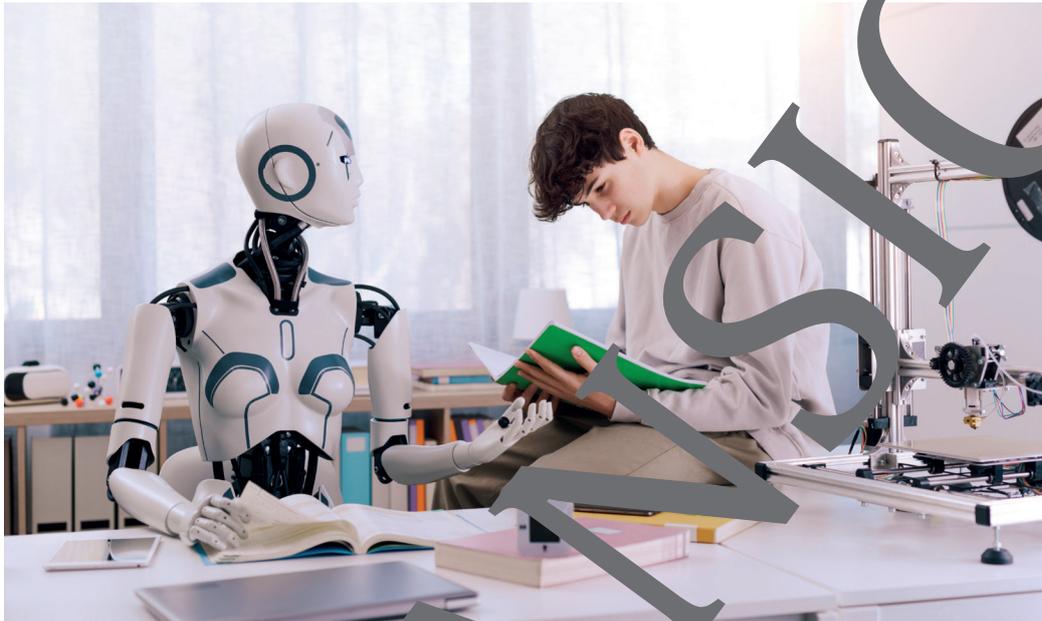


II.G.9

Computer im Mathematikunterricht

KI-generierte Lösungen kritisch prüfen – Leitideen 4 und 5

Johann-Georg Vogelhuber



© RAABE 2024

© demaerre/istock/Getty Images Plus

Matheaufgaben nicht mehr selbst lösen zu müssen, sondern einfach ChatGPT und Co für sich denken lassen? – Wohl ein Traum für viele Kinder und Jugendliche. Doch wie verlässlich sind die Ergebnisse der Künstlichen Intelligenz wirklich? Mit dieser Einheit fördern Sie den kritischen Umgang mit KI-generierten Lösungen Ihrer Klasse und regen dazu an, vermeintlich plausible Lösungswege genau zu prüfen. Dabei wird sowohl die Medienkompetenz als auch die Fachkompetenz gestärkt. Der inhaltliche Fokus dieser Einheit liegt dabei auf den Themen Optimierung (Leitidee 4 – Funktionaler Zusammenhang) und Erwartungswert (Leitidee 5 – Daten und Zufall) der Mittelstufe II.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 11–13

Dauer: jeweils 1–2 Unterrichtsstunden

Inhalt: Optimierungsaufgaben, Erwartungswerte

Kompetenzen: mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2)

Auf einen Blick

Das Material für jede Leitidee ist etwa für eine Doppelstunde ausgelegt.

Leitidee Funktionaler Zusammenhang (Klasse 11/12)

Thema: **Verpackungsoptimierung**

M 1 Kann eine KI Anwendungsaufgaben zur Differentialrechnung korrekt lösen?

Leitidee Daten und Zufall (Klasse 12/13)

Thema: **Erwartungswert**

M 2 Kann eine KI Anwendungsaufgaben zur Stochastik korrekt lösen?

Lösungen

Die Lösungen zu den Aufgaben finden Sie ab Seite 9.

Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	einfaches Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau

Kann eine KI Anwendungsaufgaben zur Differentialrechnung korrekt lösen?

M1

Die nachfolgende Aufgabenstellung wurde mithilfe einer textgenerierenden KI gelöst. Diese Lösung soll von Ihnen mit den Arbeitsaufträgen untersucht werden. Allerdings sind die von KI erstellten Lösungen nicht immer fehlerfrei. Seien Sie bei der Überprüfung kritisch und achten Sie auf jedes Detail.

Aufgabenstellung

Die Firma MeViTo GmbH produziert Produktverpackungen für diverse Großkunden. Auf Kundenwunsch soll das Volumen einer quaderförmigen Produktverpackung vergrößert werden, ohne dass mehr Material verbraucht wird.

Das Volumen einer Schachtel soll durch die Optimierung des Volumens so groß wie möglich werden. Dabei soll die Schachtel weiterhin aus einem Kartonbogen der Größe $25\text{ cm} \times 26\text{ cm}$ gestanzt werden können. Für die aktuelle Version der Verpackung haben sich folgende Werte: $x=3\text{ cm}$, $y=9\text{ cm}$, $z=18\text{ cm}$.

Um die Verpackung zu optimieren, wurde bereits eine Formel für das Volumen in Abhängigkeit von der Seitenlänge x aufgestellt:

$$V(x) = (24 - 2x) \cdot (24 - 2x) \cdot x$$

Dabei ist die Funktion auf dem Intervall $[0; 12]$ definiert. Für die verbleibenden Kantenlängen gilt $12 - x = y$ und $24 - 2x = z$.

Entwickeln Sie eine Empfehlung für die Optimierung der Verpackung. **Geben** Sie dabei **an**, um wie viel Prozent sich das Volumen der Verpackung im besten Fall vergrößern würde.

Arbeitsauftrag 1

Notieren Sie die notwendigen Schritte, um diese Aufgabe mithilfe der Differentialrechnung zu lösen. Dabei sollen die konkreten Berechnungen durchgeführt werden.

Tipp: Schauen Sie sich die Schritte zur Bestimmung von lokalen Extremstellen einer Funktion noch einmal an. Bei Bedarf können Sie das Erklärvideo <https://raabe.click/extrempunkte> zur Unterstützung verwenden.

Zusatzaufgabe

Sind schon schneller fertig? **Zeigen** Sie, wie man auf die Seitenlängen y und z sowie die Formel für das Volumen in Abhängigkeit von der Seitenlänge x gekommen ist. **Nehmen** Sie die Skizze zur Hilfe.

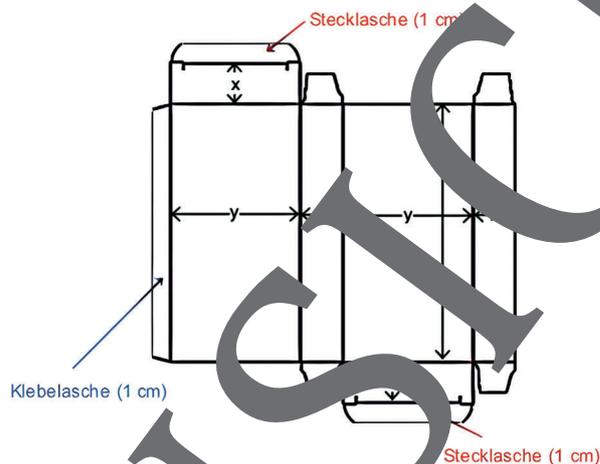
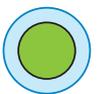


Bild erstellt mit DALL-E nach Verabschiedung des Autors





Arbeitsauftrag 2

Prüfen Sie die folgende KI-generierte Lösung auf Korrektheit und **markieren** Sie die fehlerhaften Stellen.

Die Firma MeViTo GmbH produziert Produktverpackungen für diverse Großkunden. Auf Kundenwunsch soll das Volumen der bisherigen Produktverpackung vergrößert werden, ohne dass mehr Material verbraucht wird.

Das Volumen der dargestellten Schachtel soll durch die Optimierung des Volumens so groß wie möglich werden.

Weitere Informationen ansehen

Um die Verpackung zu optimieren, müssen wir die Funktion $V(x)$ auf ihrem Definitionsintervall $[0;12]$ untersuchen. Dazu können wir die Ableitung der Funktion bestimmen und den Graphen der Funktion untersuchen.

Die Ableitung der Funktion $V(x)$ ist:

$$V'(x) = (12 - x)(2x - 12)$$

Die Ableitung ist an der Stelle $x = 6$ gleich null. Bei dieser Stelle ist die Funktion also stationär. Da die Ableitung an dieser Stelle nicht durch Null geteilt werden kann, handelt es sich um einen Wendepunkt.

Um die Lage des Wendepunkts zu bestimmen, können wir die zweite Ableitung der Funktion bestimmen.

$$V''(x) = (2x - 12)(-12)$$

Die zweite Ableitung ist für alle Werte von x im Definitionsintervall negativ. Das bedeutet, dass die Funktion $V(x)$ in diesem Intervall monoton fallend ist.

Daher ist das Volumen der Verpackung maximal, wenn $x = 0$. In diesem Fall hat die Verpackung die Seitenlängen $x = 6$, $y = 6$ und $z = 12$. Das Volumen dieser Verpackung beträgt dann:

$$V(6) = (12 - 6) \cdot (24 - 2 \cdot 6) \cdot 6 = 18 \cdot 12 \cdot 6 = 1008 \text{ cm}^3$$

Das Volumen der aktuellen Verpackung ist $V(9) = 9 \cdot 18 \cdot 6 = 486 \text{ cm}^3$. Das bedeutet, dass sich das Volumen im Idealfall um:

$$\frac{1008 - 486}{486} = 1.125$$

also um 112,5% vergrößert werden würde.

Prompt hier eingeben

Bard zeigt möglicherweise fehlerhafte Informationen an, z. B. zu Personen. Prüfe daher die Antworten noch einmal. [Datenschutz und Bard](#)



Arbeitsauftrag 3

Welche Korrekturen müssen vorgenommen werden, um eine korrekte Lösung zu erhalten? **Notieren** Sie stichpunktartig die notwendigen Überarbeitungen.



Arbeitsauftrag 4

Erstellen Sie eine korrekte Lösung für die Aufgabe. **Behalten** Sie dabei den Umfang und den Detailgrad der KI-generierten Lösung bei.



Suche

Arbeitsauftrag 5

Beurteilen Sie die Fähigkeit der textgenerierenden KI, anwendungsbezogene Mathematikaufgaben zu lösen. Wo liegen möglicherweise die Ursachen für die fehlerhaften Ergebnisse? **Informieren** Sie sich dazu zur Funktionsweise von textgenerierender KI.

(Stichwort: Large Language Models)

Kann eine KI Anwendungsaufgaben zur Stochastik korrekt lösen?

M 2

Die nachfolgende Aufgabenstellung wurde mithilfe einer textgenerierenden KI gelöst. Diese Lösung soll von Ihnen mit den Arbeitsaufträgen untersucht werden. Allerdings sind die von KI erstellten Lösungen nicht immer fehlerfrei. Seien Sie bei der Überprüfung kritisch und achten auf jedes Detail.

Aufgabenstellung

Das Versicherungsunternehmen TotalProtection Inc. bietet beim Kauf eines neuen Fahrrads eine Diebstahlversicherung an. Das Rad ist mit der Prämie für drei Jahre gegen Diebstahl versichert. Das Ereignis D: „Diebstahl“ tritt nach den offiziellen Statistiken der Polizei mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit p ein.

Falls D eintritt, erhält der Versicherungsnehmer folgende Erstattungen:

- den vollen Kaufpreis des Rades, wenn das Rad nicht älter als ein Jahr ist.
- den halben Kaufpreis des Rades, wenn das Rad zwei Jahre alt ist.
- 20 % des Kaufpreises des Rades, wenn das Rad drei Jahre alt ist.



Bild erstellt mit DALL-E nach Vorgaben des Autors.

Wenn D nicht eintritt, behält das Versicherungsunternehmen die Versicherungsprämie. Für jeden Versicherungsvertrag berechnet das Versicherungsunternehmen 20 € pauschal als Gewinnzuschlag, der zur Versicherungsprämie dazugerechnet wird. Die Versicherungsprämie muss einmal zu Beginn der Versicherung bezahlt werden. Während der Vertragslaufzeit werden keine weiteren Zahlungen fällig. Laut der neuesten Kriminalstatistik geht das Versicherungsunternehmen von einer Diebstahlswahrscheinlichkeit p von 0,335 % pro Jahr aus.

Ein Kunde möchte ein 2500 € teures E-Bike versichern. **Berechnen** Sie die Versicherungsprämie inklusive Gewinnzuschlag.

Arbeitsauftrag

Überlegen Sie zunächst, welche Konzepte aus der Stochastik bei der Lösung dieser Aufgabe hilfreich sein könnten. **Notieren** Sie Ihre Überlegungen stichpunktartig.



Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de