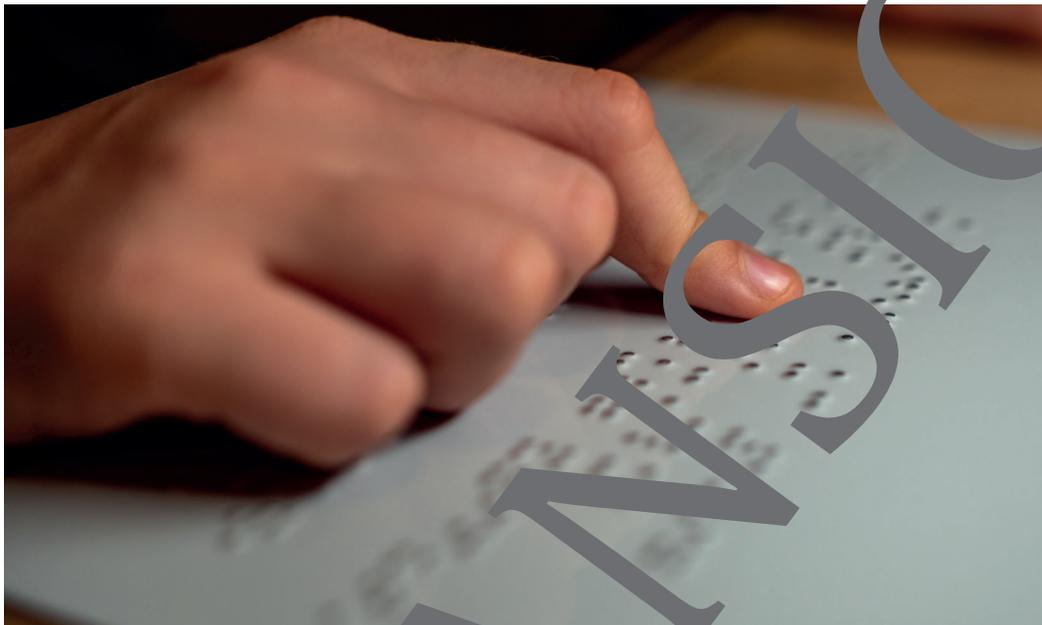


II.C.28

Stochastik

Wahrscheinlichkeit und Braille-Schrift – Zufallsexperimente der anderen Art

Günther Weber



© RAABE 2025

© D-Keine/Stock/Getty Images Plus

Zufallsexperimente in der Schule werden oft anhand von gleicher Beispiele wie dem Werfen von Spielwürfeln, dem Ziehen von Kugeln aus Urnen oder dem Drehen von Glücksrädern veranschaulicht. In dieser Unterrichtsreihe wird das Braille-Alphabet mit den Methoden der Stochastik untersucht. Untersuchungsmerkmale sind dabei die Anzahl der Punkte, mit denen die einzelnen Buchstaben dargestellt werden, bzw. die Ziffern, die mit den einzelnen Punkten verbunden sind. Nebenbei haben die Lernenden so eine Möglichkeit, etwas über das Leben sehbehinderter Menschen zu erfahren.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 7–13

Dauer: 4–5 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: mathematisch Probleme lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit mathematischen Objekten umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Inhalt: Einstufiges/mehrstufiges Zufallsexperiment, Baumdiagramm, Pfadregeln, Ziehen mit/ohne Zurücklegen, bedingte Wahrscheinlichkeit, Erwartungswert, Streuung, Binomialverteilung, hypergeometrische Verteilung, stochastische (Un-)Abhängigkeit, Sigma-Regeln, Normalverteilung

 LearningApps -
interaktive Lernbausteine

Auf einen Blick

Einstieg/Erarbeitung

M 1a	Informationen zur Braille-Schrift
M 1b	Das Braille-Alphabet in der Übersicht
M 2	Verständnisaufgaben zum Braille-Alphabet

Übung

M 3	Eigenschaften der Braille-Buchstaben
M 4	Wahrscheinlichkeiten mit den Punkten der Buchstaben
M 5	Wahrscheinlichkeiten mit den Ziffern der Buchstaben
M 6	Spiel mit den Braille-Buchstaben und Normalverteilung

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei/vier Stunden mit den folgenden Materialien und bearbeiten Aufgaben von **M 4** und **M 5** gruppenweise.

M 1a	Informationen zur Braille-Schrift
M 1b	Das Braille-Alphabet in der Übersicht
M 3	Eigenschaften der Braille-Buchstaben
M 4	Wahrscheinlichkeiten mit den Punkten der Buchstaben
M 5	Wahrscheinlichkeiten mit den Ziffern der Buchstaben

Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	einfaches Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau

Das Braille-Alphabet in der Übersicht

M 1b

© RAABE 2025

Buchstabengruppe 1: (zugleich auch der Code von Ziffern)

a (1)	b (2)	c (3)	d̄ (4)	e (5)	f (6)	g (7)	h (8)	i (9)	j (0)
⠁	⠃	⠉	⠋	⠑	⠕	⠗	⠈	⠓	⠗
⠠	⠡	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠

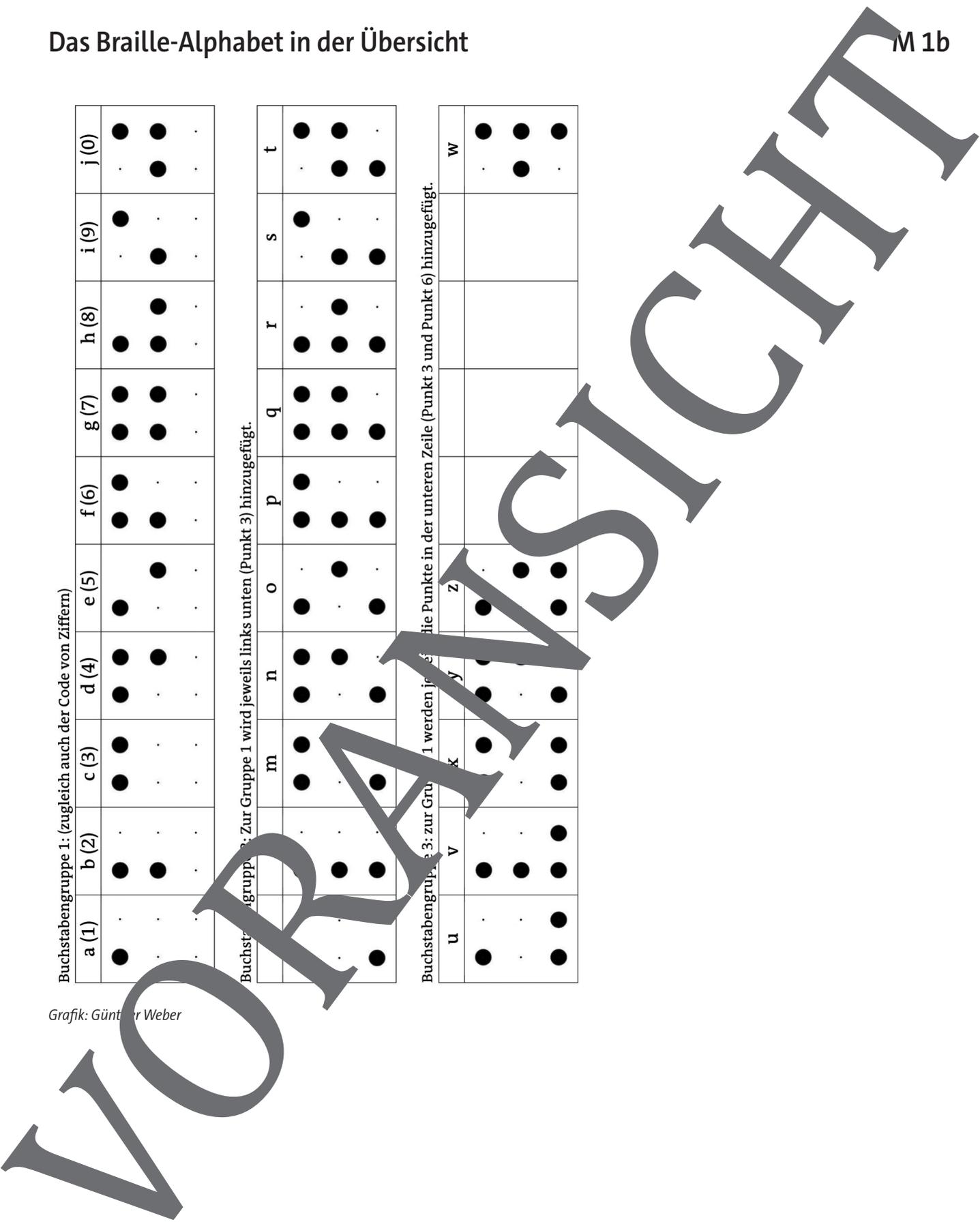
Buchstabengruppe 2: Zur Gruppe 1 wird jeweils links unten (Punkt 3) hinzugefügt.

m	n	o	p	q	r	s	t
⠍	⠎	⠏	⠕	⠗	⠈	⠓	⠗
⠠	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠

Buchstabengruppe 3: zur Gruppe 1 werden jeweils die Punkte in der unteren Zeile (Punkt 3 und Punkt 6) hinzugefügt.

u	v	w	x	y	z	w
⠥	⠦	⠧	⠨	⠩	⠪	⠫
⠠	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠	⠠

Grafik: Günter Weber



Eigenschaften der Braille-Buchstaben

M 3

Aufgabe

Tragen Sie die Ziffer an der entsprechenden Stelle ein, wenn die Punkteziffer beim Buchstaben vorhanden ist.

Berechnen Sie dann die Anzahl der Punkte, die Summe der Punktziffern und die Quersumme der Punktziffern.

Buchstaben	Ziffern der Punkte						Anzahl Punkte	Summe Punktziffern	Quersumme Punktziffern
	1	2	3	4	5	6			
a									
b									
c									
d									
e									
f									
g									
h									
i									
j									
k									
l									
m									
n									
o									
p									
q									
r									
s									
t									
u									
v									
w									
x									
y									
z									

M 4

Wahrscheinlichkeiten mit den Punkten der Buchstaben

Aufgabe 1

- a) **Bestimmen** Sie die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten, die das 6-punktige Raster bietet.
 b) **Bestimmen** Sie den Anteil der Buchstaben mit 2 (3, 4, 5) Punkten an der Anzahl aller Möglichkeiten, die man mit 2 (3, 4, 5) Punkten darstellen kann.

Bei den folgenden Aufgaben wird ein Buchstabe des Alphabets zufällig ausgewählt.

Aufgabe 2

Mittig zwischen den Punkten 1, 2, 3 und 4, 5, 6 verläuft eine Gerade m und mittig zwischen den Punkten 2 und 5 liegt ein Punkt M auf der Geraden m .

- a) **Geben** Sie zu folgenden Ereignissen die Ereignismenge in aufzählender Form an und **bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis.
 E1: Die Punkte liegen achsensymmetrisch zu m .
 E2: Die Punkte liegen punktsymmetrisch zu M .
 E3: Das Spiegelbild der Punkte der rechten Spalte bei Spiegelung an m ist in den Punkten der linken Spalte enthalten.
 E4: Die Anzahl der Punkte von linker und rechter Spalte unterscheiden sich um genau 2.
 b) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit für die Ereignisse
 E5: Der Buchstabe ist ein Vokal, wenn die Anzahl der Punkte gleich 2 ist.
 E6: Die Anzahl der Punkte ist kleiner oder gleich 2, wenn die Anzahl aller Punkte gerade ist.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Punkte bei den Buchstaben und **zeichnen** Sie das zugehörige Histogramm.

Aufgabe 4

Das Punkteraster der Buchstaben wird auf einzelne Karten gezeichnet und die Karten anschließend zu einem Stapel zusammengelagt.

Aus dem Stapel werden anschließend zufällig 3 Karten **ohne Zurücklegen** gezogen. **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

- E1: Es wird keine Karte mit genau 5 Punkten gezogen.
 E2: Es wird mindestens eine Karte mit mindestens 3 Punkten gezogen.
 E3: Es werden genau zwei Karten, die weniger als 4 Punkte haben, gezogen.
 E4: Es werden genau zwei Karten mit der gleichen Punktzahl gezogen.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie, wie viele Buchstaben man mit Zurücklegen zufällig auswählen muss, damit man mit wenigstens 99%iger Wahrscheinlichkeit wenigstens einmal einen Buchstaben mit höchstens zwei Punkten auswählt.

M 6

Spiel mit den Braille-Buchstaben und Normalverteilung

Aufgabe 1

- a) Mithilfe einer Punktschriftmaschine werden zufällig 4 Buchstaben geschrieben. Überprüfen Sie, ob mit mindestens 99,9%iger Sicherheit mindestens einmal ein Buchstabe geschrieben wurde, der nicht genau zwei Punkte hat.
- b) Es werden 1000 Buchstaben zufällig mit einer Punktschriftmaschine geschrieben. Bestimmen Sie mithilfe der Φ -Umgebung ein möglichst kleines Intervall, sodass die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Buchstaben mit wenigstens 4 Punkten wenigstens 95 % beträgt.

Aufgabe 2

Die Punkte der einzelnen Braille-Buchstaben sollen für ein Spiel genutzt werden. Zufällig wird ein Buchstabe ausgewählt.

Spiel 1: Der Einsatz beträgt 1 €. Enthält der Buchstabe genau einen Punkt, so werden 10 € ausbezahlt, bei zwei oder fünf Punkten wird ein 1 € ausbezahlt und bei drei oder vier Punkten 50 ct.

Spiel 2: Der Einsatz beträgt 2,5 €. Ist x die maximale Punktezahl des Buchstabens, so werden $(7 - x)$ € ausbezahlt; z. B. gibt es beim Buchstaben $\mathbf{⠠⠠⠠⠠$ mit der maximalen Punktezahl 4 eine Auszahlung von 3 €.

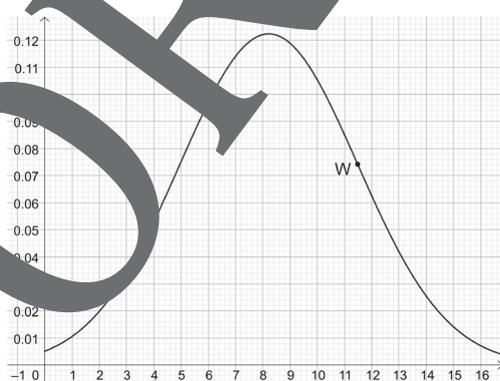
Bestimmen Sie, welche Spielvariante eine Person wählen sollte, wenn sie sich auf das Glücksspiel einlässt.

Aufgabe 3

Zur Überprüfung der Schreibfähigkeit mit der Punktschrift einer Gruppe sehbehinderter Menschen schreiben diese einen längeren Text (nur Buchstaben); die Fehlerhäufigkeit wird anschließend untersucht. Hier wird festgestellt, dass die Fehlerquote von der Anzahl der zu „stechenden“ Punkte des Buchstabens abhängt.

Anzahl Punkte	1	2	3	4	5
Fehlerquote	2,3 %	3,1 %	8,3 %	12,4 %	11,7 %

Berücksichtigt man das Vorkommen der Buchstaben in der deutschen Sprache¹ so erhält man folgende Normalverteilung für die Fehlerquote eines Textes in deutscher Sprache.



Grafik: Günther Weber

- a) Bestimmen Sie näherungsweise den Erwartungswert und die Streuung für die Fehlerquote.
- b) Bei einem Text in schwedischer Sprache liegt der Erwartungswert für die Fehlerquote bei 8,81 % und die Streuung bei 3,43 %. Skizzieren Sie die dazugehörige Normalverteilungskurve in die obige Abbildung.

¹ Vgl. <https://kryptografie.de/kryptografie/kryptoanalyse/haeufigkeitsverteilung.htm> (abgerufen am 10.04.25)

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

