

Linksseitiger Signifikanztest – Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen

von Alfred Müller



© Materiö/Getty Images Plus/E+

In diesem Beitrag berechnen Ihre Schüler Aufgaben zum linksseitigen Signifikanztest. Dabei beschäftigen sie sich mit Fehlerwahrscheinlichkeiten in alltäglichen Kontexten.

Linksseitiger Signifikanztest – Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen

Sekundarstufe II

von Alfred Müller

Übersicht	1
Aufgaben	3
Lösungen	8

© RAABE 2019

Kompetenzprofil

Inhalt: linksseitiger Signifikanztest und Fehlerwahrscheinlichkeiten
Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K 2), mathematisch modellieren (K 3), mit Symbolen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 4), mathematisch kommunizieren (K 6)

Linksseitiger Signifikanztest – Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen

Aufgaben

1. „Schnellhaarwachs“

Pharmazieprofessor Kraushaar hat das Haarwuchsmittel „Schnellhaarwachs“ entwickelt und versichert, dass sein Produkt in 70 % aller Fälle wirksam ist.

- Wenn die Wirksamkeit bei 70 % liegt, bei wie vielen glatzköpfigen Patienten muss er das Mittel mindestens anwenden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % wenigstens einen zu finden, bei dem das Mittel wirkt?
- Zur Überprüfung der Behauptung von Professor Kraushaar wird das Haarwuchsmittel in einer Spezialklinik an 200 glatzköpfigen Patienten getestet. Wie lautet die Entscheidungsregel auf dem 5 % Signifikanzniveau? Wie wird man entscheiden, wenn das Mittel bei 130 Personen wirksam ist?
- Die Wirksamkeit liegt höchstens bei 60 %. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erkennt man dies mit der Entscheidungsregel aus b) nicht?

2. Schnellfahrer

Die Polizei geht davon aus, dass auf einer beliebigen „Rennstrecke“ 20 % der Autofahrer zu schnell fahren. Da in letzter Zeit die Unfallhäufigkeit angestiegen ist, vermutet der Polizeipräsident, dass sich der Anteil der Schnellfahrer vergrößert hat. Kann dieser Vermutung auf dem Signifikanzniveau von 5 % widersprochen werden, wenn von 200 kontrollierten Fahrern nur 32 zu schnell waren?

3. Verlust der Mehrheit

Bei der letzten Stadtratswahl hat die Regierungspartei „Gute Bürger“ einen Stimmenanteil von 55 % erreicht. Nach der Wahl mussten im Zeichen der Finanzkrise Wahlversprechen zurückgenommen werden. Bei einer Blitzumfrage unter 200 Personen sprechen sich noch 97 dafür aus, auch heute noch die Partei „Gute Bürger“ wählen zu wollen.

Kann die Partei aufgrund dieser Umfrage ihren Anteil von der Stadtratswahl mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 1 % verloren?

4. Sonderausstattung

Zur Sonderausstattung eines Pkw gehört ein Bauteil A, das leider eine von der Lieferfirma angegebene Störanfälligkeit von 20 % besitzt und deshalb vorrücktshalber ausgewechselt werden soll. Der Werkstattleiter, Herr Bauernfeind, hat festgestellt, dass bei den letzten 100 so ausgestatteten Fahrzeugen nur bei 10 Pkw das Bauteil A ausgewechselt werden musste. Geben Sie einen geeigneten Signifikanztest auf dem 5 %-Niveau an und entscheiden Sie, ob die Beobachtung von Herrn Bauernfeind signifikant ist.

5. Losglück

Ein Losverkäufer behauptet, dass mindestens ein Viertel seiner Lose Gewinnlose sind. Martin hat den Verdacht, dass er schwindet. Er zählt bei den nächsten 100 Losen die Gewinne. Wie groß darf diese Anzahl höchstens sein, um den Verkäufer mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 1 % als Schwindler zu können?

6. Wahlchancen I

Man vermutet, dass mindestens 60 % einer Bevölkerung den Kandidaten der A-Partei wählen. Es werden 100 potenzielle Wähler rein zufällig befragt. 50 geben an, die A-Partei zu wählen. Kann aufgrund dieses Stichprobenergebnisses die obige Vermutung auf dem 5 %-Signifikanzniveau aufrechterhalten werden?

7. Wahlchancen II

Man vermutet, dass mindestens 73 % einer Bevölkerung den Kandidaten der A-Partei wählen. Es werden 100 potenzielle Wähler rein zufällig befragt. 50 geben an, die A-Partei wählen zu wollen. Kann aufgrund dieses Stichprobenergebnisses die obige Vermutung auf dem 5 %-Signifikanzniveau aufrechterhalten werden?

8. Beruhigungsmittel I

Ein Beruhigungsmittel soll in mindestens 90 % der Fälle erfolgreich wirken. Bei einer Befragung von 100 Benutzern des Mittels bestätigten nur 85 eine positive Wirkung. Kann die obige Behauptung aufgrund der Befragung auf dem 5 %-Signifikanzniveau abgelehnt werden?

9. Beruhigungsmittel II

Ein Beruhigungsmittel soll in mindestens 87 % der Fälle erfolgreich wirken. Bei einer Befragung von 100 Benutzern des Mittels bestätigten nur 85 eine positive Wirkung. Kann die obige Behauptung aufgrund der Befragung auf dem 5 %-Signifikanzniveau abgelehnt werden?

4. Sonderausstattung

Die Nullhypothese $H_0: p_0 \geq 0,2$ wird verworfen, wenn zu „wenige“ Teile ausgetauscht werden müssen, d. h. im Ablehnungsbereich $\bar{A} = \{0, \dots, k\}$.

Die Zufallsgröße Z gebe die Anzahl der Pkw an, bei denen das Bauteil A wegen Störung ausgetauscht werden musste.

Z ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,2$.

Es soll gelten:

$$B_{0,2}^{100}(Z \leq k) \leq 0,05$$

Aus der kumulativen Tabelle liest man ab:

$$k = 13 \Rightarrow \bar{A} = \{0, \dots, 13\}.$$

Für das Stichprobenergebnis gilt: $10 \in \bar{A} \Rightarrow H_0$ muss abgelehnt werden, d. h. das Stichprobenergebnis ist signifikant. Man muss mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5 % davon ausgehen, dass der angesprochene Anteil kleiner als 20 % ist.

5. Losglück

Martin möchte die Nullhypothese $H_0: p_0 \geq 0,25$ verwerfen.

Das darf er nur, wenn relativ wenige Gewinnlose in der Stichprobe auftreten, d. h., wenn für den Ablehnungsbereich \bar{A} gilt: $\bar{A} = \{0, \dots, k\}$.

Wenn die Zufallsgröße Z die Anzahl der Gewinnlose angibt, ist Z binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,25$. Die Fehlerwahrscheinlichkeit soll höchstens 1 % betragen.

Es muss also gelten:

$$\alpha = B_{0,25}^{100}(Z \leq k) \leq 0,01$$

Aus der kumulativen Tabelle der Binomialverteilung liest man ab:

$$k = 14 \Rightarrow \bar{A} = \{0, \dots, 14\}$$

Wenn unter den nächsten 100 Loses höchstens 14 Gewinnlose auftreten, darf Martin die Hypothese des Losverkäufers mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 1 % ablehnen.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de