

Mittelwert und Median, Quartile

Nadine Sawall, Castrop-Rauxel



© Jorg Greuel/DigitalVision/Getty Images Plus

Diese Unterrichtseinheit behandelt die sogenannten „statistischen Lagemaße“: Mittelwert, Median und Quartile. Statistischen Erhebungen wie etwa Befragungen erlauben diese Maße eine gute erste Beurteilung der Verteilung der Daten. Ihre Schüler lernen mit Hilfe der zusammengestellten Aufgaben anhand von kurzen und einfachen Datenreihen die Begriffe kennen und üben ihre Ermittlung ein. Außerdem sind erste Anwendungen beispielhaft enthalten. Schließlich finden sich etwas schwierigere Aufgaben, die vor allem den Unterschied von Mittelwert und Median anschaulich verdeutlichen.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, Band I/III

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und des Lehres an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für die Nutzung des einfachen, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu § 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichtsmaterialien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in einer sonst öffentlich zugänglichen Weise eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Freirechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlag GmbH
Ein Unternehmen der Klever Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel
Satz: Röhr Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: © Jorg Greuel/DigitalVision/Getty Images Plus
Lektorat: Dr. Ina von Raden, Nortorf; Rebecca Saalfeld, Köln
Korrektur: Susanna Stotz, Wyhl a. K.

Mittelwert und Median, Quartile

Nadine Sawall, Castrop-Rauxel

Methodisch-didaktische Hinweise

1

Aufgaben

2

Lösungen

7

Die Schüler lernen:

Während wohl alle Schüler den Mittelwert bereits gut kennen (Notendurchschnitt bei einer Klassenarbeit etwa), sind Median und Quartile bisher unbekannte Konzepte. Sie haben allerdings wesentlich mehr Aussagekraft über die Verteilung der Daten, da sie diese sozusagen in vier gleich große „Häuschen“ aufteilen: Der Median teilt die Daten in zwei Hälften, und diese beiden Hälften werden jeweils noch einmal „in der Mitte geteilt“ durch die Quartile. So bekommt man schnell einen guten Blick darauf, bei welchen Werten sich die gesamten Daten mengenmäßig aufteilen lassen mittels der 25 %-, der 50 %- und der 75 %-Grenze.

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

Kompetenzprofil

Inhalt:	Mittelwert und Median, unteres und oberes Quartil
Medien:	GTR
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen (K 2), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5), mathematisch kommunizieren (K 1)

Hinweise

Das arithmetische Mittel, meist einfach nur der **Mittelwert** genannt, beschreibt den statistischen Durchschnittswert. Für den Mittelwert werden alle Werte eines Datensatzes addiert und durch die Anzahl aller Werte dividiert. Der Mittelwert ist gegenüber Extremwerten empfindlich.

Der **Median** wird auch Zentralwert genannt. Er ist der Wert in der Mitte einer der Größe nach geordneten Datenreihe. Das bedeutet, dass mindestens 50 % der Daten kleiner als der Median oder gleich dem Median und mindestens 50 % der Daten größer als der Median oder gleich dem Median sind. Der Median ist gegenüber Extremwerten unempfindlich.

Beispiel 1:

Datenreihe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 hat ungerade viele Werte, nämlich 7 Stück. Der Wert 4 teilt die Datenreihe in zwei gleich große Hälften: 1, 2, 3, | 4, | 5, 6, 7

Beispiel 2:

Datenreihe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 hat gerade viele Werte, nämlich 8 Stück. Hier gibt es keinen Datenwert, der die Datenreihe in zwei gleich große Hälften teilt. Als Median nimmt man dann die Zahl, die in der Mitte zwischen den beiden mittleren Werten liegt. Das ist hier $(4 + 5) : 2 = 9 : 2 = 4,5$. Also: 1, 2, 3, 4 | 4,5 | 5, 6, 7, 8. Beachte, dass der Median in diesem Fall keiner der gegebenen Datenwerte ist!

Beispiel 3:

12,9; 37,8; 39,2; 17,9; 46,9; 81,3; 96,2; 105; 34; 14; 22,5; 47,8

Datenreihe: 12,9; 14; 17,9; 22,5; 34; 37,8; 39,2; 46,9; 47,8; 81,3; 96,2; 105;
 $(37,8 + 39,2) : 2 = 38,5$

Das **obere Quartil** ist der Median der oberen Datenhälfte, anders gesagt: 25 % der Daten sind größer als das obere Quartil oder gleich dem oberen Quartil und 75 % der Daten sind Daten kleiner als das obere Quartil oder gleich dem oberen Quartil. Entsprechend ist das **untere Quartil** der Median der unteren Datenhälfte. Das bedeutet also genau anders herum: 75 % der Daten sind größer als das obere Quartil oder gleich dem oberen Quartil und 25 % der Daten sind Daten kleiner als das obere Quartil oder gleich dem oberen Quartil.

Quartile in Beispiel 1:

Unteres Quartil ist 2 und das obere Quartil ist 6 – denn der Median wird weder zur einen noch zur anderen Hälfte gezählt, weshalb die Datenhälften jeweils ungerade viele Werte besitzen.

Quartile in Beispiel 2:

Unteres Quartil ist $(2 + 3) : 2 = 5 : 2 = 2,5$ und das obere Quartil $(6 + 7) : 2 = 13 : 2 = 6,5$. (Die Datenhälften enthalten jeweils eine gerade Anzahl an Daten!)

Aufgaben



1. Bestimme jeweils den Median. Ordne dazu, falls notwendig, die Daten der Größe nach. Bei einer ungeraden Anzahl der Werte kann der Median sofort bestimmt werden. Ist die Anzahl der Werte jedoch gerade, stehen zwei Werte in der Mitte. Aus diesen beiden Werten wird dann der Mittelwert gebildet, und das Ergebnis ist der Median der Datenreihe.

a) 2, 5, 6, 8, 10, 12, 9

b) 6, 12, 15, 17, 19, 22, 24, 25

c) 1, 1, 3, 4, 8, 12, 15, 16, 18, 23, 31

d) 17, 18, 20, 22, 24, 28, 29, 31, 48

e) 5, 9, 2, 6, 4, 8, 1

f) 15, 22, 27, 18, 33, 5, 17, 21, 32

g) 50, 70, 20, 30, 120, 80, 70, 60, 1, 30

h) 25, 25, 70, 47, 80, 15, 66, 1, 145, 160, 202, 210

i) 37, 97, 57, 58, 28, 38, 68, 88, 108, 118

j) 108, 598, 42, 117, 640, 970, 381, 1097, 102, 204, 333

k) 1,2; 1,1; 1,3; 9,7; 4,7; 4,6; 4,3; 7,4

l) 1,03, 1013, 3013, 3010, 310, 330, 1303, 333



2. Bestimme jeweils den Mittelwert. Dazu werden alle Werte des Datensatzes addiert und durch die Anzahl aller Werte dividiert.

a) 22, 25, 8, 12, 7

b) 13, 18, 22, 27, 31, 38, 47

c) 1,5; 2,4; 0,8; 6,7; 9,1; 7,4; 8; 12,3; 3,8

d) 1,63 m; 1,46 m; 1,52 m; 1,7 m; 1,59 m; 1,68 m; 1,79 m; 1,56 m

e) 20 kg; 508 g; 1,5 t; 108 kg; 78 g

f) 0,35 km; 782 m; 2,5 km; 0,9 m; 8,88 km; 127 m

g) 477 mm; 623 cm; 34 cm; 85 dm; 105 cm; 97 m; 4,5 dm

3. Die Schüler der 8 b wurden nach der Anzahl ihrer Bücher in ihrem Kinderzimmer befragt. Das waren die Antworten:

5	0	0	15	22	0
12	35	42	8	17	29
03	7	0	21	63	9

a) Bestimme den Median.

b) Berechne den Mittelwert.



4. Bestimme jeweils das untere und obere Quartil.
(Denke daran, dass bei einer ungeraden Anzahl von Daten der Median weder zur oberen noch zur unteren Hälfte gehört!)

a) 7, 10, 12, 15, 18, 19, 23

b) 0, 0, 2, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 21

c) 1, 3, 5, 6, 8, 12, 12, 14

d) 2, 5, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 25

e) 6, 8, 13, 7, 2, 19, 11, 12, 2, 21, 17, 14, 9

f) 3, 5, 1, 4, 8, 11, 17, 2, 4, 11, 15, 0, 5, 8



5. Einige Schüler wurden befragt, wie viele Minuten sie pro Woche im Internet surfen. Hier sind ihre Antworten:

120, 0, 30, 90, 60, 90, 0, 120, 240, 90, 60, 300, 90, 300, 420, 480, 30, 540, 30

Bestimme den Mittelwert, den Median und das untere und obere Quartil.

6. Die Deutsche Gesellschaft für Ernährung empfiehlt, pro Tag insgesamt fünf Portionen Obst und Gemüse zu essen. In der Mensa wurden Schüler befragt, wie viele Portionen Obst und Gemüse sie pro Woche konsumieren.

5	0	35	21	7	0	20
14	40	42	0	30	0	20
54	0	0	14	20	30	7
25	14	10	35			

-  a) Bestimme den Median.

- b) Berechne den Mittelwert.

-  c) Bestimme das untere und obere Quartil.

-  d) Wie viel Prozent der befragten Schüler ernähren sich nicht entsprechend der Empfehlung der Deutschen Gesellschaft für Ernährung?

-  e) Welche Folgen kann es haben, wenn nicht ausreichend Obst und Gemüse gegessen wird?



7. Bestimme jeweils den Median und den Mittelwert.

a) 2, 3, 3, 5, 6, 6, 7

b) 13, 14, 14, 17, 17, 18, 21, 22



c) Ergänze in den Datenreihen der Aufgaben a) und b) den Wert 42. Dabei handelt es sich um einen Ausreißer. Man spricht von einem Ausreißer, wenn ein Messwert nicht in eine erwartete Messreihe passt oder allgemein nicht den Erwartungen entspricht. Berechne nun den Median und den Mittelwert jeweils erneut.



d) Sieh dir an, wie sich der Mittelwert und der Wert des Medians jeweils durch das Hinzufügen des Ausreißers mit dem Wert 42 verändert haben. Was stellst du fest?

8. Die Datenreihe lautet: 12, 15, 22, 25, 28, 28, 30.



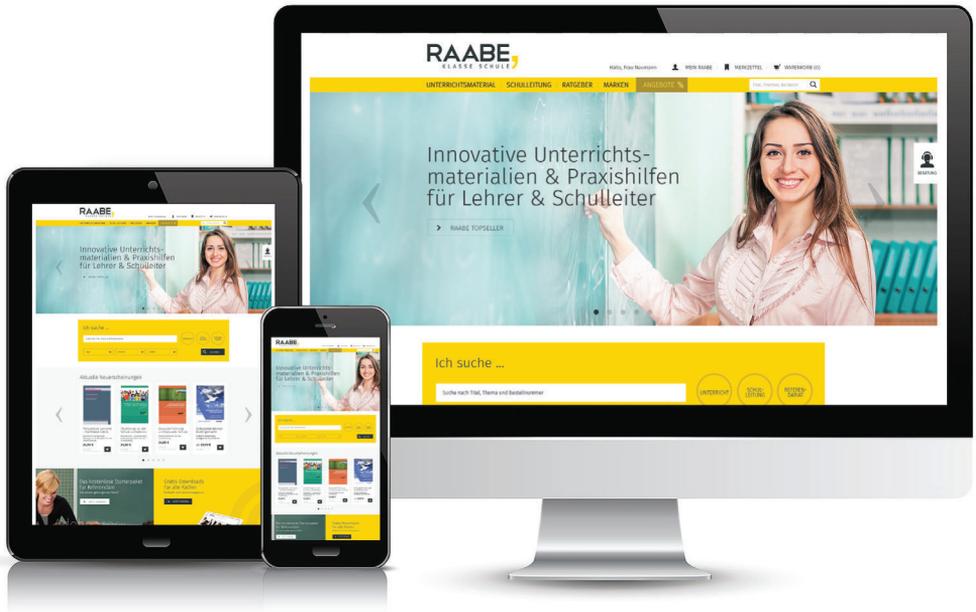
a) Berechne den Median und den Mittelwert.



b) Ergänze der Datenreihe einen Wert hinzu, sodass der Median 23,5 beträgt.

c) Ergänze der Datenreihe einen Wert hinzu, sodass der Mittelwert 24 beträgt.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de