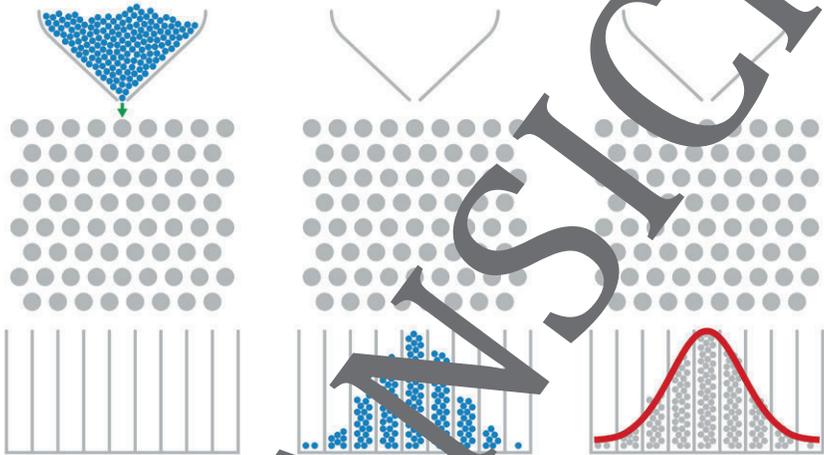


Binomialverteilung – Lernen an Stationen

Udo Mühlenfeld, Hiddenhausen
Illustrationen von Udo Mühlenfeld



Grafik: Peter Hermes Furian/Stock/Getty Images Plus

Der Beitrag ermöglicht es Ihren Schülerinnen und Schülern, weitgehend selbstständig die Eigenschaften und Gesetzmäßigkeiten der bekanntesten diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilung zu wiederholen oder auch zu erarbeiten. Das Material ist als Lernen an Stationen konzipiert, erzielt aber aufgrund der vielfältigen Differenzierungsmöglichkeiten eine individuelle Förderung innerhalb der Lerngruppen. Dazu gehören auch die Durchführung und Auswertung von Experimenten, real oder mithilfe von Simulationen. Der GTR spielt nicht nur dabei eine Rolle, sondern ermöglicht es den Jugendlichen, auch schnell Wahrscheinlichkeiten zu berechnen, insbesondere kumulierte Werte. Die Lernenden erfahren ebenfalls mit dem GTR durch gezieltes Probieren Sigma-Regeln. Zudem tragen interaktive Onlinerechner innerhalb der Aufgaben mit zur Motivation der Lerngruppe bei. Ergänzend finden Sie grundlegende Materialien wie auch ein Rätsel, damit Ihre Klasse die Grundbegriffe auch in geeigneten Kontexten verstehen kann.

Binomialverteilung – Lernen an Stationen

Oberstufe (grundlegend)

Udo Mühlenfeld, Hiddenhausen

Illustrationen von Udo Mühlenfeld

Hinweise	1
M 1 Wiederholung der Grundbegriffe – Theorie	4
M 2 Kammrätsel zu den Grundbegriffen	5
M 3 Wahrscheinlichkeiten berechnen	7
M 4 Experimente durchführen und auswerten	8
M 5 Simulationen – eigene Simulationen erstellen	9
M 6 Erwartungswert und Standardabweichung	10
M 7 Anwendungen	11
M 8 Problemlösen	12
Lösungen	14

Die Schüler lernen:

sich eigenständig mit vielfältigen Aspekten der Binomialverteilung auseinanderzusetzen, um die grundlegenden Eigenschaften verstehensorientiert, experimentell und theoretisch unter Einbeziehung digitaler Medien zu erfassen.

Hinweise

Inhaltliche Legitimation

Die Binomialverteilung ist die wohl bekannteste diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Beschreibung von Zufallsprozessen, bei der das zugrunde liegende Zufallsexperiment nur zwei mögliche Ergebnisse aufweist. Pünktlichkeit von Zügen, Abstimmungen bei Wahlen und Auswirkungen fehlerhafter Produkte sind nur einige Kontexte, die sich durch die Binomialverteilung mathematisch modellieren lassen. So ist in den Bildungsstandards für das Fach Mathematik explizit formuliert „die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen“ und vor allem auch „Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden“.

(Quelle:

https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen/geschultes/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf, S. 21, aufgerufen am 1.06.2021)

Praktische Umsetzung im Unterricht

Konzipiert ist das Material für ein **Lernen an Stationen**. Insbesondere eignet es sich für die Wiederholung z. B. zur Abiturvorbereitung, wobei Sie die Lerngruppe in Kleingruppen aufteilen und diese die Stationen aufsuchen. Das Material können Sie ebenso zur Einführung in die Thematik einsetzen, dafür suchen die Lerngruppen die Materialien jedoch der Reihenfolge nach bearbeiten.

Legen Sie Wert auf eine selbstständige Erarbeitung der Lerninhalte durch die Schülerinnen und Schüler, damit Sie das Material an einer zentral aufgestellten **Lerntheke** zur Verfügung. Die Lernenden wählen das Material und die Reihenfolge der Bearbeitung selbstständig aus. Die Bearbeitung erfolgt in Einzelarbeit oder in Kleingruppen, die Sie ggf. bei auftretenden Problemen individuell beraten. Die Materialien enthalten zahlreiche Differenzierungsangebote, einerseits vertiefende Zusatzaufgaben, andererseits zusätzliche motivierende Lernangebote zur individuellen Förderung lernstärkerer Klassenmitglieder. Außerdem können die Lernenden teilweise auf Online-Angebote zurückgreifen, um Ergebnisse selbst zu kontrollieren oder interaktiv Eigenschaften der Binomialverteilung zu erkunden.

Somit werden durch das Material möglichst viele Lernkanäle angesprochen. Stellen Sie die Lösungen zu allen Aufgaben zur Selbstkontrolle bereit.

Alternativ setzen Sie die Materialien im **konventionellen Unterricht** punktuell ein. Auch dann können Sie methodisch variantenreich mit Blick auf Ihre Lerngruppe reagieren. Das Material **M 2** (Kammrätzel) bietet sich sowohl als Lernerfolgskontrolle als auch als Wettbewerb an. Die Materialien **M 6** bis **M 8** eignen sich für ein Gruppenpuzzle. Aufgaben aus dem Material **M 1** können als Kurzreferate vergeben werden, die Materialien **M 4** und **M 5** (Experimente und Simulationen) erzeugen einen großen Motivationsschub, da das Experimentieren im Mathematikunterricht eher selten realisiert wird.

In den **Bildungsstandards** (Quelle: s. o. S. 13) wird betont, dass die Entwicklung mathematischer Kompetenzen durch den sinnvollen Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge unterstützt wird und einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht dann auch deren Einsatz in der Prüfung folgt. Das Potenzial digitaler Werkzeuge wird dort vor allem darin gesehen, **Zusammenhänge zu entdecken** (hier Material **M 6**), **Verständnis** für mathematische Zusammenhänge zu **fördern** (hier Material **M 8**), **größere Datenmengen zu verarbeiten** (**M 5**) und individuelle Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben zu schaffen einschließlich der **Kontrollmöglichkeiten** (hier Material **M 3**). Somit ist der Beitrag auch in besonderer Weise geeignet, den Kompetenzbereich **Werkzeuge nutzen** zu vertiefen, gerade auch mit Blick auf den Einsatz des GTR im Abitur.

 Für die Lösungen wurden neben Excel auch die GTR TI-Nspire CX und Casio fx-CG50 verwendet. Dazu notwendige Rechnerbefehle werden in den Materialien zur Verfügung gestellt. Vergleichbare Rechnermodelle und Tabellenkalkulationsprogramme sind natürlich an dieser Stelle ebenso geeignet.

Förderung prozessbezogener Kompetenzen

Der Beitrag fördert prozessbezogene Kompetenzen, die z. B. im Kernlehrplan von Nordrhein-Westfalen aufgeführt werden (Quelle: https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SII/m/KLP_GoSt_Mathematik.pdf aufgerufen am 1.06.2021).

Im Folgenden werden diese Kompetenzerwartungen nur aufgeführt, wenn sie in besonderer Weise durch das Material gefördert werden können.

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle,
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene zugehörige Sachsituationen zu.

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme,
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege,
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen,
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet durch,
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern.

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her,
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen.

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen,
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang,
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar,
- nehmen zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen Begründungen und konstruktiv Stellung.

M 1 Wiederholung der Grundbegriffe – Theorie

1. Grundbegriffe im Kontext identifizieren

Laut Statistischem Bundesamt wurden im Jahr 2019 in Deutschland 778 200 Babys geboren, davon 399 292 männliche und 378 798 weibliche. Es ist Tradition, dass im Dezember in der Altstadt von Herford für jedes Neugeborene im Dezember ein Stern aufgehängt wird, rot leuchtend für jedes Mädchen, blau leuchtend für jeden Jungen. 2019 gab es 97 rot leuchtende und 101 blau leuchtende Sterne zu sehen.

- Beschreiben Sie kurz die allgemeine Bedeutung der folgenden Grundbegriffe:
Bernoulli-Experiment – Trefferwahrscheinlichkeit – Bernoulli-Kette – Länge n – Zufallsgröße X – Trefferzahl k – Formel von Bernoulli – Wahrscheinlichkeitsverteilung – Erwartungswert – Standardabweichung – Simulierte Binomialverteilung.
- Erläutern Sie ausgehend von der konkreten Situation im Dezember in Herford beispielhaft die Bedeutung der in a) genannten Grundbegriffe.

2. Modellierung mit der Binomialverteilung

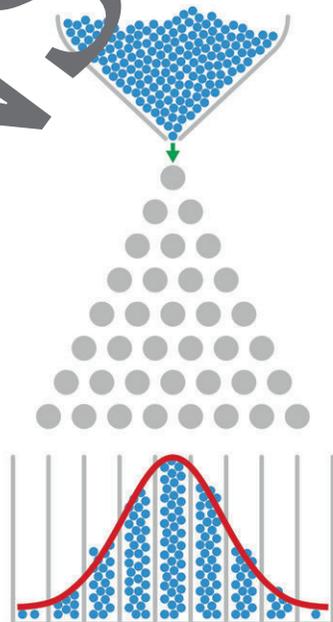
Laut einer repräsentativen Umfrage des Marktforschungsinstituts YouGov benutze 17 % der Kinder für den Schulweg das Fahrrad. Dieses Ergebnis nutzt die Leitung des örtlichen Gymnasiums mit 965 Schülerinnen und Schülern für die Planung des neuen überdachten Fahrradparkplatzes.

Verwenden Sie die in Teilaufgabe 1a) genannten Grundbegriffe, um die Planung unter mathematischen Gesichtspunkten zu konkretisieren.

3. Das Galton-Brett

Setzen Sie die Grundbegriffe aus Teilaufgabe 1a) mit den 7 Stufen beim Galton-Brett in Beziehung. Betrachten Sie dabei eine Kugel, die von oben nach unten an den Hindernissen vorbeifällt.

*Grafik (nebenstehend): Peter Hermes Furian/
iStock/Getty Images Plus*



M 2 Kammrätsel zu den Grundbegriffen

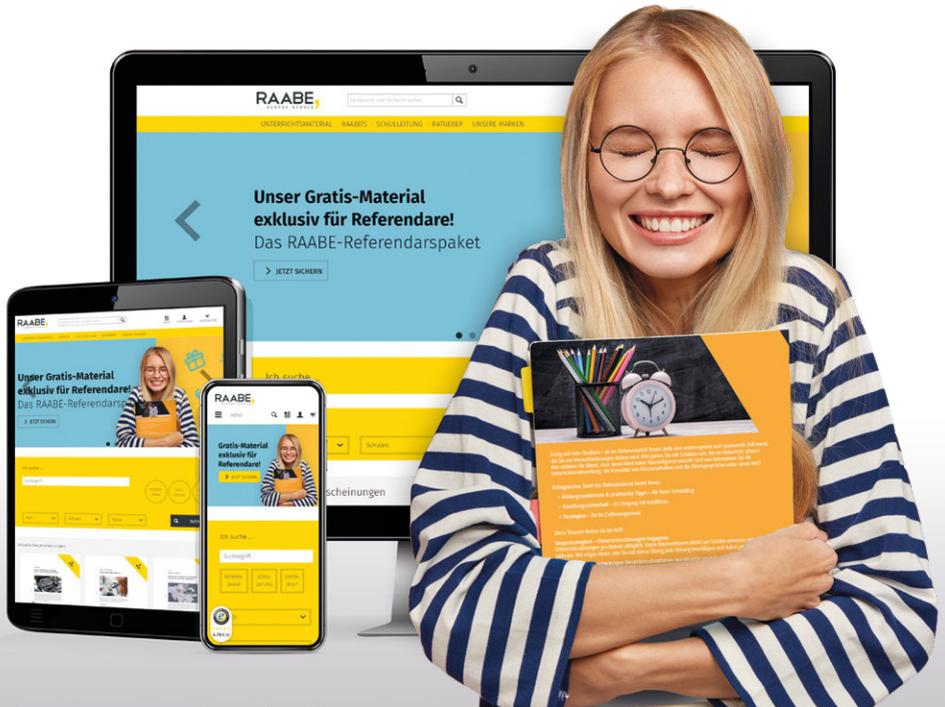
Tragen Sie die Begriffe, die zu den folgenden Beschreibungen passen, in das Raster auf der nächsten Seite ein.



Hinweis: Denken Sie daran: $\ddot{A} = AE$, $\ddot{O} = OE$, $\ddot{U} = UE$. Das Lösungswort in der markierten Spalte hat für das Thema eine zentrale Bedeutung.

1. Vorname des Mathematikers, der dieses Thema entscheidend bearbeitet hat
2. Sie verbinden die Umgebungen des Erwartungswertes mit einer Standardabweichung
3. Bezeichnung für die Anzahl der Versuche
4. Eine andere Bezeichnung für Treffer
5. Ein Zufallsgerät, dass quasi jeder dabei hat
6. Eine andere Bezeichnung für Misserfolg
7. Bezeichnung für die Größen, die das Experiment beschreiben
8. Ein Zufallsgerät, das man drehen kann
9. Eine andere Bezeichnung für Experiment
10. Sie beschreibt die möglichen Anzahlen an Treffern
11. Ein Zufallsgerät, wird bei einem beliebigen Brettspiel eingesetzt
12. Andere Bezeichnung für eine Reihe gleichartiger Bernoulli-Versuche
13. Hier auch bekannt als Umgebung
14. Durchführung von Experimenten mit digitalen Hilfsmitteln
15. Kennt man p , n und k , kann man μ mit Wahrscheinlichkeiten berechnen
16. Quasi aufsummierte Wahrscheinlichkeiten
17. Wird mithilfe der Standardabweichung beschrieben
18. Ausdruck für die mittlere Trefferzahl, mit der man rechnen kann

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent*innen**
 - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
 - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:
www.raabe.de