

# UNTERRICHTS MATERIALIEN

## Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II



**Baumschäden**

Bernoulli-Kette und Binomialverteilung

## Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH  
Ein Unternehmen der Klett Gruppe  
Rotebühlstraße 77  
70178 Stuttgart  
Telefon +49 711 62900-0  
Fax +49 711 62900-20  
schule@raabe.de  
www.raabe.de

Redaktion: Schirin Orth  
Satz: Rösner MEDIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe  
Illustrationen: Schirin Orth  
Bildnachweis Titel: colourbox.de  
Lektorat: Christin Wollert

## Baumschäden

In einer Schrebergartenanlage hat man festgestellt, dass durch Umweltschäden ein Baum mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 % geschädigt ist.

1. Um diese dem Umweltreferenten der Stadt zu zeigen, was der Baumschutzbeauftragte Seider drei Bäume rein zufällig aus. Mit welchen Wahrscheinlichkeiten treten die folgenden Ereignisse ein?
  - A: „Keiner der Bäume ist geschädigt“,
  - B: „Höchstens zwei Bäume sind geschädigt“,
  - C: „Mindestens zwei Bäume sind geschädigt“,
  - D: „Genau zwei Bäume sind geschädigt“,
  - E: „Die Bäume sind entweder geschädigt oder nicht geschädigt“.
- 2.1 Wie viele Bäume muss man mindestens überprüfen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % wenigstens einen Geschädigten zu erhalten?
- 2.2 Wie viele Bäume darf man höchstens überprüfen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 25 % keinen Geschädigten zu erhalten?
3. Die gesamte Anlage umfasst 200 Bäume.
  - 3.1 Wie viele geschädigte Bäume erwartet man und wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür?
  - 3.2 In Wirklichkeit findet man weniger als 70 geschädigte Bäume. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt dieses Ereignis ein?
4. Im Garten von Herrn Jenser gibt es neun Bäume, davon sind vier geschädigt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man bei zufälliger Auswahl von fünf Bäumen
  - 4.1 fünf nicht geschädigte,
  - 4.2 vier geschädigten,
  - 4.3 höchstens einen geschädigten,
  - 4.4 genau zwei geschädigte Bäume?

**Kompetenzprofil**

- Niveau: grundlegend
- Fachlicher Bezug: Stochastik
- Kommunikation: argumentieren, begründen
- Problemlösen: Lösungen berechnen
- Modellierung: –
- Medien: –
- Methode: Einzelarbeit, Hausaufgabe
- Inhalt in Stichworten: Ereigniswahrscheinlichkeiten zum Ziel hin mit und ohne Zurücklegen, Bernoulli-Kette und Binomialverteilung, einseitiger Signifikanztest

**Autor:** Alfred Müller

**Lösung**

1. Mit der Bezeichnung für g: „geschädigt“ ( $\bar{g}$ : „nicht geschädigt“) erhält man das folgende Baumdiagramm, mit dessen Hilfe die folgenden Wahrscheinlichkeiten berechnet werden können:

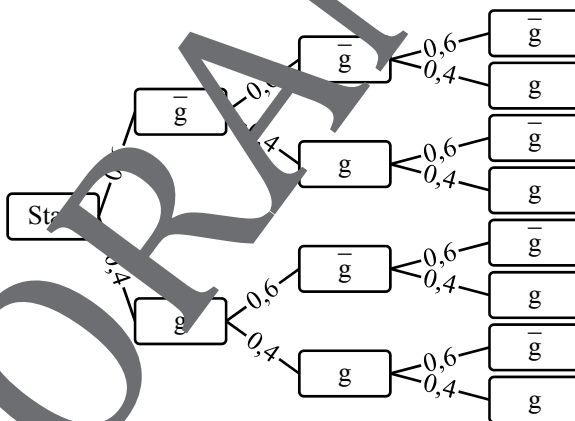


Abb. 1

$$P(A) = P(\{\bar{g}\bar{g}\bar{g}\}) = 0,6^3 = 0,216 = 21,6\%$$

$$P(B) = 1 - P(\{\text{ggg}\}) = 1 - 0,4^3 = 0,936 = 93,6\%$$

$$P(C) = P(\{\text{ggg}\}) + 3 \cdot P(\{\text{gg}\bar{g}\}) = 0,4^3 + 3 \cdot 0,4^2 \cdot 0,6 = 0,352 = 35,2\%$$

$$P(D) = 3 \cdot P(\{\text{gg}\bar{g}\}) = 3 \cdot 0,4^2 \cdot 0,6 = 0,288 = 28,8\%$$

- 2.1 Es gilt stets:  $P(\text{mindestens ein ...}) = 1 - P(\text{kein ...})$

$$1 - 0,6^n > 0,99$$

$$0,6^n < 0,01$$

$$n \cdot \ln 0,6 < \ln 0,01 \quad | : \ln 0,6 < 0 (!)$$

$$n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,6} = 9,01 \Rightarrow n \geq 10$$

Man muss mindestens zehn Bäume überprüfen.

- 2.2 Unter den  $n$  Bäumen darf kein Geschädigter sein, d. h. es gilt:

$$0,6^n > 0,25$$

$$n \cdot \ln 0,6 > \ln 0,25 \quad | : \ln 0,6 < 0 (!)$$

$$n < \frac{\ln 0,25}{\ln 0,6} = 2,71 \Rightarrow n \leq 2$$

Man darf höchstens zwei Bäume überprüfen.

- 3.1 Man erwartet  $20 \cdot 0,4 = 8$  geschädigte Bäume. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist:

$$B_{0,4}^{200}(Z = 80) = 0,04400 = 4,40\% \quad (\text{kumulative Tabelle})$$

- 3.2 Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit:

$$B_{0,4}^{200}(Z < 70) = B_{0,4}^{200}(Z \leq 69) = 0,06390 = 6,39\% \quad (\text{kumulative Tabelle})$$