

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II



Stornierungen und Reisen

Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit und Vierfeldertafeln

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik I/II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Schirin Orth
Satz: Röser Medien AG & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe
Bildnachweis Titel: mikkelwilliam/Getty Images Plus/E+
Lektorat: Doreen Hempel

Stornierungen und Reisen

- 1 In einem Reisebüro ist bekannt, dass 15 % aller Buchungen storniert werden.
 - 1.1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich unter den nächsten 10 Buchungen
 - 1.1.1 genau acht,
 - 1.1.2 mehr als sechs,
 - 1.1.3 höchstens vier,die storniert werden?
 - 1.2 Ein Angestellter überprüft rein zufällig die Buchungen des Vormonats. Wie viele Buchungen muss er mindestens überprüfen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % mindestens eine zu finden, die storniert wurde?
 - 1.3 Wegen des Stornierungsverhaltens der Urlaubsbucher hat das Reisebüro für eine Flugreise, bei einer Kapazität des Flugzeuges von 180 Personen, 200 Tickets verkauft. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
 - 1.3.1 muss man mit einer Überbuchung rechnen;
 - 1.3.2 sind noch Plätze in der Maschine frei?
 - 1.4 Angestellter Besswein hat den Verdacht, dass der Anteil der Stornierungen auf 20 % angestiegen ist. Seine Behauptung überprüft er an den nächsten 100 Buchungen.
 - 1.4.1 Wie muss die Entscheidungsregel lauten, wenn man den Anstieg mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5 % zurückweisen will?
 - 1.4.2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft man mit der Entscheidungsregel 1.4.1 eine falsche Entscheidung, wenn der Anteil nicht angestiegen ist?

Kompetenzprofil

- Niveau: vertiefen
- Fachlicher Bezug: Stochastik
- Kommunikation: begründen
- Problemlösen: Lösungsstrategie entwickeln, Lösungen berechnen
- Modellierung: –
- Medien: –
- Methode: Einzelarbeit, Partnerarbeit
- Inhalt in Stichworten: Ereigniswahrscheinlichkeiten, bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit, Bernoulli-Kette und Binomialverteilung, einseitiger Signifikanztest, Vierfeldertafel

Autor: Alfred Müller, Coburg

Lösung

1.1 Die Zufallsgröße Z gebe die Anzahl der Stornierungen an. Z ist binomialverteilt mit $n = 50$ und $p = 0,15$. Gesucht sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten, die mit dem Tabellenwerk bestimmt werden.

1.1.1 $B_{0,15}^{50}(Z = 8) = 0,14935 = 14,94 \%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 14,94 % treten genau acht Stornierungen auf.

1.1.2 $B_{0,15}^{50}(Z > 6) = 1 - B_{0,15}^{50}(Z \leq 6) = 1 - 0,36130 = 0,6387 = 63,87 \%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 63,87 % treten mehr als sechs Stornierungen auf.

1.1.3 $B_{0,15}^{50}(Z \leq 4) = 0,11211 = 11,21 \%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 11,21 % treten höchstens vier Stornierungen auf.

1.2 Es ist die Anzahl n der Stornierungen gesucht. Es soll gelten:

$$B_{0,15}^n(Z = 1) > 0,99$$

$$1 - B_{0,15}^n(Z = 0) > 0,99$$

$$B_{0,15}^n(Z = 0) < 0,01$$

$$0,85^n < 0,01$$

$$n \cdot \ln 0,85 < \ln 0,01 \quad | : \ln 0,85 \quad (\ln 0,85 < 0)$$

$$n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,85} = 28,3 \Rightarrow n \geq 29$$

Der Angestellte muss mindestens 29 Buchungen überprüfen.

- 1.3 Es liegt eine Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = 0,15$ vor.
Die gesuchten Wahrscheinlichkeiten werden mithilfe der kumulativen Tabelle der Binomialverteilung bestimmt.
- 1.3.1 Eine Überbuchung liegt vor, wenn mehr als 20 Personen die Reise wahrnehmen, d. h., weniger als 20 stornieren.
 $B_{0,15}^{200}(Z < 20) = B_{0,15}^{200}(Z \leq 19) = 0,01488 = 1,488\%$
 Mit einer Wahrscheinlichkeit von 1,49 % muss man mit einer Überbuchung rechnen.
- 1.3.2 Plätze bleiben frei, wenn mehr als 200 Rauber stornieren.
 $B_{0,15}^{200}(Z > 20) = 1 - B_{0,15}^{200}(Z \leq 20) = 1 - 0,02547 = 0,97453 = 97,45\%$
 Mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,45 % sind noch Plätze in der Maschine frei.
- 1.4 Getestet wird die Nullhypothese $H_0 : p_0 \geq 0,2$, die abgelehnt wird, wenn zu „wenige“ Stornierungen auftreten, d. h., im Bereich $\bar{A} = \{0, \dots, k\}$. Die Zufallsgröße Z gibt wieder die Anzahl der Stornierungen an.
- 1.4.1 Es liegt eine Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0,2$ vor.
Es soll gelten $B_{0,2}^{100}(Z \leq k) \leq 0,05$
Aus der kumulativen Tabelle liest man ab: $k = 13 \Rightarrow \bar{A} = \{0, \dots, 13\}$.
Ein Antrag wird zurückgewiesen, wenn höchstens 13 Stornierungen beobachtet werden.
- 1.4.2 Man lehnt die Nullhypothese $H_0 : p_0 \geq 0,2$ an, wenn sich ein Ergebnis aus dem Bereich $A = \{14, \dots, 100\}$ einstellt. Falls weiterhin $p = 0,15$ gilt, ist dies eine Fehlentscheidung, die mit der folgenden Wahrscheinlichkeit auftritt:
 $B_{0,15}^{100}(Z \geq 14) = 1 - B_{0,15}^{100}(Z \leq 13) = 1 - 0,34743 = 0,65257 = 65,26\%$
 Diese Fehlentscheidung hat eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit.