

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II



Die Fußballweltmeisterschaft
Ein Laplace-Experiment

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-20
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Schirin Orth
Satz: Röscher MEDIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe
Illustrationen: Wolfgang Zettlmeier
Bildnachweis Titel: kevinjeon00/Getty Images Plus/E+
Lektorat: Doreen Hempel

Die Fußballweltmeisterschaft – ein Laplace-Experiment

Jahr	Weltmeister	besiegte im Finale	mit
1930	Uruguay	Argentinien	4 : 2
1934	Italien	Tschechien	2 : 1 n. V.
1938	Italien	Ungarn	4 : 2
1950	Uruguay	Brasilien	2 : 1
1954	Deutschland	Ungarn	3 : 2
1958	Brasilien	Schweden	5 : 2
1962	Brasilien	Tschechoslowakei	3 : 1
1966	England	Deutschland	4 : 2 n. V.
1970	Brasilien	Italien	4 : 1
1974	Deutschland	Niederlande	2 : 1
1978	Argentinien	Niederlande	3 : 1 n. V.
1982	Italien	Deutschland	3 : 1
1986	Argentinien	Deutschland	3 : 2
1990	Deutschland	Argentinien	1 : 0
1994	Brasilien	Italien	3 : 2 n. E.
1998	Frankreich	Brasilien	3 : 0
2002	Brasilien	Deutschland	2 : 0
2006	Italien	Frankreich	5 : 3 n. E.
2010	Spanien	Niederlande	1 : 0 n. V.
2014	Deutschland	Argentinien	1 : 0 n. V.
2018	Frankreich	Kroatien	4 : 2

Das **Jahr**, die **Endspielpaarung** mit Angabe des Gewinners und das **Spielergebnis** bilden die Grundlage für ein Zufallsexperiment, bei dem die Fußballweltmeisterschaften nach diesen Merkmalen unterschieden werden.



Foto: G. Weber

Zerschneidet man die oben angegebene Liste zeilenweise, so dass das Jahr, die Endspielpaarung mit Angabe des Gewinners und das Spielergebnis auf jedem Zettel stehen, so können die Zettel in Kugeln gelegt werden und die Auswahl einer Fußballweltmeisterschaft kann als **Laplace-Zufallsexperiment** aufgefasst werden. Mithilfe der Angaben auf den einzelnen Zetteln können dann Ereignisse definiert und die Wahrscheinlichkeit hierfür berechnet werden.

- 1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Weltmeisterschaft
 - 1.1 das Endspiel in der regulären Spielzeit endete;
 - 1.2 der Weltmeister aus Europa oder Südamerika kam;
 - 1.3 der Weltmeister Brasilien oder Deutschland war;
 - 1.4 beide Teams des Endspiels von dem gleichen Kontinent kamen;
 - 1.5 ein Finalteilnehmer nur einmal bei einer Weltmeisterschaft im Finale stand;
 - 1.6 der Weltmeister aus Europa kam und das Finale nicht in der regulären Spielzeit endete;
 - 1.7 ein Finalteilnehmer auch im Endspiel der vorherigen Weltmeisterschaft teilnahm;
 - 1.8 im Endspiel insgesamt höchstens 2 Tore in der regulären Spielzeit erzielt wurden;
 - 1.9 im Endspiel in der regulären Spielzeit mehr als 4 Tore geschossen wurden.
- Tipp:** Recherchieren Sie im Internet!

- 2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
 - 2.1 Deutschland im Finale stand, wenn bekannt ist, dass der Weltmeister aus Europa kam;
 - 2.2 bei einer Weltmeisterschaft vor dem 2. Weltkrieg Italien Weltmeister wurde;
 - 2.3 bei einer Weltmeisterschaft im 21. Jahrhundert ein europäischer Staat Weltmeister wurde;
 - 2.4 bei einem verlängerten Finalspiel der Weltmeister durch Elfmeterschießen ermittelt wurde.
- 3 Es werden 3 Kugeln mit einem Griff ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
 - 3.1 Deutschland genau 2-mal im Finale spielte;
 - 3.2 mindestens 2-mal eine Mannschaft aus Südamerika Weltmeister wurde.

Für die folgenden Aufgaben wird eine Kugel gezogen, das benötigte Ergebnis notiert, der Zettel wieder in die Kugel gelegt, gemischt und erneut eine Kugel gezogen.

- 4 Berechnen Sie die Mindestanzahl der Ziehungen einer Kugel, die notwendig ist, damit man mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit eine Kugel zieht, die eine Weltmeisterschaft mit dem Weltmeister Brasilien enthält.
- 5 Es wird jetzt 10-mal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
 - 5.1 genau 3 Kugeln eine Weltmeisterschaft mit einem Weltmeister aus Südamerika enthalten;
 - 5.2 mindestens 4 Kugeln eine Weltmeisterschaft mit einem Weltmeister aus Europa enthalten;
 - 5.3 mehr als 7 Kugeln eine Weltmeisterschaft mit einem Weltmeister aus Südamerika enthalten;
 - 5.4 mindestens 2 Kugeln und weniger als 6 Kugeln eine Weltmeisterschaft mit einem Weltmeister aus Europa enthalten.

Kompetenzprofil

- Niveau: grundlegend / weiterführend
- Fachlicher Bezug: Sport, Geographie
- Kommunikation: Vermutungen äußern
- Problemlösen: Beweis führen, vernetztes Denken
- Modellierung: Modell entwickeln
- Medien: GTR / CAS
- Methode: Einzelarbeit, Gruppenarbeit
- Inhalt in Stichworten: Zufallsexperiment, Wahrscheinlichkeit von (zusammengesetzten) Ereignissen, bedingte Wahrscheinlichkeit, Ziehen mit/ohne Zurücklegen, Baumdiagramm, 3 x mindestens Aufgabe, Binomialverteilung, Testen von Hypothesen

Autor: Günther Weber, Brilon

Anmerkungen:

Bei der Lösung von Aufgabe 1.5 wurde Tschechien (1934) und die Tschechoslowakei als ein Land angesehen.

Die Aufgaben 1.8 und 1.9 können als Differenzierungsaufgabe nach Schnelligkeit angesehen werden, da hier evtl. eine **Internetrecherche** notwendig ist. Bei Spielen, die in die Verlängerung gingen bzw. erst durch Elfmeterschießen entschieden wurden, muss der Spielstand am Ende der regulären Spielzeit ermittelt werden.

Eine mögliche Internetsuche mit den notwendigen Informationen ist z. B.

<https://www.fussballdaten.de/wm/>

(abgelesen am 11.10.2018)

Lösung

- 1 Da die Wahrscheinlichkeit, eine Kugel mit dem Zettel einer Weltmeisterschaft zu ziehen, für alle Kugeln gleich ist, handelt es sich um ein Laplace-Zufallsexperiment. Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E berechnet sich nach der Formel:

$$P(E) = \frac{\text{Mächtigkeit der Ereignismenge}}{\text{Mächtigkeit der Ergebnismenge}}$$

bzw.

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Möglichkeiten}}{\text{Anzahl aller Möglichkeiten}}$$

Die Anzahl aller Möglichkeiten ist gleich der Anzahl der Fußballweltmeisterschaften, für die je eine Kugel vorhanden ist, also 21. Bestimmt werden muss somit für die einzelnen Ereignisse noch die Anzahl der günstigen Möglichkeiten.

- 1.1 Ein Endspiel endete in der regulären Spielzeit, wenn es keine Verlängerung und kein Elfmeterschießen gab. Dies kam bei 14 Fußballweltmeisterschaften vor.

$$P(\text{Endspiel endete in der regulären Spielzeit}) = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

- 1.2 Alle Mannschaften, die bisher eine Weltmeisterschaft gewonnen haben, kamen aus Südamerika oder Europa. Es handelt sich somit um ein sicheres Ereignis. $P(\text{Weltmeister aus Europa oder Südamerika}) = \frac{21}{21} = 1$

- 1.3 Brasilien war in den Jahren 1958, 1962, 1970, 1994 und 2002 Weltmeister, insgesamt 5-mal. Deutschland in den Jahren 1954, 1974, 1990 und 2014, insgesamt 4-mal. $P(\text{Weltmeister Brasilien oder Deutschland}) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$

- 1.4 Beide Finalteilnehmer kamen in den Jahren 1930 und 1950 aus Südamerika und in den Jahren 1934, 1938, 1954, 1966, 1974, 1982, 2006, 2010 und 2018 aus Europa. $P(\text{Finalisten vom gleichen Kontinent}) = \frac{11}{21}$

- 1.5 Schweden im Jahr 1958, England im Jahr 1966 und Kroatien im Jahr 2018 nahmen nur einmal am Finale einer Weltmeisterschaft teil.

$$P(\text{nur einmal im Finale}) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

- 1.6 In den Jahren 1934, 1966, 2006, 2010 und 2014 kam der Weltmeister aus Europa und das Spiel war in der regulären Spielzeit nicht beendet. $P(\text{Weltmeister aus Europa und Verlängerung}) = \frac{5}{21}$