

I.D.68

Geometrie

## Mathematisches Argumentieren und Beweisen mit Winkel- und Kongruenzsätzen

Marc Eßer



© RAABE 2023

© jipooole/iStock/Getty Images Plus; verändert

Mathematik betreiben, ist mehr als rechnerische Kalkül. Dass die Mathematik über das bloße Anwenden und Ausrechnen auch Argumentieren beinhaltet, rückt immer wieder in den Hintergrund. In dieser Unterrichtseinheit wird das Beweisen und Argumentieren in den Mittelpunkt des Kompetenzerwerbs gestellt. Im Beispiel Euklids von Behauptung, Voraussetzung und Beweis weisen die Lernenden mithilfe der Winkel- und Kongruenzsätze Zusammenhänge nach. So gelingt es Ihrer Klasse, sprachlich das strukturelle Argumentieren einer formal-logischen Beweisführung zu erlernen. Eine hohe Schüleraktivität wird durch Gruppenarbeit erreicht.

---

### KOMPETENZBEFELD

Klassenstufe:	7/8
Dauer:	2 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Winkel- und Kongruenzsätze; geometrische Eigenschaften des Dreiecks
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K6)

---

## Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Tk = Tippkarten; Üb = Übersicht  
Planung für 2 Stunden

### Einstieg

Thema: Grundlagen: Wenn ... , dann ... – Sprachsensibles Argumentieren

M 1 (Ab) „Wenn ..., dann ...“ – Beweisstrukturen sprachlich erfassen

M 2 (Ab) Der Basiswinkelsatz – Beweis

### Erarbeitung

Thema: Materialgestütztes Beweisen mathematischer Sätze in kooperativer Gruppenarbeit

M 3 (Ab) Beweis Satz 1

M 4 (Ab) Beweis Satz 2

M 5a (Ab) Beweis Satz 3

M 5b (Tk) Tippkarten zur Differenzierung von Satz 3



### Ergebnissicherung

Thema: Übersicht der 4 Sätze

M 6 (Üb) Übersicht der 4 Sätze – 3. Voraussetzung, Beweis

### Wiederholung

Thema: Wiederholung der Kongruenzsätze

M 7 (Üb) Kongruenzsätze in der Übersicht

### Lösung

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 18.

## M 1 „Wenn ..., dann ...“ – Beweisstrukturen sprachlich erfassen

Noah behauptet:



Wenn Susi vor 7:10 Uhr aus der Wohnung geht, dann kann sie Strolch auf dem Schulweg treffen.

Grafik: Julia Lenzmann

Stimmt Noahs Behauptung?

Über Susi und Strolchs Morgen haben wir folgendes Wissen:

- Wenn Susi gute Laune hat, dann schenkt sie nach der zweiten Pause ihren Müsliriegel.
- Wenn Susi vor 7:10 Uhr aus der Wohnung geht, dann bekommt sie den frühen Bus.
- Wenn Susi auf dem Weg Strolch trifft, dann ist sie um 7:45 Uhr an der Schule.
- Wenn Susi den frühen Bus erwischt, dann kann sie Strolch auf dem Weg zur Schule treffen.
- Wenn Susi früh aufsteht, dann muss sie früh ins Haus.

### Aufgabe

Finde heraus, ob Noahs Aussage richtig ist.

- Markiere** in jedem Satz die Schlüsselwörter „wenn“ und „dann“.
- Entscheidet** in einer Zweier-Gruppe, welcher Bestandteil des Satzes ist eine Voraussetzung, welcher ist die Folge?
- Überprüfe** sich die Aussage durch die unteren Gegebenheiten als „wahr“ oder „falsch“ prüfen lässt.



M 3



## Beweis Satz 1

### Aufgaben

1. **Schneidet** die Kärtchen aus.
2. **Ordnet** die Teilstücke des mathematischen Beweises in der richtigen Reihenfolge an.
3. **Ergänzt** die Lücken.
4. **Kontrolliert** eure Lösung und **klebt** die Kärtchen, dann in der richtigen Reihenfolge in euer Heft.  
**Tipp:** Markiert die Kärtchen nach **Voraussetzungen** (orange), **Beweisschritte** (blau) und dem fertigen **Satz** (grün) farbig.

Wenn in einem Dreieck die Summe zweier Winkel $90^\circ$ groß ist,	$\alpha + \beta = 90^\circ$
$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$	Dann gibt es <u>                    </u> °.
Also ist das Dreieck <u>                    </u>	dann ist das Dreieck rechtwinklig.
gilt nach dem <u>                    </u> Winkelsatz	

Richtige Reihenfolge der Satzbausteine:

Der Satz: \_\_\_\_\_

Die Voraussetzungen: \_\_\_\_\_

Der Beweis: \_\_\_\_\_

VORANSICHT

# M 6

## Übersicht der 4 Sätze – Satz, Voraussetzung, Beweis

### Legende

Satz: grün; Voraussetzung: orange; Beweis: blau

### Der Basiswinkelsatz

#### Der Satz

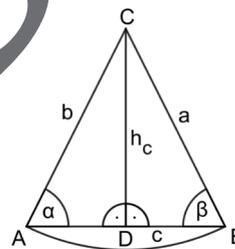
Wenn ein Dreieck gleichschenkelig ist, dann sind Basiswinkel  $\alpha$  und  $\beta$  gleich groß.

#### Voraussetzung

Das Dreieck ABC ist gleichschenkelig, also gilt  $a = b$ .

#### Der Beweis

Die Höhe  $h_c$  gehört zu den beiden Dreiecken ADC und BDC.  
 $h_c$  ist kürzer als die Seite  $a$  und die Seite  $b$ .  
 Die Dreiecke ADC und BDC haben die Hypotenuse  $h_c$  und die rechte Winkel, der der Hypotenuse gegenüberliegt. Dann sind sie nach dem Kongruenzsatz die Dreiecke ADC und BDC kongruent, also sind auch die Winkel  $\alpha = \beta$ .



### Satz 1

#### Der Satz

Wenn in einem Dreieck die Summe zweier Winkel  $90^\circ$  groß ist, dann ist das Dreieck rechtwinklig.

#### Voraussetzung

$\alpha + \beta = 90^\circ$

#### Der Beweis

$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$  gilt nach dem Innenwinkelsatz. Das ergibt  $\gamma = 90^\circ$ . Also ist das Dreieck rechtwinklig.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach?

## Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



✓ **Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar

✓ **Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung

✓ **Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen  
mit bis zu 15% Rabatt

✓ **Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**