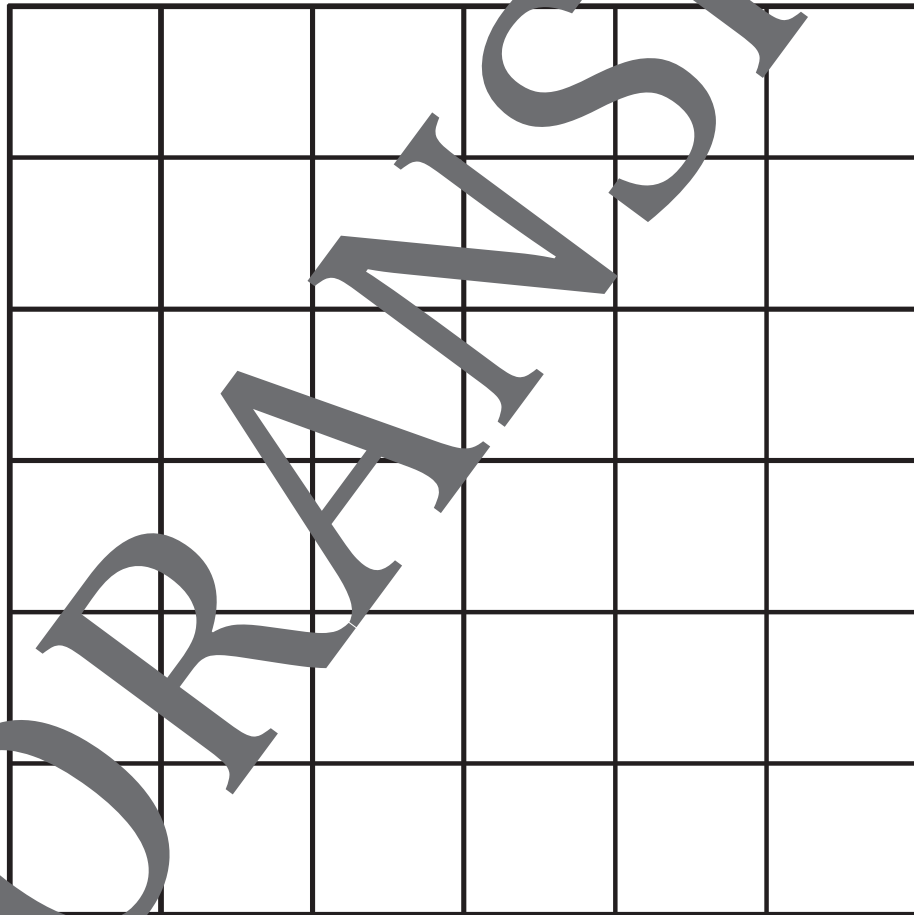
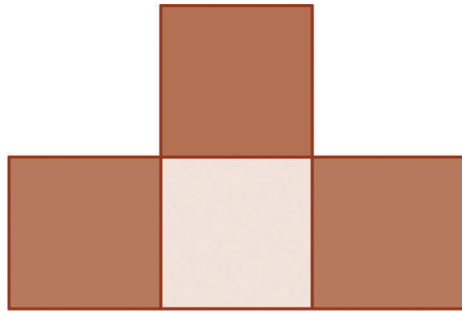
Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 14.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann wählen Sie nur gezielte Materialien aus. Die Materialien bauen nicht aufeinander auf, sie sind daher ganz frei in Ihrer Auswahl.

Erklärung zu den Symbolen

| | |
|---|--|
|  | Dieses Symbol markiert geforderte Internetrecherche. |
|  | Dieses Symbol markiert, dass etwas ausgeschnitten werden soll. |



VORANSICHT

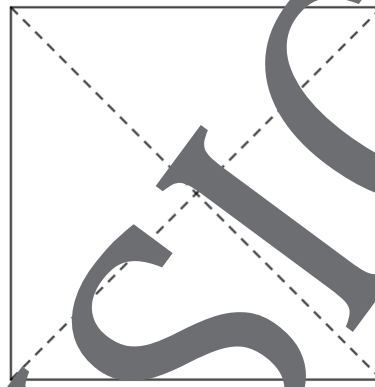
Reguläres Achteck herausfalten mit der dazugehörigen Mathematik

M 4

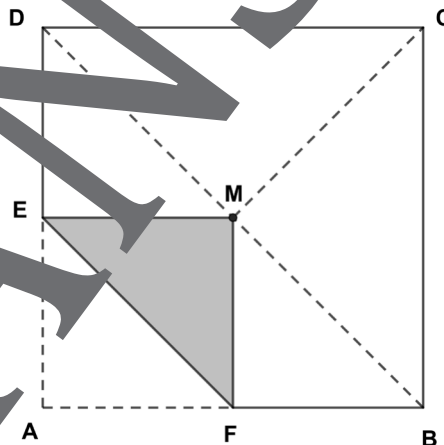
Geometrische Figuren – Dreiecke, Quadrate und andere Vierecke – lassen sich mit Bleistift, Lineal und Zirkel auf verschiedene Weise zu Papier bringen. Eine andere, etwas ausgefallene Möglichkeit besteht darin, diese Figuren durch Kniffe im Papier herauszufalten.

Wir beginnen mit einem quadratischen Papierstück und wollen aus diesem Blatt ein reguläres Achteck herausfalten:

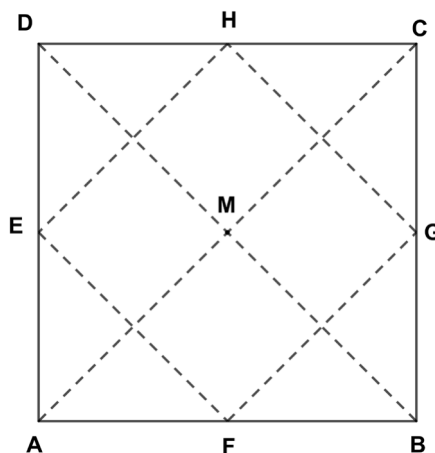
Zunächst faltest du das Quadrat ABCD längs der Diagonalen. Die Falten [AC] und [BD] treffen einander im Punkt M.



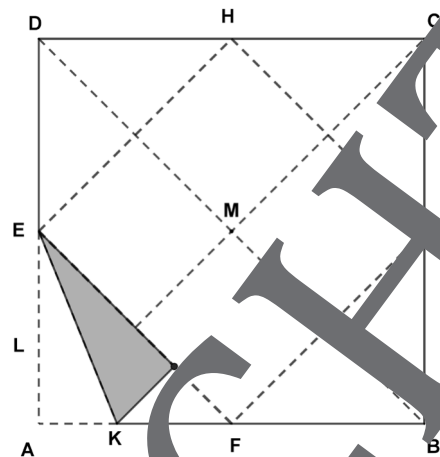
Dann faltest du die vier Ecken A, B, C und D zum Punkt M hin



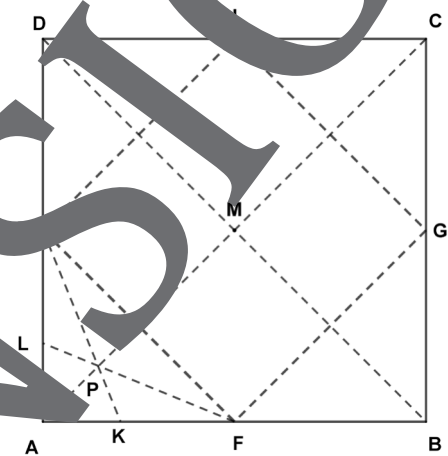
Es entstehen die vier Falten [EF], [FG], [GH] und [HE].



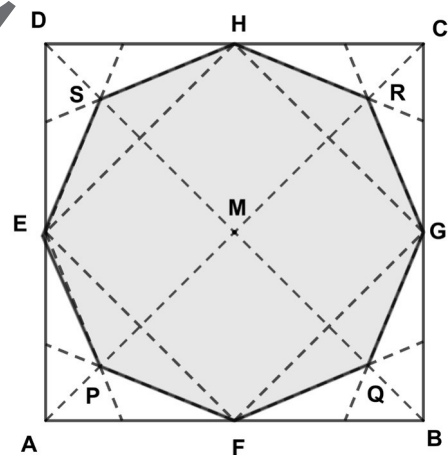
Nun greifst du die Ecke A und faltest diese so um, dass die Kante [EA] mit der Linie EF zusammenfällt



In gleicher Weise faltest du die Ecke A so um, dass die Kante [AF] mit der Faltnie EF zusammenfällt.
Es entstehen zwei Falten, die sich einander im Punkt P treffen



Genauso verfährt du mit den Ecken B, C und D. Die entstehenden Falten treffen einander in den Punkten Q, R und S. Als Ergebnis hast du aus dem Quadrat ABCD das reguläre Achteck EPFQGRHS herausgefaltet



Aufgabe 10
Zeige, dass durch das obige faltverfahren tatsächlich ein reguläres Achteck herausgefaltet wurde.

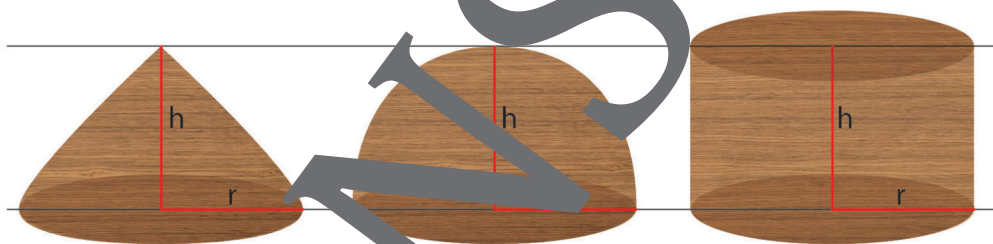
M 6

Volumenverhältnis von Kegel, Halbkugel und Zylinder – oder: Geometrie mit der Waage

Die alten Griechen konnten mit Zahlen nicht besonders gut umgehen, aber sie waren dennoch glänzende Mathematiker, weil sie meisterhaft Lineal und Zirkel handhabten. So erfanden die Griechen die Geometrie, die Mathematik der Form und des Raumes.

Das wohl älteste überlieferte Zeugnis experimenteller Geometrie ist mit dem Namen *Archimedes von Syrakus* (etwa 287 bis 212 v. Chr.) verknüpft. Es geht dabei um eines der berühmtesten Probleme der Antike: das Volumenverhältnis von Kegel, Halbkugel und Zylinder.

In *Das Mathematische Kabinett*¹ wird die Geschichte hierzu wie folgt beschrieben: „Als Archimedes sich mit diesem Problem vergnügte, fiel ihm plötzlich auf, dass eine einfache Beziehung zwischen den Volumina eines Kegels, einer Halbkugel und eines Zylinders bestehen müsse. Wenn die Radien der Grundflächen und die Höhen dieser drei Körper gleich waren, verhielten sich ihre Volumina wie 1 : 2 : 3. Da er jedoch keinen strengen mathematischen Beweis für diese Lösung führen konnte, überlegte er sich einen genialen experimentellen Beweis. Er ging in die Tischlerwerkstatt der Universität in Alexandria, wählte ein Stück feinsten Holzes und ließ sich einen Kegel, eine Halbkugel und einen Zylinder drehen, die alle dieselbe kreisförmige Grundfläche und dieselbe Höhe hatten.“



Grafik: Sylvana R.-E. Timmer

Im Besitz dieser hölzernen Figuren kündigte Archimedes der Fakultät einen Vortrag an und ließ die bevorstehende Bekanntmachung einer sensationellen mathematischen Entdeckung durchblicken.

Als der Titel des Vortrages – „Über die Volumina runder Körper“ – bekannt wurde, bemächtigte sich der Zuhörer eine gewaltige Spannung; schließlich handelte es sich um ein Problem, mit dem die meisten von ihnen seit Jahren gerungen hatten. War es möglich, dass dieser dreiste junge Mann die Lösung gefunden hatte?

Archimedes kündigte zuerst sein Resultat an und schrieb die folgenden einfachen Proportionen auf:

$$\text{Kegel} : \text{Halbkugel} : \text{Zylinder} = 1 : 2 : 3$$

Die Zuhörer wagten kaum zu atmen. Alle saßen auf der Kante ihres Stuhls, um den mathematischen Beweis dieser sensationellen Behauptung zu erfahren. Jedoch an Stelle einer umständlichen mathematischen Beweisführung stellte Archimedes seine hölzernen Figuren und eine Waage vor den Augen des Auditoriums auf.

Zunächst wog er die drei Kegel gegen den Zylinder aus – und sie waren gleich schwer.

¹ Das Mathematische Kabinett. Folge 2. Stuttgart: Deutsche Verlags-Anstalt 1970.

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 4.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Sichere Zahlung per Rechnung,
PayPal & Kreditkarte



Exklusive Vorteile für Abonnent*innen

- 20% Rabatt auf alle Materialien für Ihr bereits abonniertes Fach
- 10% Rabatt auf weitere Grundwerke



Käuferschutz mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de