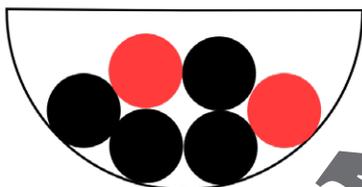


# Simulation von Urnenmodellen – beliebige Aufteilungen von Kugeln

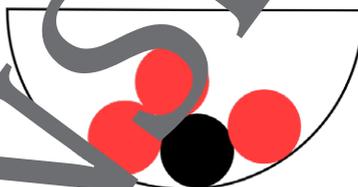
Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber und Mona Hitznauer

Urne 1



Urne 2



Grafik: Günther Weber

Die Analyse von Urnenmodellen stellt ein wesentliches Konzept innerhalb der Stochastik dar. Dieser Beitrag ermöglicht Ihren Schülerinnen und Schülern zum einen, auf klassische Weise anhand von Baumdiagrammen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses zu bestimmen und als Beispiel eine Formel zu entwickeln. Darüber hinaus simulieren die Lernenden für bestimmte Aufteilungen der Urnen mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis. Dadurch ermöglichen Sie Ihren Schülerinnen und Schülern einen alternativen, entdeckenden Zugang zu dieser wichtigen Thematik...

# Simulation von Urnenmodellen – beliebige Aufteilungen von Kugeln

## Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber und Mona Hitznauer

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M1 Aufgaben</b>	<b>4</b>
<b>Lösungen</b>	<b>9</b>

## Die Schülerinnen und Schüler lernen

mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis zu bestimmen und aus Beispielen eine Formel zu entwickeln. Sie simulieren für bestimmte Belegungen der Urnen mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms (z. B. *Excel*) die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis und lesen das Maximum der Wahrscheinlichkeit ab. Bei weiteren Ereignissen berechnen sie bei allen möglichen Kugelbelegungen die Wahrscheinlichkeiten mithilfe der hergeleiteten Formel. Die Lernenden untersuchen die Wahrscheinlichkeiten auf Gesetzmäßigkeiten und beweisen diese. Ebenso festigen die Lernenden ihr Können und Wissen über die Bestimmung von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten durch Aufzählen der zugehörigen Elementarereignisse und der Binomialverteilung. Abschließend verallgemeinern sie ihr Kenntnis über die Gesetzmäßigkeiten auf den allgemeinen Fall.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

**Ab** Arbeitsblatt

Thema	Material	Methoden
Aufgaben	M1	AB

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Baumdiagramm, Simulation, Laplace-Wahrscheinlichkeit, Maximum, bedingte Wahrscheinlichkeit, lineare Funktionen, Binomialverteilung

**Medien:** GTR/CAS, GeoGebra, Tabellenkalkulation

**Kompetenzen:** Mathematisch argumentieren und Beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

## Erklärung zu den Symbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau



3. Das Zahlenpaar  $(r;s)$  gibt die Anzahl der roten bzw. schwarzen Kugeln in Urne  $U_1$  an. Für die einzelnen Zahlenpaare gibt die folgende Tabelle die Wahrscheinlichkeiten dafür an, dass das Ereignis  $E =$  „Die gezogene Kugel ist rot“ eintritt.

		Anzahl der roten Kugeln in $U_1$					
		0	1	2	3	4	5
Anzahl der schwarzen Kugeln in $U_1$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{13}{18}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{2}$
	1	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{23}{42}$	$\frac{13}{21}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$
	2	$\frac{5}{16}$	$\frac{19}{42}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{5}{14}$
	3	$\frac{5}{14}$	$\frac{11}{21}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{19}{42}$	$\frac{5}{16}$
	4	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{23}{42}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{18}$
	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{9}{14}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{13}{18}$	$\frac{1}{4}$

© RAABE 2022

- a) Nennen Sie zwei Beispiele für folgende Gesetzmäßigkeiten und beweisen Sie diese mit der Formel aus Aufgabe 1c):
- Die Summe der roten und schwarzen Kugeln in Urne  $U_1$  gleich 5, so beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine rote Kugel aus der beliebig gewählten Urne zu ziehen gleich 0,5.
  - Ist die Anzahl der roten und schwarzen Kugeln in Urne  $U_1$  gleich und ist die Urne nicht leer, so beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine rote Kugel aus der Urne zu ziehen gleich 0,5.
- Die Summe der Wahrscheinlichkeiten für das Ereignis  $E$  bei zwei verschiedenen Zahlenpaaren, bei denen eine Kugelfarbe nicht vorkommt und die gleich viele Kugeln enthalten, ist gleich 1.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen mit  
bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**