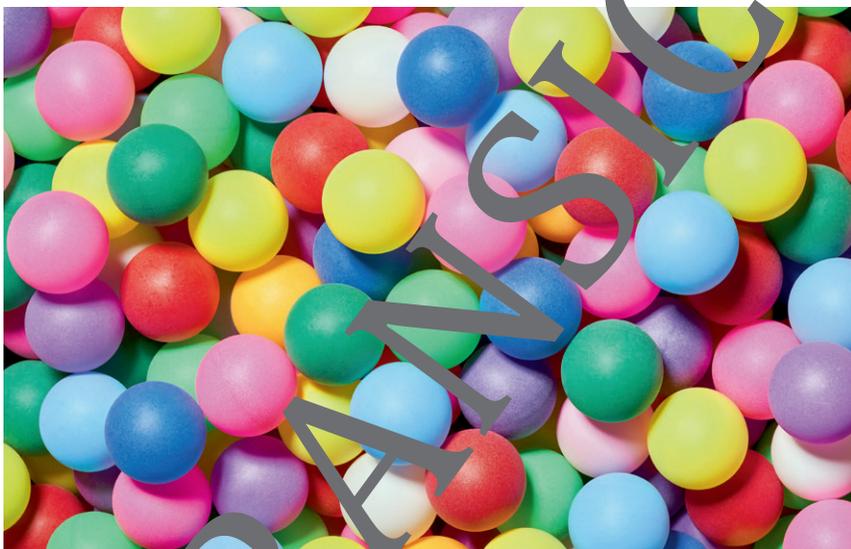


# Ereignisse und Mengen – Urnen und weiterführende Modelle

Alfred Müller, Coburg

Illustrationen von Mona Hitzenauer



© Yagi Studio/Digital Division

Urnenmodelle, Lose und Lotterien – welche Ereignisse können mit welcher Wahrscheinlichkeit eintreten? Die Jugendlichen zeichnen zur Lösungsfindung Baumdiagramme zu komplexeren Zufallsexperimenten, bestimmen Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln, Bernoulli-Ketten oder der Binomialverteilung und wenden die Gesetze der Mengenalgebra an. Innerhalb des Beitrags wird Ihnen dabei gezielt angeboten, Lernstärkerer oder interessanter Jugendliche zu fördern oder auch die Mengenalgebra im Unterricht zu vertiefen.

# Ereignisse und Mengen – Grundlagen und Weiterführendes

## Oberstufe (grundlegend, weiterführend)

Alfred Müller, Coburg

Illustrationen von Mona Hitzzenauer

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M 1 Urnen, Lose und Lotterie</b>	<b>2</b>
<b>M 2 Mengenalgebra</b>	<b>4</b>
<b>Lösungen</b>	<b>5</b>

### Die Schüler und Schülerinnen lernen:

u. a. Sachaufgaben in Urnenmodelle zu übertragen, passende Baumdiagramme zu zeichnen, Ereigniswahrscheinlichkeiten zu bestimmen und Gesetze der Mengenalgebra anzuwenden. Die Aufgaben fördern insbesondere die Kompetenzen „mathematisch Modellieren“ (K3) und „Probleme mathematisch lösen“ (K2), da die Jugendlichen erkennen müssen, welches Modell am besten zur Lösung passt bzw. zu einer einfachen Gestaltung der Lösung beiträgt.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

**Ab** Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Urnen, Lose und Lotterie	M1	Ab
Mengenalgebra	M2	Ab

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Ereignisalgebra und Mengenalgebra, Urnenmodelle des Ziehens ohne und mit Zurücklegen, Baumdiagramme und Pfadregeln, Bernoulli-Kette und Binomialverteilung

**Medien:** GTR/CAS, GeoGebra

**Kompetenzen:** Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

© RAABE 2021

## Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

## M 1 Urnen, Lose und Lotterie

1. Eine Urne A enthält drei weiße und sieben blaue (sonst gleichartige) Kugeln.
  - a) Man entnimmt der Urne drei Kugeln ohne Zurücklegen.
    - (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden drei Kugeln der gleichen Farbe gezogen?
    - (2) Sind die Ereignisse  $E_1$ : „Die erste gezogene Kugel ist blau“ und  $E_2$ : „Die zweite gezogene Kugel ist weiß“ stochastisch unabhängig?
  - b) Nun wird mit Zurücklegen gezogen.
    - (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man beim  $n$ -ten Zug die erste blaue Kugel?
    - (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von  $n$  gezogenen Kugeln zwei weiß und drei blau?
    - (3) Es wird 25-mal gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man eine weiße Kugel beim ersten und beim letzten Zug und dazwischen noch zwei weiße Kugeln?
    - (4) Es wird 50-mal gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man höchstens zehn weiße Kugeln?
    - (5) Wie oft muss man mindestens ziehen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99,5 % wenigstens eine weiße Kugel zu erhalten?
  - c) Zusätzlich zur Urne A wird eine Urne B verwendet, die zuerst vier blaue und sechs weiße Kugeln der gleichen Art wie in A enthält. Man zieht aus der Urne A eine Kugel und gibt diese unbeschriftet in die Urne B. Nach dem Durchmischen wird aus dieser eine Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese weiß?



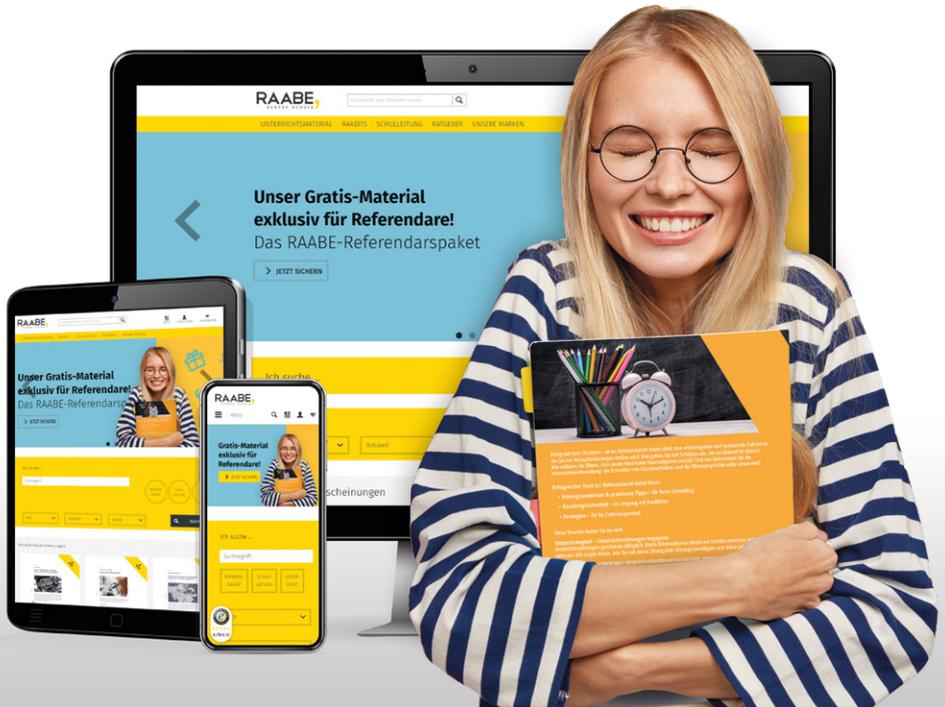
**Tipp:** Zeichnen Sie eine Skizze, die das Experiment darstellt und anschließend ein Baumdiagramm.

2. Bei einem Glücksspiel befinden sich in einer Urne acht gleichartige Kugeln, fünf weiße und drei schwarze. Wird eine Kugel gezogen, legt man diese und zwei der gleichen Farbe zurück in die Urne. Nach drei Zügen hat man gewonnen, wenn mehr schwarze als weiße Kugeln in der Urne sind. Bei einem Einsatz von 2 € erhält man bei einem Gewinn 10 € ausbezahlt, bei gleicher Anzahl weißer und schwarzer Kugeln genau ein FreiSpiel. Ist dieses Spiel fair?



**Tipp:** Zeichnen Sie ein Baumdiagramm, das zeigt, wie sich der Urneninhalt verändern kann.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent\*innen**
  - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
  - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**