

Wahrscheinlichkeiten bei einer Kugelpyramide – Anwendungsaufgaben zur Stochastik

Ein Beitrag von Günther Weber



Foto: Günther Weber

Pyramiden sind Schülern und Schülern als geometrische Körper bzw. aus dem alltäglichen Leben bekannt. Setzt man eine Pyramide aus Kugeln zusammen und versieht die einzelnen Kugeln auf der Oberfläche (Mantelfläche) der Pyramide jeweils mit einem Punkt, so bieten die besetzten Kugeln die Grundlage für unterschiedliche Zufallsexperimente.

Zur Lösung der Aufgaben setzen die Jugendlichen (vereinfachte) Baumdiagramme, bedingte Wahrscheinlichkeiten, die Binomialverteilung oder Sigma-Intervalle ein. Zudem überprüfen sie, ob zwei Ereignisse stochastisch abhängig oder unabhängig sind; sie testen Hypothesen und berechnen den Fehler 2. Art beim Hypothesentest.

Wahrscheinlichkeiten bei einer Kugelpyramide

Anwendungsaufgaben zur Stochastik

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Ein Beitrag von Günther Weber

Hinweise	1
M1 Beschreibung der Kugelpyramide	4
M2 Aufgaben	5
Lösungen	9

Die Schülerinnen und Schüler

Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe von teils komplexen Baumdiagrammen zu bestimmen. Die Lernenden festigen ihr Können und Wissen über die Bestimmung von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten, indem sie für zugehörige Elementarereignisse die Wahrscheinlichkeiten auf unterschiedliche Arten bestimmen. Dies geschieht ebenso bei der Überprüfung auf stochastische (Un)Abhängigkeit zweier Ereignisse. Die Jugendlichen berechnen Erwartungswerte und überprüfen, ob ein Spiel fair ist. Anhand der Binomialverteilung berechnen sie Wahrscheinlichkeiten, schätzen mithilfe der σ -Regeln Anzahlen und überprüfen eine Hypothese. Für größere Kugelpyramiden leiten die Jugendlichen aus der Kugelanzahl Funktionen her. Mit diesen bestimmen sie die Höhe der Pyramide, sodass bestimmte Eigenschaften erfüllt sind.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

BA Bastelanleitung

BI Bildmaterial



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Beschreibung der Kugelpyramide	M1	BA, BI
Aufgaben	M1	BA, BI

Kompetenzprofil:

Inhalt: Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische (Un-)Abhängigkeit, Binomialverteilung, Erwartungswert, faires Spiel, Sigma-Intervall, Testen von Hypothesen, Bestimmen von Funktionswerten, Maximum

Medien: GTR/CAS, Excel

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Aufgaben

M2

1. Ein Laplace-Würfel wird geworfen. Mit der Würfelzahl wird eine Ausgangsschicht in der Pyramide ausgewählt, wobei die Anzahl der Kugeln einer Kante der Pyramidenschicht gleich der Würfelzahl ist. (siehe Abbildung in M1). Aus dieser Schicht wird zufällig eine Kugel gewählt (dabei handelt es sich, wie beim Würfeln ebenfalls um ein Laplace-Experiment, d.h. jede Kugel kann mit gleicher Wahrscheinlichkeit gezogen werden).
 - a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:
 - E1: Die Würfelzahl ist gerade und die Kugel hat genau zwei Punkte.
 - E2: Die Würfelzahl ist eine Primzahl und die Kugel hat keinen Punkt.
 - E3: Die Würfelzahl ist höchstens drei und die Kugel hat genau einen Punkt.
 - E4: Die Würfelzahl ist mindestens 4 und die Kugel hat mindestens einen Punkt.
 - E5: Die Würfelzahl ist eine 6, wenn die Kugel keinen Punkt hat.
 - E6: Die Würfelzahl ist gerade, wenn die Kugel genau zwei Punkte hat.
 - E7: Die Würfelzahl ist höchstens 4, wenn die Kugel höchstens einen Punkt hat.
 - b) Bestimmen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Punkte.
 - c) Es wird 10 Mal gewürfelt und aus der daraus resultierenden Schicht eine Kugel gezogen. Bestimmen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:
 - Genau 3 Mal wird eine Kugel mit genau 3 Punkten gezogen.
 - Höchstens 5 Mal wird eine Kugel mit keinem Punkte gezogen.
 - Mindestens 8 Mal wird eine Kugel mit genau 2 Punkten gezogen
 - Mehr als 3 Mal und weniger als 8 mal wird eine Kugel mit höchstens einem Punkt gezogen.

Bei einer zweiten Kugelpyramide mit sechs Schichten werden zusätzlich zu den Kugeln der Seitenflächen (also der Mantelfläche) auch noch die Kugeln der Grundfläche, insgesamt also die Oberfläche, mit einem Punkt versehen. Die einzelnen Kugeln der beiden Pyramiden werden anschließend getrennt in zwei Mänteln B_M (Kugeln der Pyramide mit gepunkteter Mantelfläche) und B_0 (Kugeln der Pyramide mit gepunkteter Oberfläche) gelegt.



Bild: Günther Weber

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de