

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Wahrscheinlichkeits- rechnung und Statistik



Oransich

Dem Zufall auf der Spur

Stationenzirkel zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Ausgabe 5/2018

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel
Satz: ESM Satz und Grafik GmbH, Berlin
Illustrationen: Chr. Grundmann, J. Lenzmann, L. Oser
Bildnachweis Titel: Colourbox
Korrektur: Johanna Stotz, Wyhl a.K
Druck: Drukarnia Dimograf Sp z o.o., ul. Legionów 83, 43-300 Bielsko-Biała, Polen

Gedruckt auf chlorfrei gebleichtem Papier

Dem Zufall auf der Spur – ein Stationenzirkel zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

1 Station 1: Glück oder Verstand? – Ein Würfelspiel

Ist dieses Spiel reine Glückssache? Oder kann man seinem Glück auf die Sprünge helfen, zum Beispiel durch eine clevere Strategie?

Ihr braucht

2 bis 4 Spieler

1 6er-Würfel

Tabellen 1 und 2 (Seite 2 bzw. 3)



Foto: Colourbox

- 1.1 Bevor ihr mit dem Spiel beginnt, sollte jeder für sich eine Strategie entwickeln. Lest die Spielanleitung. Überlegt dann, wie ihr möglichst viele Punkte bekommt. Die folgenden Tipps helfen euch dabei. Notiert eure Strategie im Heft.

Tipp – so entwickle ich eine Strategie

- Wie viele mögliche Ergebnisse gibt es, wenn man zweimal würfelt? Trage alle Möglichkeiten in Tabelle 1 ein. Einige Beispiele sind schon vorgegeben.
- Wie viele Ergebnisse davon enthalten zwei gleiche Zahlen? Markiere sie in Tabelle 1.
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleiche Zahlen hintereinander kommen? Vergleiche dazu die Anzahl der Ergebnisse, bei denen zwei gleiche Zahlen hintereinander kommen, mit der Anzahl aller Ergebnisse. Gib das Ergebnis als Bruch oder in Prozent an.

So geht's

1. Tragt eure Namen in Tabelle 2 ein.
2. Los geht's! Der jüngste Spieler beginnt Runde 1. Er würfelt einmal.
3. Die Person links vom Spieler trägt die gewürfelte Zahl in Tabelle 2 ein.

4. Nun entscheidet der Spieler, ob er noch einmal würfelt. Die gewürfelte Zahl wird wieder in die Tabelle eingetragen. Die gewürfelten Zahlen werden zusammengezählt und als Punkte notiert. Wenn der Spieler jedoch zweimal hintereinander die gleiche Zahl gewürfelt hat, erhält er 0 Punkte. Der nächste Spieler ist dann an der Reihe.
5. Jeder Spieler muss pro Runde mindestens einmal würfeln, danach kann er selbst entscheiden, ob er weiterwürfelt oder aufhört. Er darf jedoch pro Runde beliebig oft würfeln.
6. Es werden drei Runden gespielt. Sieger ist, wer am Ende die meisten Punkte hat.

Beispiel – Runde 1:

Lukas hat zweimal hintereinander eine 3 gewürfelt. Er erhält 0 Punkte. Hanna hat bereits nach dreimaligem Würfeln aufgehört und keine Zahl doppelt gewürfelt. Ihre Punkte werden addiert. Sie hat Runde 1 gewonnen.

Name	Gewürfelt	Punkte
Lukas	4; 1; 6; 3; 3	0
Hanna	1; 3; 4	8

Tabelle 1 – Ergebnisse beim zweimaligen Würfeln

Vervollständige die Tabelle. Klebe sie dann in dein Heft.

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2				

- 2 Lisa und Marta sind auf dem Jahrmarkt. Von Ferne hören sie eine Losverkäuferin: „Heute ist Ihr Glückstag! Jedes zweite Los gewinnt! Hauptgewinn: ein Smartphone!“ – „Toll“, denkt sich Lisa, „das probieren wir gleich mal aus.“

Die Losverkäuferin hält den Mädchen einen Lostopf mit 20 Losen hin. Ein Los kostet 1 Euro. Neben dem Smartphone gibt es fünf T-Shirts und vier Einkaufsgutscheine zu gewinnen.

- 2.1 Von der Losverkäuferin weiß Lisa, dass jedes zweite Los gewinnt. Lisa meint, dass sie mit Sicherheit gewinnt, wenn sie zwei Lose kauft. Hat Lisa recht? Diskutiert Lisas Behauptung in der Gruppe.

- 2.2 Stellt die Situation auf dem Jahrmarkt nach. Legt dazu alle 20 Lose zusammengefaltet in den Lostopf. Nun zieht einer von euch zwei Lose. Notiert das Ergebnis in der Tabelle.

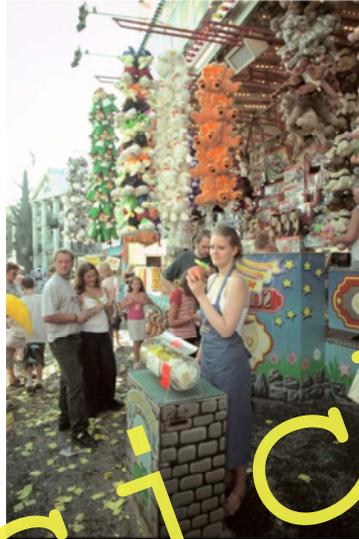
Jetzt ist der Nächste an der Reihe. Zieht insgesamt zehnmal zwei Lose. Nun könnt ihr anhand der Ergebnisse in eurer Tabelle Lisas Behauptung aus Aufgabe 1 überprüfen. Hatte Lisa recht?

Beispiel:

Ziehung	Name	Erstes Los	Zweites Los
1	Paul	Gewinn	Niete
2	Lena	Gewinn	Gewinn



Legt nach jeder Ziehung die Lose wieder zurück in den Lostopf. So sind bei jeder Ziehung 20 Lose im Topf. Mischt die Lose vor jeder Ziehung gut durch!

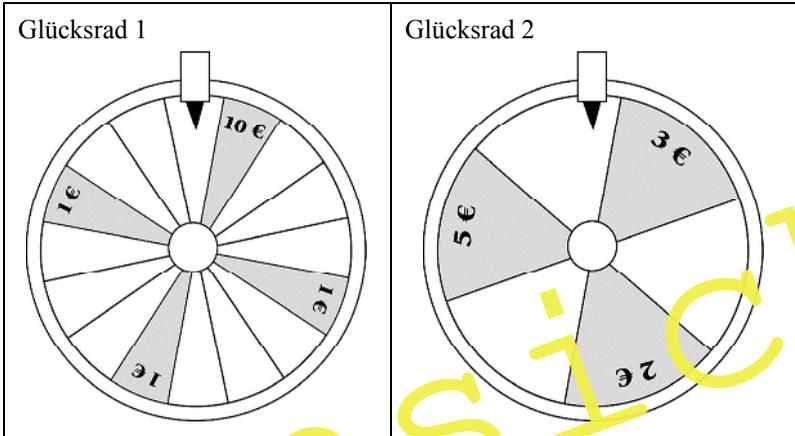


Am Losbude

Foto: picture-alliance - EPA Copyright

3 Wer dreht, gewinnt!? – Versuche am Glücksrad

Jens und Robert wollen auf dem Stadtfest ihr Glück am Glücksrad versuchen. In der Festhalle stehen zwei Glücksräder. Einmal Drehen kostet 50 Cent.



- 3.1 Betrachtet die Glücksräder genau. Bei welchem Glücksrad würdet ihr mitspielen? Diskutiert in der Gruppe. Begründet eure Entscheidung.
- 3.2 Überprüft eure Vermutung in einem Versuch: Teilt dazu eure Gruppe in zwei Teams auf. Jedes Team wählt ein Glücksrad. Jeweils einer aus dem Team dreht am Glücksrad. Der andere notiert das Ergebnis in der Tabelle. Dann wechselt ihr.

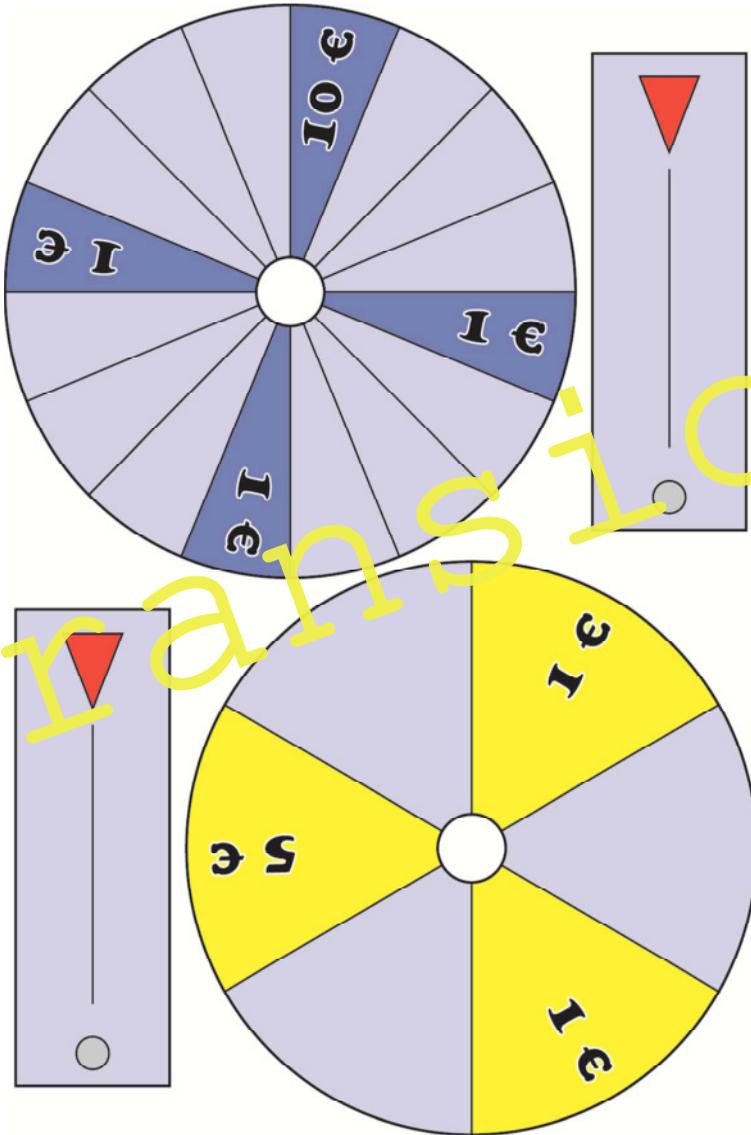
Jedes Team führt den Versuch zehnmal durch. Vergleicht eure Ergebnisse.

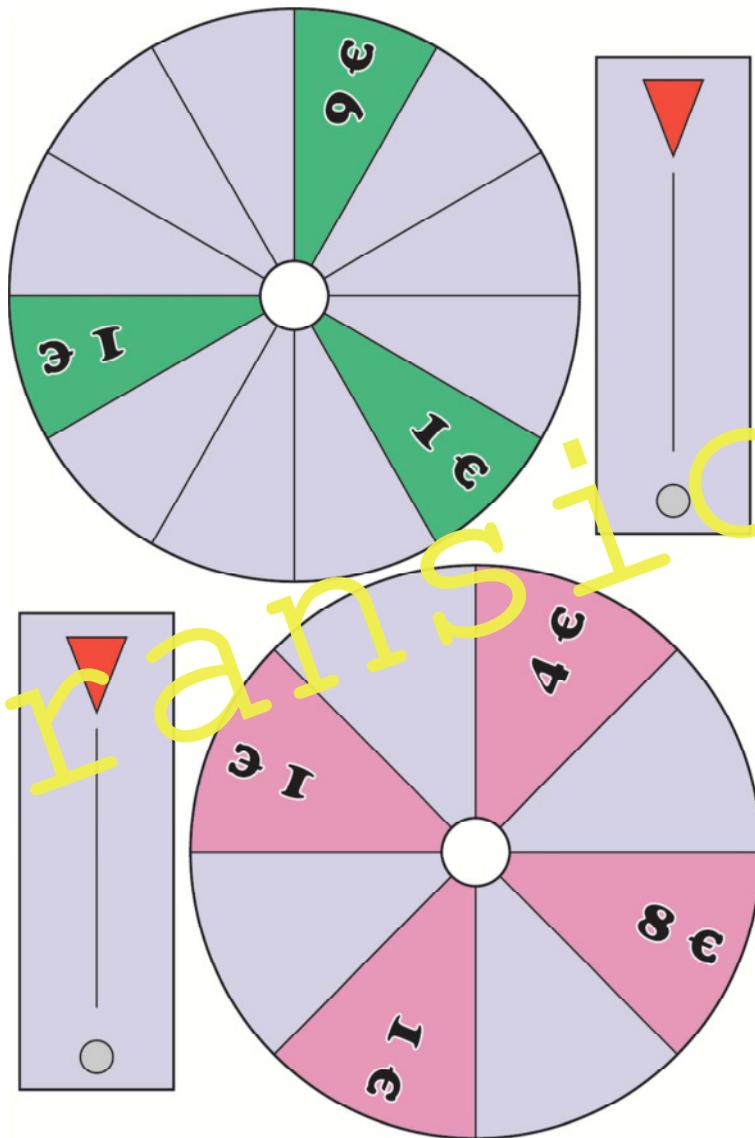
Beispiel – Team 1 mit Glücksrad 2:

Versuch	Ausgaben	Gewonnen
1	0,50 €	2 €
2	0,50 €	0 €

- 3.2.1 Bei welchem Glücksrad kann man laut eurem Versuch mehr gewinnen?
- 3.2.2 War eure Vermutung aus Aufgabe 1 richtig?
- 3.3 Man kann auch rechnerisch ermitteln, bei welchem Glücksrad die Gewinnwahrscheinlichkeit höher ist. Überprüft euer Versuchsergebnis rechnerisch im Heft. Gebt das Ergebnis als Bruch und in Prozent an.

Bastelvorlage für die Glücksräder (Station 3)





4 Gleiche Chance für alle? – Flaschendeckel fallen lassen

Zufallsversuche kann man mit ausgefallenen Gegenständen durchführen. Wie wäre es zum Beispiel mit Flaschendeckeln? Auch sie können Zufallsgeräte sein.

An der Station findet ihr zwei Flaschendeckel. Bei beiden Deckeln ist auf der Außenseite ein lachender Smiley und auf der Innenseite ein weinender Smiley zu sehen.

- 4.1 Wenn der Flaschendeckel vom Tisch herunterfällt, gibt es zwei mögliche Ergebnisse: Man sieht den lachenden oder den weinenden Smiley.

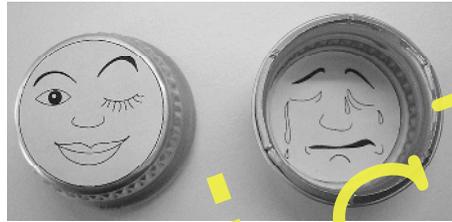


Foto: M. Nowak

Führt in eurer Gruppe eine Abstimmung durch, was wohl passieren wird. Kreuzt das Ergebnis eurer Abstimmung an.

Wer setzt sich durch? Der Lachende oder der Weinende?

- Da es zwei mögliche Ergebnisse gibt, ist die Wahrscheinlichkeit, einen lachenden Smiley zu sehen, 50 %.
- Der lachende Smiley wird öfter zu sehen sein.
- Der weinende Smiley wird öfter zu sehen sein.

- 4.2.1 Teilt eure Gruppe in zwei Teams auf. Führt folgenden Versuch durch:

Team A	Team B
<ul style="list-style-type: none"> • Legt den Flaschendeckel so an die Tischkante, dass der lachende Smiley zu sehen ist. • Schiebt nun den Flaschendeckel, bis er auf den Boden fällt. <p>Wiederholt diesen Vorgang zehnmal. Notiert die Ergebnisse in der Tabelle.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Legt den Flaschendeckel so an die Tischkante, dass der weinende Smiley zu sehen ist. • Schiebt nun den Flaschendeckel, bis er auf den Boden fällt. <p>Wiederholt diesen Vorgang zehnmal. Notiert die Ergebnisse in der Tabelle.</p>

- 4.2.2 Wenn beide Teams mit dem Versuch fertig sind, vergleicht eure Ergebnisse. Was fällt euch auf? War eure Vermutung aus Aufgabe 1 richtig?

- 6 Jetzt hast du viele Versuche gemacht und einiges über Wahrscheinlichkeiten erfahren. Hier kannst du testen, wie fit du bist.
- 6.1 Fülle den Lückentext mit den Wörtern aus dem Kasten. Zwei Wörter bleiben übrig.

sechs	Sicherheit	Ergebnis	Wahrscheinlichkeit	zwölf
-------	------------	----------	--------------------	-------

Bei Zufallsversuchen kann man nicht sicher voraussagen, was passieren wird. Es ist jedoch möglich, die _____, dass ein bestimmter Fall eintritt, zu berechnen. Den Ausgang eines Zufallsversuchs nennt man _____. Beim einmaligen Würfeln mit einem 6er-Würfel gibt es _____ verschiedene Ergebnisse.

- 6.2 Kreuze an, welche Aussage stimmt. Manchmal sind auch mehrere Antworten richtig. Die Buchstaben hinter den richtigen Antworten ergeben hintereinander gelesen ein Lösungswort. Trage das Lösungswort unten ein.

- 1 Versuche mit Glücksrad, Würfel oder Losen heißen
 Zufallsversuche G
 Glücksversuche V
 Wahrscheinlichkeitsversuche S
- 2 Gegenstände wie Würfel und Glücksrad, mit denen man Versuche durchführt, nennt man
 Wahrscheinlichkeitsobjekt I
 Glückssubjekt O
 Zufallsgerät E
- 3 In jedem Zufallsversuch sind alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich.
 Ja L
 Nein W
- 4 Beim Würfeln mit einem 6er-Würfel sind alle Ergebnisse (1 bis 6) gleich wahrscheinlich.
 Ja I
 Nein L
- 5 Wie kann man die Wahrscheinlichkeit rechnerisch angeben?
 als Bruch N
 als Prozentzahl N
 als griechischen Buchstaben E

Das Lösungswort ist: _____.

Kompetenzprofil

- Niveau: grundlegend
- Fachlicher Bezug: Stochastik
- Kommunikation: argumentieren, diskutieren, präsentieren, vergleichen
- Problemlösen: reproduzieren, Lösungsstrategie entwickeln, Lösungen berechnen
- Modellierung: Modell entwickeln
- Materialien: Würfel (St. 1), Lose (St. 2), Flaschendeckel (St. 4)
- Methode: Einzelarbeit, Gruppenarbeit
- Inhalt in Stichworten: Zufallsexperimente durchführen, ein Gefühl für Wahrscheinlichkeiten entwickeln, gängige Fehlinterpretationen aufdecken, erste Berechnungen durchführen

Autor: Matthias Nowak, Schorndorf



Zusätzliche Mediendateien finden Sie auf www.archiv.raabe.de/mathe-stochastik im digitalen Ordner zu diesem Beitrag.

Lösung

- 1 Wenn du zweimal würfelst, gibt es 36 verschiedene mögliche Ergebnisse (Zahlenpaare). Es kommen dabei sechsmal gleiche Zahlen vor. Diese sind hier grau markiert:

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Schlussfolgerungen

Wenn du zweimal würfelst, beträgt die Wahrscheinlichkeit, zwei gleiche Zahlen hintereinander zu bekommen, 6 zu 36. Dieses Ergebnis kannst du als Bruch schreiben. Dann kannst du kürzen: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

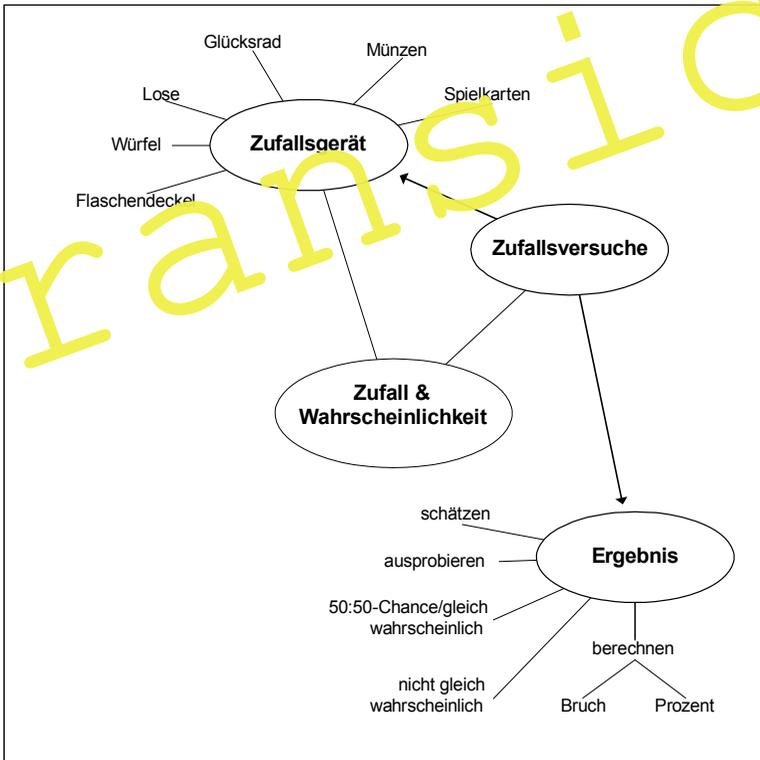
Den Bruch kannst du auch als Prozentzahl angeben: $\frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \approx 17\%$.

6 Bei Zufallsversuchen kann man nicht sicher voraussagen, was passieren wird. Es ist jedoch möglich, die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Fall eintritt, zu berechnen. Den Ausgang eines Zufallsversuchs nennt man Ergebnis. Beim einmaligen Würfeln mit einem 6er-Würfel gibt es sechs verschiedene Ergebnisse. Das Lösungswort ist: G E W I N N.

Hinweise:

Die Lernerfolgskontrolle bündelt die Erkenntnisse, die die Schüler während des Stationenlaufes gewonnen haben. Bevor Sie das Thema Wahrscheinlichkeit vertiefen, bietet sich eine Ergebnissicherung auch in visueller Form an, zum Beispiel als Tafelbild oder als Plakat, das die Lernenden im Laufe der Unterrichtseinheit nach und nach ergänzen.

Vorschlag für ein Tafelbild



Didaktisch-methodische Hinweise

Stehe ich in der richtigen Schlange? Ist das mein Nachbar dahinten? Das Thema Zufall und Wahrscheinlichkeit begegnet uns fast täglich. Beim Einkauf im Supermarkt, wenn man sich wieder einmal fragt, ob man in der richtigen Schlange steht. Oder beim Sonnenbaden im Urlaub, wenn man am Strand zufällig den Nachbarn trifft. Beide Fälle sind sehr unwahrscheinlich. Oder nicht?

Das Thema Wahrscheinlichkeit ist oft schwer zu greifen. Ergebnisse erscheinen uns häufig kurios und paradox. Trotzdem oder gerade deshalb ist die Wahrscheinlichkeit so faszinierend. Grund genug, die Schüler einen Blick hinter die Kulissen werfen zu lassen und in die Welt des Zufalls einzuführen.

Ein Gefühl für Wahrscheinlichkeiten entwickeln

Wenn wir Wahrscheinlichkeiten schätzen, folgen wir häufig zunächst unserer Intuition. Schülern geht es da nicht anders. Daraus können Fehleinschätzungen entstehen, die der Wahrscheinlichkeitsrechnung widersprechen. Eine häufige falsche Annahme ist zum Beispiel, dass in einem Versuch mit zwei möglichen Ergebnissen bereits nach der zweimaligen Durchführung beide Ergebnisse eintreten. Denken Sie nur an den marktschreierischen Satz: *Jedes zweite Los gewinnt!* Leider hat man hier beim Kauf von zwei Losen eben nicht mit Sicherheit gewonnen.

In diesem Stationenlauf führen die Schüler eigene Zufallsversuche durch. Sie versuchen ihr Glück in einem Würfelspiel, beim Drehen am Glücksrad und beim Loseziehen. Dabei nähern sie sich selbstständig dem Begriff der Wahrscheinlichkeit. Hierbei geht es zunächst vor allem ums Ausprobieren und Vermuten. Fehleinschätzungen und gängige Annahmen werden korrigiert.

Um ihre Vermutungen und Versuchsergebnisse zu überprüfen, führen die Lernenden erste Berechnungen durch. Zudem lernen sie einige grundlegende Fachbegriffe der Stochastik kennen.

Vorbereitung – Stationenkarten und Zufallsgeräte

Der Lernzirkel umfasst vier Stationen. Diese sind jeweils für Vierergruppen angelegt. Wenn eine Gruppe aufgrund einer ungeraden Schülerzahl nur aus drei Mitgliedern besteht, führen alle Mitglieder der Gruppe an den Stationen 3 und 4 die Versuche gemeinsam durch.

Bauen Sie je nach Klassenstärke jede Station doppelt oder mehrfach auf.