

# Urnenmodelle und Ereigniswahrscheinlichkeiten – Übungsaufgaben

von Alfred Müller

Illustrationen von Mona Hitzeneauer



© VikaRayu/iStock/Getty Image Plus

In diesem Beitrag dreht sich alles um das Thema Urnen. Die Jugendlichen lernen, welchen Einfluss das Anordnen der Kugeln oder das gleichzeitige Ziehen auf Wahrscheinlichkeiten hat. Der Beitrag bietet auf allen Niveaustufen einfache bis komplexe Aufgaben aus den Themenbereichen Kombinatorik, Ereigniswahrscheinlichkeiten, Zufallsvariablen, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Bernoulli-Ketten und Binomialverteilung, sodass ein leistungsgerechtes und motivierendes Lernen ermöglicht wird.

# Urnenmodelle und Ereigniswahrscheinlichkeiten

## Übungsaufgaben

### Oberstufe (grundlegend)

von Alfred Müller

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M1 Aufgaben</b>	<b>2</b>
<b>Lösungen</b>	<b>7</b>

### Die Schülerinnen und Schüler lernen:

zwischen den Urnenmodellen mit/ohne Zurücklegen bzw. mit/ohne Reihenfolge zu unterscheiden. Sie wenden einfache bis komplexe kombinatorische Überlegungen, bedingte Wahrscheinlichkeiten, die Binomialverteilung bzw. den Binomialkoeffizienten und Baumdiagramme mit den Pfadregeln zur Bestimmung von Ereigniswahrscheinlichkeiten an. Die Jugendlichen modellieren Zufallsvariablen und berechnen deren Erwartungswert sowie Varianz und Standardabweichung.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M1	AB

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Kombinatorik, Ereigniswahrscheinlichkeiten, Baumdiagramme, Pfadregeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Zufallsvariablen, Binomialverteilung, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung

**Medien:** TR

**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

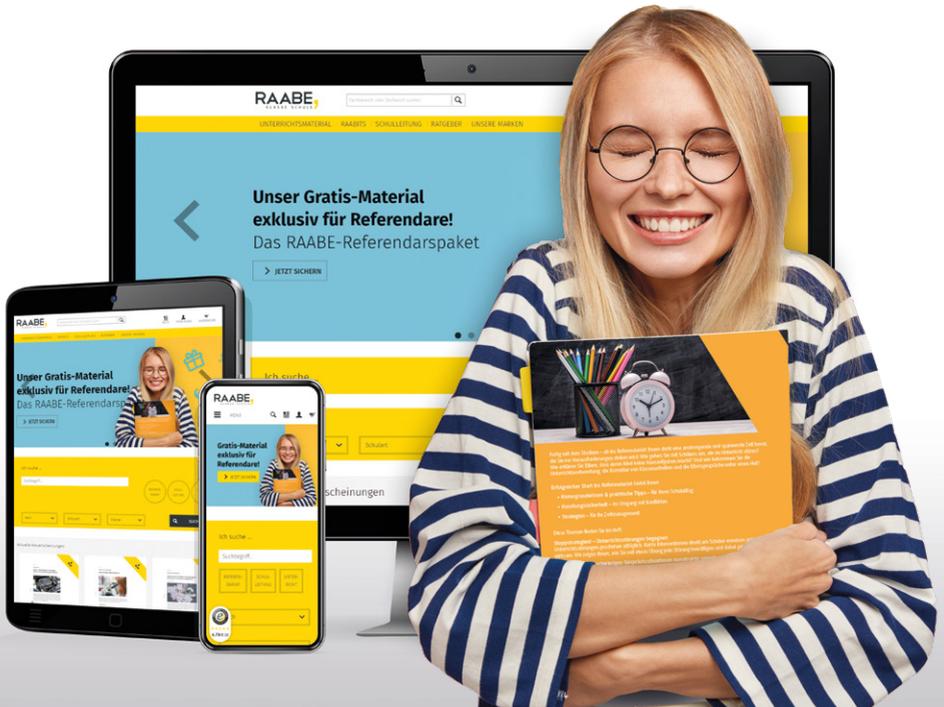
## Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	
	Dieses Symbol markiert Einzelarbeit.	
	Dieses Symbol markiert Tipps.	

9. In einer Urne befinden sich eine Kugel mit der Ziffer 1, zwei Kugeln mit der Ziffer 2, drei Kugeln mit der Ziffer 3 und vier Kugeln mit der Ziffer 4. 
- Bei einem Spiel wird eine Kugel gezogen. Die Ziffer der gezogenen Kugel wird als Gewinn ausbezahlt. Berechnen Sie den durchschnittlichen Gewinn pro Spiel.
  - Es werden mit einem Griff zwei Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Produkt der beiden Ziffern gerade ist?
  - Es wird so lange eine Kugel mit Zurücklegen gezogen, bis zum ersten Mal eine gerade Ziffer gezogen wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal gezogen werden muss?
  - Es werden mit einem Griff vier Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Kugeln mit der Ziffer 2 gezogen werden?  
Bestimmen Sie die gesuchten Werte.

10. In einer Urne befinden sich 56 Kugeln, davon sind  $x$  Kugeln weiß,  $2x$  Kugeln rot und die restlichen Kugeln schwarz ( $x \in \mathbb{N}_0$ ). 
- Geben Sie den zulässigen Wertebereich für  $x$  an.
  - Es sei nun  $x = 10$ . Man zieht gleichzeitig drei Kugeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind
    - alle Kugeln gleichfarbig,
    - alle Kugeln verschiedenfarbig?
 Bestimmen Sie die gesuchten Wahrscheinlichkeiten.
  - Es werden gleichzeitig zwei Kugeln gezogen.
    - Geben Sie die Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von  $x$  dafür an, dass beide Kugeln gleichfarbig sind.
    - Ermitteln Sie, für welches  $x$  diese Wahrscheinlichkeit minimal wird.
    - Ermitteln Sie, für welches  $x$  diese Wahrscheinlichkeit maximal wird.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent\*innen**
  - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
  - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**