

Bedingte Wahrscheinlichkeit – Definition, Beispiel und Aufgaben

von Carlo Vöst



© Jonathan Knowles/Getty Images Plus/Digitalvision

In diesem Beitrag werden den Schülern die Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit kennen und üben, die Unabhängigkeit von Ereignissen in einem Baumdiagramm zu erkennen und in bestimmten praxisorientierten Aufgaben wenden die Lernenden das gelernte Wissen an.

Bedingte Wahrscheinlichkeit – Definition, Beispiel und Aufgaben

Klassen 9/10

von Carlo Vöst

Übersicht	1
Theorie	3
Aufgaben	8
Lösungen	10

Kompetenzprofil

Inhalt: bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit von Ereignissen

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K 2), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5)

Zurück zum Beispiel:

Vierfeldertafeln für die Absolutwerte und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.
Man sagt nun, dass die Ereignisse E und F stochastisch unabhängig sind, wenn die

	E	\bar{E}	
F	208	72	280
\bar{F}	272	88	360
	480	160	640

	E	\bar{E}	
F	$\frac{13}{40}$	$\frac{9}{80}$	$\frac{7}{40}$
\bar{F}	$\frac{17}{40}$	$\frac{11}{80}$	$\frac{9}{16}$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

Wahrscheinlichkeit von E nicht von F abhängt, wenn also die Absolutwahrscheinlichkeit den gleichen Wert hat wie die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_F(E)$.

Da $P_F(E) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$ müsste dann gelten:

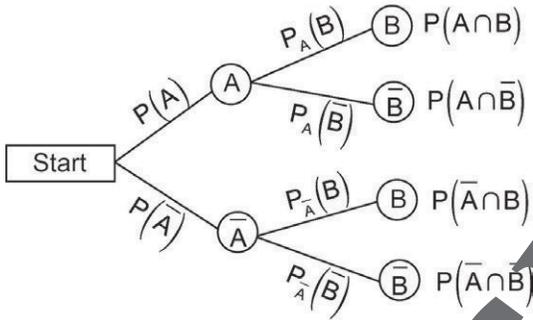
$$\frac{P(E \cap F)}{P(F)} = P(E) \Rightarrow P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F),$$

was in unserem Beispiel bedeutet, dass gelten müsste:

$$\frac{13}{40} = \frac{7}{40} \cdot \frac{16}{40} \quad (\text{ist also nicht ganz der Fall!})$$

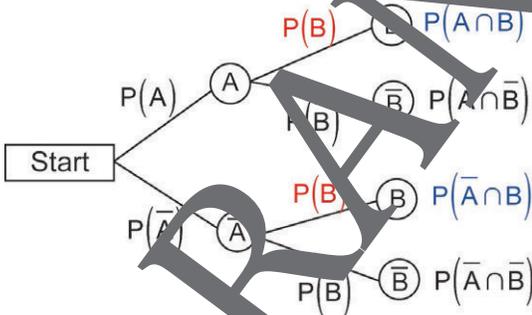
Wie erkennt man die Unabhängigkeit in einem Baumdiagramm?

Baumdiagramm zweier Ereignisse A und B sowie ihrer Gegenereignisse, normalerweise:



Wenn nun die Ereignisse A und B unabhängig sind, dann gilt:
 $P_A(B) = P(B)$, $P_A(\bar{B}) = P(\bar{B})$, usw. (die Bedingungen interpretieren keine Rolle mehr).

Baumdiagramm für zwei unabhängige Ereignisse A und B



Zu beachten ist, dass jetzt (z. B.) die beiden rot gefärbten Wahrscheinlichkeiten gleich sein müssen (und gleichzeitig sind sie die Summe der beiden blau gefärbten Wahrscheinlichkeiten).

Aufgaben

1. Nachdem die Verfilmung des Tagebuchs einer Schülerin aus der Oberstufe eines Gymnasiums im Kino gezeigt werden soll, veröffentlicht die Schülerzeitung des Gymnasiums das Ergebnis einer repräsentativen Umfrage unter den Schülern. Der Umfrage zufolge hatten 80 % der befragten Schüler das Tagebuch noch nicht gelesen, 68 % lasen das Tagebuch nicht und wollen sich auch nicht den Film ansehen. Von den Befragten, die laut Umfrage das Tagebuch bereits gelesen hatten, gaben 15 % an, auch die Verfilmung sehen zu wollen.

Wir betrachten die Ereignisse:

L: „Ein aus den Befragten zufällig ausgewählter Schüler hat laut Umfrage das Tagebuch bereits gelesen“

V: „Ein aus den Befragten zufällig ausgewählter Schüler will sich die Verfilmung ansehen“

- a) Zeige, dass die Ereignisse L und V unabhängig sind. Wie lässt sich demnach vereinfacht die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses berechnen: „Ein aus den Befragten zufällig ausgewählter Schüler, der laut Umfrage das Tagebuch noch nicht gelesen hatte, gibt an, die Verfilmung sehen zu wollen.“
- b) Berechne $P(\bar{L} \cup \bar{V})$.
2. Bei der neuen Fernsehshow „Fischer-Camp“ darf beim Spiel „Perlensuchen“ ein Kandidat eine von 500 Muscheln öffnen. Dabei muss er „blind“ (zufällig) auswählen. 45 % der Muscheln sind außen silber gefärbt, der Rest ist außen schwarz. In 29 % aller Muscheln ist eine Perle enthalten, die übrigen sind leer. 44 % der Muscheln sind weder silberfarben noch enthalten sie eine Perle.
- a) Wir betrachten das Ereignis $A :=$ „Man findet keine Perle, wenn man eine silberne Muschel öffnet“.
- Berechne $P(A)$. Welche Muscheln umfasst also das Ereignis A?
 - Formuliere das Gegenereignis von A (möglichst einfach) in Worten.
- b) Man über Wahrscheinlichkeit öffnet der Kandidat eine Muschel,
- die entweder silber ist oder eine Perle enthält?
 - die silber ist oder eine Perle enthält?
 - die silber ist und eine Perle enthält?
- c) Zeige durch Rechnung, dass die Ereignisse „silberfarben“ und „enthält Perle“ stochastisch abhängig sind.
- d) Bei welchem Anteil der Muscheln, die eine Perle enthalten (und sonst unveränderten Angaben), wären die beschriebenen Ereignisse unabhängig? Führen Sie eine begründete Darstellung an.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de