

Mehrstufige Zufallsexperimente

von Carlo Vöst



© Colourbox

Über zunächst einfache Lernprobleme geht es über ungewöhnliche Spielwürfel zu komplexeren und kuriosen Problemen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die Schüler vertiefen Begriffsnetze der Kombinatorik, beschäftigen sich mit Baumdiagrammen und deren Pfadregeln sowie mit kombinatorischen Anordnungsmöglichkeiten. Sie lernen Fragestellungen der Realität über selbsterarbeitete Modelle zu lösen.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, Sek I/II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehrpläne an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einseitig nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jegliches darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu § 60b Abs. 1 UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrplänen (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material werden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon: +49 711 62900-0
Fax: +49 711 62900-60
mailto:info@RAABE-raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Andreas Rentschler
Verlag: Rösel Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildungswissenschaften: Colourbox
Korrektur: Wanda Hitznauer

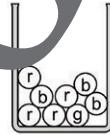
Theorie

Definition

Wenn ein Zufallsexperiment (ZE) darin besteht, dass mehrere Zufallsexperimente in einer bestimmten Reihenfolge ausgeführt werden, spricht man von einem **zusammengesetzten** oder **mehrstufigen Zufallsexperiment**.

Beispiel

Wir denken uns eine Urne mit 8 Kugeln, von denen 4 rot, 3 blau und 1 grün sind. Wir ziehen aus der Urne eine Kugel und notieren ihre Farbe (1. Stufe). Dann entnehmen wir eine weitere Kugel und notieren ebenfalls ihre Farbe (2. Stufe). Weil die jeweils entnommene Kugel nicht in die Urne zurückgelegt wurde, nennt man diesen Vorgang **Ziehen ohne Zurücklegen (ohne ZL)**.



In einem **Baumdiagramm** kann man die Ergebnisse dieses zweistufigen Zufallsexperiments ablesen und gleichzeitig sehen, in welche Zustände kommen.

Weiter erkennt man alle möglichen Ergebnisse bei diesem zweistufigen ZE. Der Ergebnisraum:

$$\Omega = \{(r,r); (r,b); (r,g); (b,r); (b,b); (b,g); (g,r); (g,b)\}$$

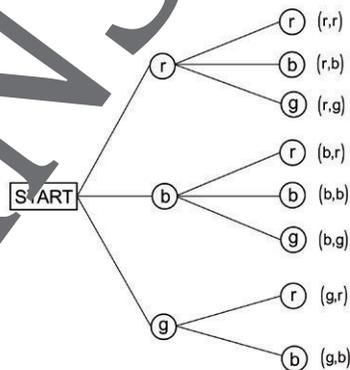
Würde man z. B. den 1. Zug 700-mal wiederholen, so erwartet man in ca. 350 Fällen eine rote Kugel.

Deshalb schreibt man diesem ZE (1. Zug) die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{350}{700} = \frac{1}{2}$ zu.

Wenn man nun die zweite Kugel zieht, erwartet man von den 350 Ziehungen in 50 Fällen eine grüne Kugel. Deshalb schreibt man diesem ZE (2. Zug) die Wahrscheinlichkeit

$$p = \frac{50}{350} = \frac{1}{7} \text{ zu.}$$

Die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis (r, g) ist dann: $P(\{(r, g)\}) = \frac{50}{700} = \frac{1}{14} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7}$.



Aufgabenteil

- In einem undurchsichtigen Gefäß befinden sich fünf grüne, drei rote und zwei blaue Kugeln, die sich nur in der Farbe unterscheiden. Bestimme mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, bei zweimaligem Ziehen ohne Zurücklegen.
 - zwei rote Kugeln zu ziehen.
 - eine rote und eine grüne Kugel zu ziehen.
 - zwei Kugeln unterschiedlicher Farbe zu ziehen.
 - Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit im zweiten Zug eine rote Kugel zu ziehen, genauso groß ist wie im ersten Zug eine rote Kugel zu ziehen (dies gilt übrigens immer).

- Mensch ärgere dich nicht!

In der Spielregel steht: „Hat ein Spieler überhaupt keine Figur auf dem Spielfeld (was bei Spielbeginn alle Spieler betrifft), so hat er in jeder Runde drei Versuche, die nötige Sechs zu würfeln, um eine Figur ins Spiel zu bringen.“
 Berechne die Wahrscheinlichkeit, mit n einem Spieler, der noch keine Spielfigur auf dem Feld stehen hat, eine Figur ins Spiel bringen kann. Zeichne zu dieser Aufgabenstellung auch ein passendes Baumdiagramm.

Ein Tetraeder (Abb. 1) wird 5-mal geworfen. Es zählt diejenige Augenzahl, die auf der Grundfläche steht. Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse (zeichne wenn nötig ein Baumdiagramm) und kommentiere deine Überlegungen kurz:

- $A :=$ „immer dieselbe Augenzahl“,
- $B :=$ „Übereinstimmung der ersten und letzten Augenzahl“,
- $C :=$ „genau einmal Augenzahl 1“,
- $D :=$ „mindestens einmal Augenzahl 1“,
- $E :=$ „genau zweimal Augenzahl 1“,
- $F :=$ „höchstens zweimal Augenzahl 1“.

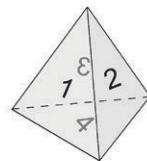


Abb. 1

- Eine Laplace-Münze wird viermal geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse und kommentiere auch kurz deine Überlegungen:
 - $A :=$ „höchstens zweimal Wappen“.
 - $B :=$ „Mindestens einmal Zahl“.
 - $C :=$ „Höchstens zweimal Wappen“.
 - $D :=$ „Genau einmal Wappen“.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de