

# Wahrscheinlichkeit und Länderflaggen – Anwendungsaufgaben zur Stochastik

Ein Beitrag von Günther Weber



© Wikimedia Commons [Leemayre] [alt]

In diesem Text werden Zufallsexperimente gänzlich ohne Spielwürfel, Urnen und Glücksräder durchgeführt. Unter anderem anhand der Nationalflaggen der 27 EU-Mitgliedsstaaten berechnen Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern varianten- und abwechslungsreich diverse Ereigniswahrscheinlichkeiten. Zur Lösung der Aufgaben setzen die Jugendlichen die hypergeometrische Verteilung, die Binomialverteilung, Sigma-Intervalle und weitere stochastische Modelle ein. Die etwas andere Art der Zufallsexperimente ist besonders motivationsfördernd und stärkt neben den mathematischen auch die sozialen und gesellschaftlichen Fähigkeiten der Lernenden.

# Wahrscheinlichkeit und Länderflaggen – Anwendungsaufgaben zur Stochastik

## Oberstufe (grundlegend)

von Günther Weber

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M1 Informationen zu den EU-Staaten</b>	<b>4</b>
<b>M2 Aufgaben</b>	<b>8</b>
<b>Lösungen</b>	<b>11</b>

## Die Schülerinnen und Schüler

Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe von teils komplexen Baumdiagrammen zu bestimmen. Die Lernenden festigen ihr Können und Wissen über die Bestimmung von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten, indem sie zugehörige Elementarereignisse auszählen. Anhand der Binomialverteilung berechnen sie Wahrscheinlichkeiten und schätzen mithilfe der Sigmaregeln Anzahlen. Außerdem berechnen sie bei mehrmaligem Ziehen ohne Zurücklegen Wahrscheinlichkeiten mittels der hypergeometrischen Verteilung. Die Schülerinnen und Schüler simulieren bestimmte Ereignisse mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms und vergleichen die simulierten Ergebnisse mit den berechneten Wahrscheinlichkeiten.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

**Ab** Arbeitsblatt    **Info** Informationsblatt

Thema	Material	Arbeitsmethode
Informationen zu den EU-Staaten	M1	Info
Aufgaben	M2	Ab

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Ziehen mit und ohne Zurücklegen, Baumdiagramme, kombinatorische Überlegungen, hypergeometrische Verteilung, Binomialverteilung, Sigma-Intervall

**Medien:** GTR/CAS, Excel

**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischer, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K1)

## Erklärung zu Differenzierungssymbolen

 einfaches Niveau	 mittleres Niveau	 schwieriges Niveau
---	---	---

Griechenland	1981		2 : 3
Irland	1973		1
Italien	1958		2 : 3
Kroatien	2013		1 : 2
Lettland	2004		1 : 2
Litauen	2004		3 : 5
Luxemburg	1958		3 : 5
Malta	2004		2 : 3

Bilder: Wikimedia Commons [gemeinfrei gestellt]

**Anmerkung:** Die Berechnungen von Aufgabe 4 können mithilfe der hypergeometrischen Verteilung durchgeführt werden

Entnimmt man aus einer Urne mit  $N$  Kugeln, von denen  $M$  Kugeln schwarz und  $N-M$  Kugeln nicht schwarz sind, eine Stichprobe von  $n$  Objekten ohne Zurücklegen und gibt die Zufallsvariable  $X$  die Anzahl der schwarzen unter den  $n$  gezogenen Kugeln an, so gilt:

$$P(X = k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}} \text{ für } k = 1, \dots, n \quad (M \leq n \leq N)$$

Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser Form nennt man **hypergeometrische Verteilung**.

4. Es wird ein Drittel der Flaggen zufällig aufgenommen.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Flaggen mit einem Seitenverhältnis von  $\frac{1}{2}$  und genau vier mit einem Seitenverhältnis von  $\frac{2}{3}$  aufgenommen werden.
  - Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Flaggen von Staaten, die zwischen den Jahren 1980 und 2000 und genau fünf Staaten, die nach dem Jahr 2000 der EU beigetreten sind, ausgewählt wurden.
  - Simulieren Sie Aufgabe 4a) mithilfe der Datei „Simulation Ziehung von 9 Flaggen.xlsx“ 1000-mal und vergleichen Sie die relative Häufigkeit mit der Wahrscheinlichkeit aus Aufgabe 4a). Die Simulation lässt sich mit „0“ im roten Feld zurücksetzen und mit „1“ starten.

Bei den folgenden Aufgaben liegt eine Flagge der EU-Staaten verdeckt auf einem Tisch. Es wird eine Flagge aufgenommen, ein Merkmal dieser Flagge notiert und die Flagge wieder zurückgelegt. Anschließend wird die Lage der Flaggen so verändert, dass die Lage der zuvor gezogenen Flagge nicht mehr bekannt ist.

5. Bestimmen Sie die minimale Anzahl von Auswahlen, die notwendig ist, damit man mit mindestens 95 %-iger Sicherheit mindestens einmal eine Flagge, die genau einen blauen Streifen enthält, auswählt.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen mit  
bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**