

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II



Bedingte Wahrscheinlichkeit

Aufgaben-Mix II

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik I/II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-20
schule@raabe.de
www.raabe.de

Illustrationen
Redaktion: Schirin Orth
Satz: Röser Medien AG & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe
Illustrationen: Schirin Orth
Bildnachweis Titel: Oakozhan/iStock/Getty Images Plus/Ukraine
Lektorat: Dr. J.-Math. Dr. rer. Nat. Yvonne Raden

Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgaben-Mix II

1. Prüfungen

- 1.1 Vor der Einschulung in die 1. Klasse, müssen sich die betreffenden Kinder einem Eignungstest unterziehen. Am Ende der 1. Klasse stellt man fest, dass 55 % der Schüler den Übertritt in eine weiterführende Schule nicht geschafft haben. 90 % dieser Schüler hatten bereits ein unterdurchschnittliches Testergebnis beim Eignungstest. Dies war auch bei 5 % der Schüler der Fall, die den Übertritt schafften. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein beliebig am Ende der 1. Klasse ausgewählter Schüler den Übertritt an eine weiterführende Schule nicht schafft, wenn er ein unterdurchschnittliches Testergebnis hatte. Verwenden Sie dazu ein Baumdiagramm, überführen Sie dieses in eine Vierfeldertafel und diese weiter in ein zweites Baumdiagramm.
- 1.2 Zu einer Frage werden vier verschiedene Antworten angegeben, von denen genau eine richtig ist. 40 % der Prüflinge sind gut vorbereitet und geben deshalb stets die richtige Antwort an. Der Rest kreuzt eine Antwort auf gut Glück an. In 10 % der Fälle ist die Antwort richtig angekreuzt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit war er auch gut vorbereitet?
- 1.3 Bei der Führerscheinprüfung sind 20 % der Prüflinge Wiederholer. 10 % der Wiederholer und 5 % der anderen Prüflinge treten von der Prüfung zurück.
- 1.3.1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Prüfling Wiederholer und tritt von der Prüfung zurück?
- 1.3.2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Prüfling Wiederholer, wenn er an der Prüfung teilgenommen hat?

2. Zwei Würfel

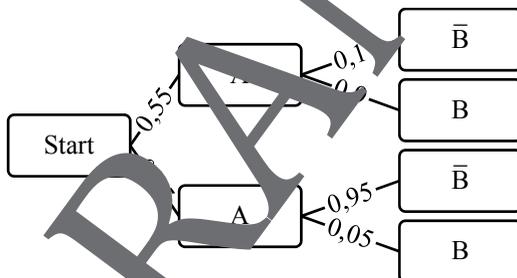
- Zwei identische Würfel, ein roter und ein weißer, werden nacheinander geworfen und ihre Augenzahlen notiert.
- 2.1 Der rote Würfel wird geworfen und zeigt die Augenzahl 4. Dann wird der weiße Würfel geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme größer als 7 ist?
- 2.2 Die Augenzahlen der beiden Würfel sind verschieden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme ungerade ist?

Kompetenzprofil

- Niveau: vertiefend
- Fachlicher Bezug: Stochastik
- Kommunikation: begründen und argumentieren
- Problemlösen: Lösungen erarbeiten
- Modellierung: –
- Medien: –
- Methode: Partnerarbeit, Gruppenarbeit, Hausaufgabe
- Inhalt in Stichworten: Baumdiagramme, Ereigniswahrscheinlichkeiten, Pfadregeln, Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit, Regel von Bayes

Autor: Alfred Müller**Lösung****1. Prüfungen**

- 1.1 Mit den Ereignissen A: „Übertritt erreicht“ und B: „Unterdurchschnittliches Testergebnis“ sowie den angegebenen Wahrscheinlichkeiten erhält man das folgende Baumdiagramm:



Daraus ergibt sich die folgende Vierfeldertafel:

	B	\bar{B}	
A	0,0225	0,4275	0,45
\bar{A}	0,4950	0,0550	0,55
	0,5175	0,4825	1

Daraus ergibt sich das „inverse“ Baumdiagramm zur Anwendung der Bayes-Regel:

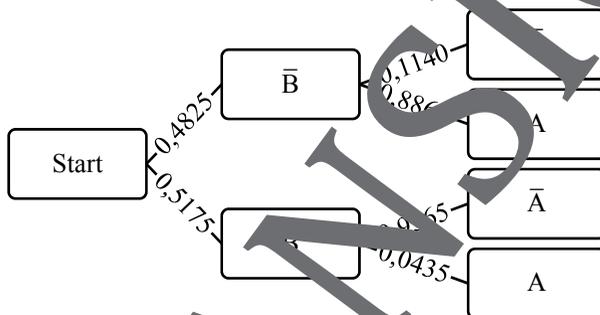


Abb. 2

Die gesuchte bedingte Wahrscheinlichkeit kann man direkt berechnen

$$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,0550}{0,4825} \approx 11,40 \%$$

oder direkt aus dem Baumdiagramm ablesen:

$$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = 0,1140 = 11,40 \%$$

- 1.2 Mit den Ereignissen G: „Gut vorbereitet“ und R: „Richtig angekreuzt“ sowie den angegebenen Wahrscheinlichkeiten erhält man das folgende Baumdiagramm:

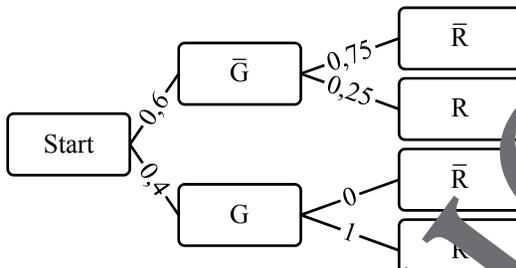
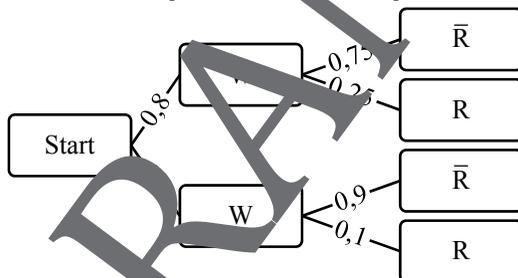


Abb. 3

Gesucht ist die bedingte Wahrscheinlichkeit

$$P_R(G) = \frac{P_{\bar{G}}(R) \cdot P(\bar{G})}{P(R)} = \frac{0,25 \cdot 0,6}{0,4 \cdot 1 + 0,25 \cdot 0,6} \approx 72,73 \%$$

- 1.3 Mit den Ereignissen W: „Wiederholer“ und R: „Rücktritt von der Prüfung“ erhält man das folgende Baumdiagramm:



Gesucht sind:

1.3.1 $P(W \cap R) = P(W) \cdot P(R) = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02 = 2 \%$

1.3.2 $P_{\bar{R}}(W) = \frac{P_W(\bar{R}) \cdot P(W)}{P(\bar{R})} = \frac{0,9 \cdot 0,2}{0,2 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,75} \approx 23,08 \%$

2. **Zwei Würfel**