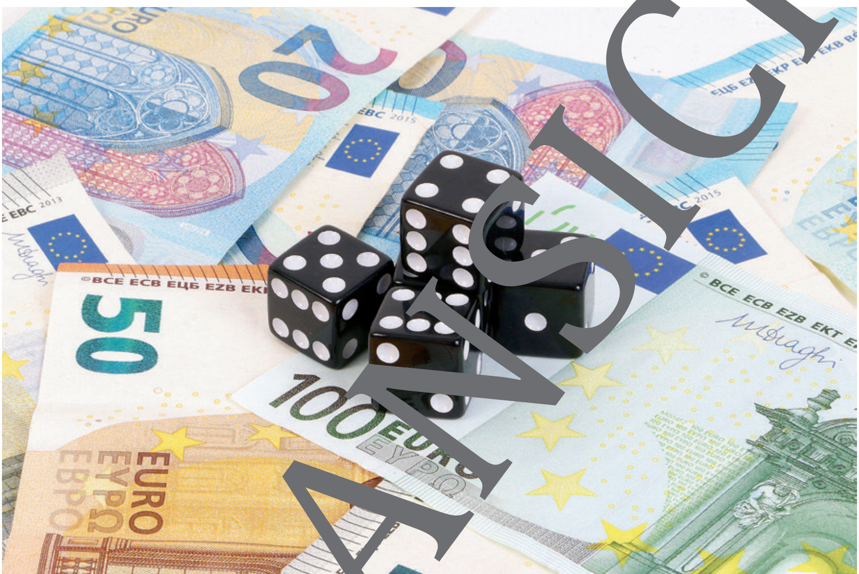
Spiele und Spielereien

Alfred Müller, Coburg
Illustrationen von Mona Hitzenauer



© Bianca Grueneberg/i[illegible]tty Images [illegible]

Ob mit gezinkten [illegible]rfeln, ge[illegible]en Tetraedern oder Oktaedern – in diesem Beitrag geht's ums Gewinnen [illegible]uch im übertragenen Sinne: die Jugendlichen gewinnen an zahlreiche[illegible]fgaben [illegible]uen in ihre Fähigkeiten. Sie wenden ihr Wissen im Bereich Kombinatorik, Mengenlehre, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Zufallsgrößen und (Binomial-) Verteilungen an und lösen damit einfache bis anspruchsvolle Aufgaben.

Spiele und Spielereien

Oberstufe (grundlegend)

Alfred Müller, Coburg
Illustrationen von Mona Hitzenauer

Die Schüler lernen:

(Ereignis-) Wahrscheinlichkeiten mit verschiedenen Werkzeugen zu berechnen: mithilfe von Bernoulli-Ketten, der Binomialverteilung, Schnitt- und Teilmengenbetrachtungen und bedingten Wahrscheinlichkeiten. Die Lernenden stellen zudem einfache Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen auf und berechnen den Erwartungswert.

Differenzierung

Für leistungsstarke Jugendliche sind die Aufgaben 3c, 6f, 6g und 10c sehr reizvoll, da sie eine etwas andere Denkweise erfordern bzw. der Lösungsweg nicht unbedingt ersichtlich ist.

Aufgabe	1a-c	1d-f	2a-c	2d-f	3a, b	4	5	6a-e
Niveau	●	■	●	■	■	■	●	●

Aufgabe	7a	7b, c	8	9a	9b-e	10a,b	3c, 6f, 6g, 10c
Niveau	●	■	●	●	■	■	▲ ★

M 1 Aufgaben

1. Bei manchen Würfelspielen darf man erst beginnen, wenn man eine Sechs gewürfelt hat.
   a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man mit einem idealen Würfel
      (1) beim vierten Wurf die erste Sechs,
      (2) nach acht Würfen noch keine Sechs,
      (3) frühestens beim sechsten Wurf die erste Sechs,
      (4) spätestens beim fünften Wurf die erste Sechs?
   b) Beim Werfen dreier Würfel gibt es jeweils sechs Möglichkeiten für die Augensummen 9 und 10. Warum sind die Wahrscheinlichkeiten für ihr Auftreten dennoch nicht gleich (2. Problem von *de Méré*)?
   c) Warum ist es wahrscheinlicher, mit einem Würfel bei vier Würfen mindestens eine Sechs als mit zwei Würfeln bei 24 Würfen mindestens eine Doppelsechs zu werfen (3. Problem von *de Méré*)?
   d) Wie oft muss ein Laplace-Würfel mindestens geworfen werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % wenigstens eine Sechs zu erhalten?
   e) Wie oft darf ein Laplace-Würfel höchstens geworfen werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50 % keine Sechs zu erhalten?
   f) Ein idealer Würfel wird n-mal geworfen. Für welchen Wert von n ist die Wahrscheinlichkeit, dass
      (1) genau eine Sechs fällt, maximal,
      (2) mindestens zwei Sechser fallen, mindestens 50 %?

2. Es werden zwei Würfel, ein idealer und ein gezinkter, miteinander geworfen. Für den gezinkten Würfel gilt:

   $$P(\{1\}) = P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = \frac{1}{6} \wedge P(\{5\}) = \frac{1}{4}.$$

   a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 7.
   b) Die beiden Würfel werden zwanzigmal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt die Augensumme 7 genau zweimal auf?
   c) Wie oft müssen die beiden Würfel mindestens geworfen werden, damit die Augensumme 7 mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % mindestens einmal auftritt?
   d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf mindestens einer der Würfel eine 4 zeigt?