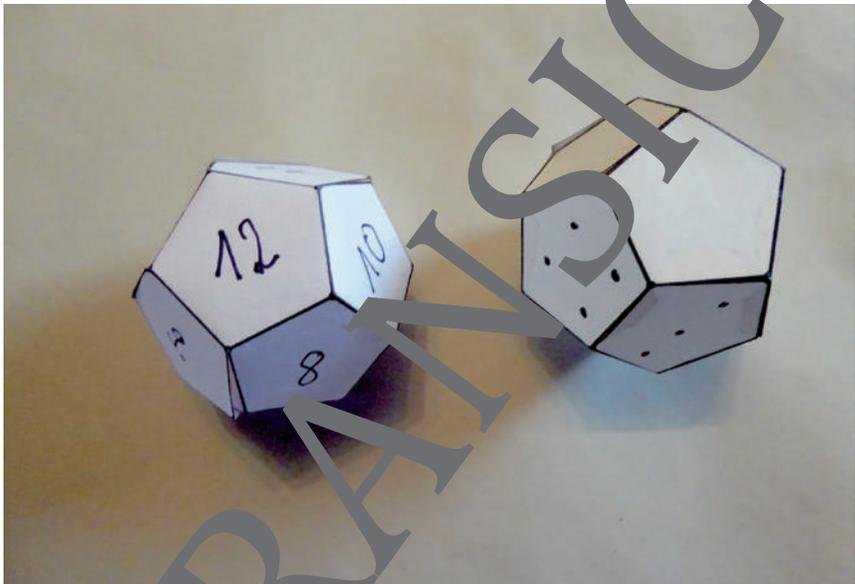


# Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – Würfeln mit einem Dodekaeder

von Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber



*Bild: Günther Weber*

Im vorliegenden Beitrag werden die Zahlen eines fairen Dodekaeders benutzt, um Ereignismengen zu bestimmen und Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln. Auf die Ereignismengen wenden die Jugendlichen bestimmte Mengenoperationen an, die sich auch bei der Berechnung von bedingten Wahrscheinlichkeiten wiederfinden. Mithilfe eines zweifachen Dodekaeders spielen die Lernenden „Bingo“. Dabei werden unter Benutzung von Baumdiagrammen und Übergangsmatrizen die Wahrscheinlichkeiten, Ereignisse und Ergebnisse dieses Spiels untersucht. Derartige und weitere vielfältigere Aufgaben schulen den mathematischen Umgang der Lernenden mit den Begriffen der Stochastik.

# Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – Würfeln mit einem Dodekaeder

## Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

von Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber und Mona Hitzenauer

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M 1 Bastelvorlage Dodekaeder</b>	<b>4</b>
<b>M 2 Mengenoperationen</b>	<b>5</b>
<b>M 3 Aufgaben</b>	<b>6</b>
<b>Lösungen</b>	<b>11</b>

## Die Schülerinnen und Schüler lernen

die Mengenoperationen (Komplementär-, Vereinigungs- und Schnittmenge) auf vorher bestimmte Ereignismengen anzuwenden und diese zur Berechnung von bestimmten Wahrscheinlichkeiten zu nutzen. Ebenso verwenden sie die Pfadregeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in zwei- bzw. mehrstufigen Zufallsexperimenten bei einem Spiel. Wird die Anzahl der Würfelaugen beim Spiel größer, so führen die Lernenden die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mithilfe einer Übergangsmatrix durch. Vergrößert sich die Anzahl der Laplace-Zufallsexperimente, so setzen die Jugendlichen die Formel von Bernoulli ein. Ebenso überprüfen sie bei einem Laplace-Zufallsexperiment, ob ein durchgeführtes Spiel fair ist.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

**Ab** Arbeitsblatt      **Info** Informationsblatt

Thema	Material	Methoden
Bastelvorlage Dodekaeder	M1	Ab
Mengenoperationen	M2	Info
Aufgaben	M3	Ab 

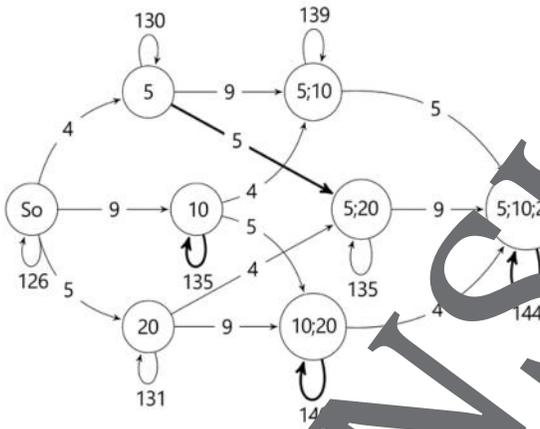
## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Mengenoperationen, Ereignismengen, Baumdiagramme, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Übergangsdigramm und Übergangsmatrix, Bernoulli-Experiment, faires Spiel

**Medien:** GTR/CAS, Tabellenkalkulation

**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

6. Im nachfolgenden Übergangsdiagramm geben die Zustände die gestrichenen Zahlen und daher auch die Anzahl der gestrichenen Zahlen auf dem Bingodreieck an. Die Wahrscheinlichkeiten an den Übergängen sind Brüche mit dem **Nenner 144**. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde jeweils auf den Nenner des Bruches **144** und nur der **Zähler** angegeben.



Grafik: Mona Hitznauer

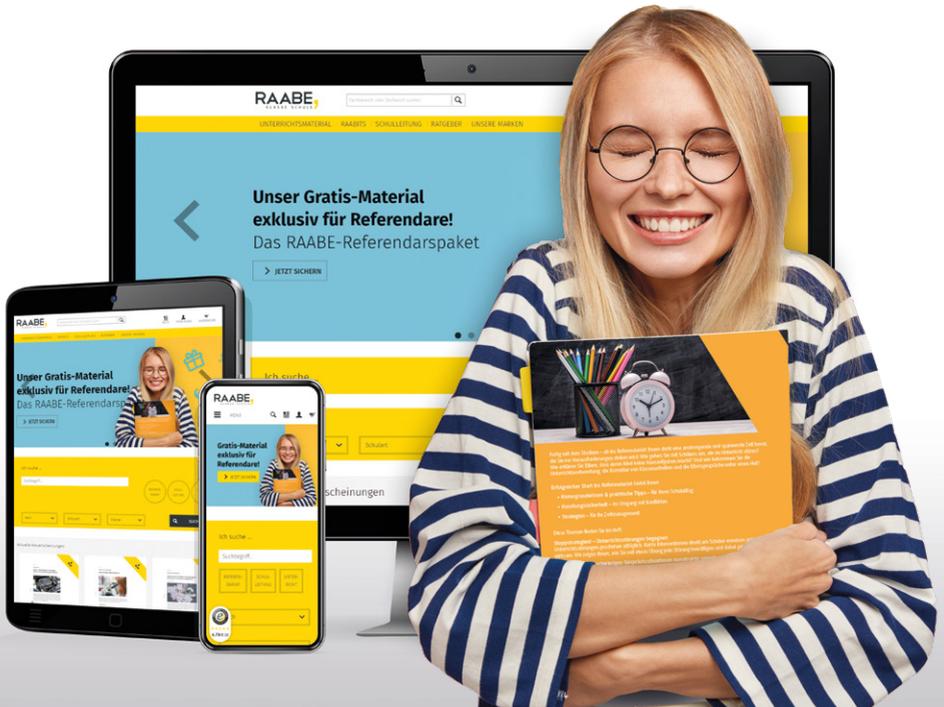
- Erklären Sie die Wahrscheinlichkeiten an den fett markierten Übergängen.
- Erstellen Sie die zum Übergangsdiagramm gehörige Übergangsmatrix  $M$  und berechnen Sie ausgehend vom Startvektor  $v_0$  (siehe rechts) die Wahrscheinlichkeit, dass nach genau drei Würfeln keine Zahl, eine Zahl, zwei Zahlen oder drei Zahlen gestrichen werden. Vergleichen Sie diese Ergebnisse mit den Ergebnissen aus Aufgaben-til 5c).

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} P_0(\{\text{So}\}) \\ P_0(\{5\}) \\ P_0(\{10\}) \\ P_0(\{20\}) \\ P_0(\{5;10\}) \\ P_0(\{5;20\}) \\ P_0(\{10;20\}) \\ P_0(\{5;10;20\}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Tipp:** Verwenden Sie für diese und für die nachfolgenden Teilaufgaben ein Tabellenkalkulationsprogramm (z. B. auf dem Smartphone oder dem PC) oder einen geeigneten Taschenrechner.

- Berechnen Sie mithilfe der Übergangsmatrix die Wahrscheinlichkeiten, dass man nach genau vier Würfeln keine, eine, zwei oder drei der Zahlen gestrichen hat.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent\*innen**
  - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
  - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**