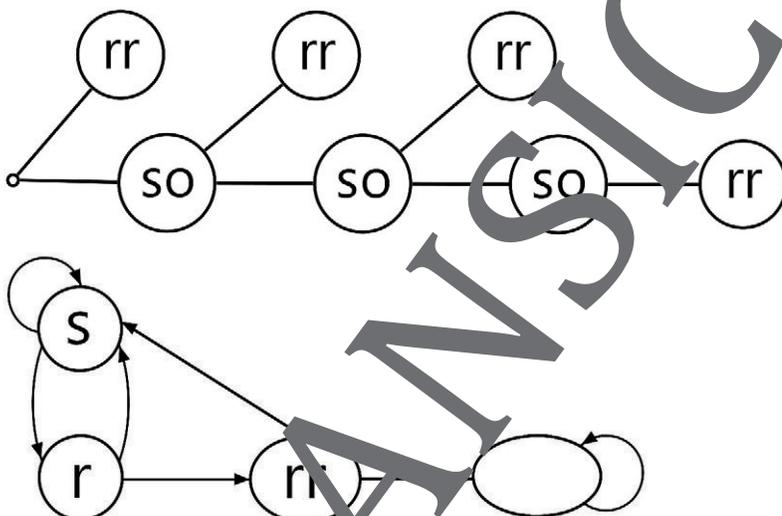


# Stochastische Prozesse – Untersuchung von variablen Urneninhalten

Ein Beitrag von Günther Weber



Grafik: Mona Hitznauer

Das Ziehen von Kugeln aus einer Urne zählt zu den oft benutzten Zufallsexperimenten im Stochastikunterricht. Neben den Standardaufgaben der Ziehung mit und ohne Zurücklegen untersuchen die Jugendlichen in diesem Beitrag, was passiert, wenn mehrere Kugeln gezogen werden und der Urneninhalt, abhängig von den gezogenen Kugeln, verändert wird. Dadurch ergeben sich neue spannende Problemstellungen im Bereich der stochastischen Prozesse. Zudem ermitteln die Schülerinnen und Schüler mithilfe der Matrizenrechnung, wie oft eine Kugel mit Zurücklegen gezogen werden muss, bis ein bestimmtes Ereignis eintritt.

# Stochastische Prozesse – Untersuchung von variablen Urneninhalten

## Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

Illustrationen von Mona Hitznauer

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M1 Aufgaben</b>	<b>3</b>
<b>Lösungen</b>	<b>7</b>

## Die Schülerinnen und Schüler lernen...

beim Zufallsexperiment „Ziehen aus einer Urne“ mit und ohne Zurücklegen (bedingte) Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte mithilfe von Baumdiagrammen und Pfadregeln zu bestimmen. Werden die Baumdiagramme unübersichtlicher, so findet die Berechnung durch ein Übergangdiagramm und eine Übergangsmatrix statt. Zudem untersuchen die Jugendlichen, was passiert, wenn die Anzahl der Kugeln in der Urne durch Zulegen weiterer Kugeln erhöht wird.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

**Ab** Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M1	Ab

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Baumdiagramm, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Binomialverteilung, Erwartungswert, faires Spiel, Übergangdiagramm und -matrix, Monotonie, Simulation

**Medien:** GTR/CAS, Tabellenkalkulation

**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

## Erklärung zu den Symbolen



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

2. In einer Urne liegen 3 rote und 3 schwarze Kugeln.
- a) Mit einem Griff werden zwei Kugeln zufällig aus der Urne gezogen. Sind die beiden Kugeln rot, so endet die Ziehung; ansonsten werden die beiden Kugeln zurückgelegt. Anschließend wird eine schwarze Kugel durch eine rote Kugel ersetzt. Es folgt eine weitere Ziehung zweier Kugeln mit einem Griff. Sind die beiden Kugeln rot, so endet die Ziehung. Ansonsten werden die beiden Kugeln zurückgelegt und wieder eine schwarze Kugel durch eine rote Kugel ersetzt. Das Ziehen endet, wenn zwei rote Kugeln gezogen wurden. Bestimmen Sie den Erwartungswert der Ersetzungen.

- b) Aus der Urne mit 3 roten und 3 schwarzen Kugeln wird mit Zurücklegen eine Kugel gezogen und die Farbe notiert. Die Anzahl der Kugeln der gezogenen Farbe wird verdreifacht und anschließend wieder eine Kugel gezogen und die Farbe festgestellt.

Es sei  $X$  die Anzahl der gezogenen roten Kugeln.

- (i) Bestimmen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsvariable  $X$ .

Die Anzahl der Kugeln der gezogenen Farbe wird verdreifacht.

- (ii) Bestimmen Sie  $k$  so, dass die Wahrscheinlichkeit für

- zwei gleichfarbige Kugeln größer als 0,75 ist,
- zwei verschiedenfarbige Kugeln kleiner als 0,25 ist.

- (iii) Überprüfen Sie, ob es  $k$  gibt, sodass die Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugeln gleich der Wahrscheinlichkeit für zwei verschiedenfarbige Kugeln ist.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen mit  
bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**