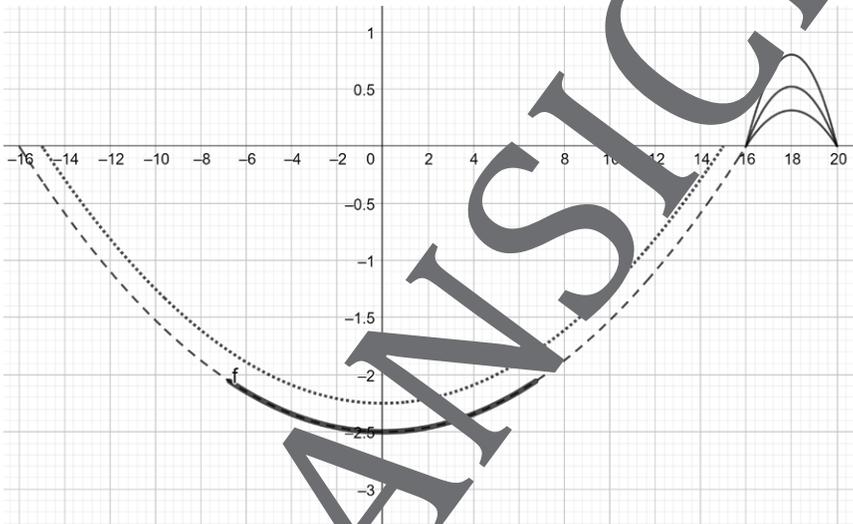


Parabeln und Wahrscheinlichkeiten bei der Umgestaltung eines Flussbettes

Günther Weber



Grafik: Günther Weber

Das vorliegende Material verknüpft die Inhaltsfelder Analysis und Stochastik miteinander, indem Aufgaben, die beide Themenbereiche abdecken, aufeinander aufbauen.

Bei der Planung der Neugestaltung eines Flussbettes müssen die vorhandenen Gegebenheiten und gewisse Bedingungen berücksichtigt werden. Mit den Werkzeugen der Differential- und Integralrechnung untersuchen Ihre Schülerinnen und Schüler die bestehenden Sachlagen und benutzen sie, damit die gestellten Forderungen erfüllt werden.

Im Rahmen der Neugestaltung soll an einer Straße neben dem Flussbett auch eine Werbetafel aufgestellt werden. Unterschiedliche Personengruppen, die die Straße benutzen, beachten die Werbung mehr oder weniger. Anhand der unterschiedlichen Beachtung der Werbung werden Aufgabenstellungen der Stochastik wie das Anwenden der Pfadmultiplikations- und Pfadadditionsregel, Berechnen von bedingten Wahrscheinlichkeiten oder die Anwendung der Binomialverteilung geübt. Benutzt werden hierzu Baumdiagramme und die Achtfeldertafel.

Parabeln und Wahrscheinlichkeiten bei der Umgestaltung eines Flussbettes

Oberstufe (grundlegend)

Günther Weber

Hinweise	1
M1 Aufgaben	3
Lösungen	7

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

ihr Können und Wissen über Ableitungs- und Integralfunktionen sowie Gleichungssysteme in einem konkreten, realitätsnahen Beispiel anzuwenden.

Zudem lernen sie anhand eines dreistufigen Baumdiagramms und einer Achtfeldertafel das Berechnen von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten sowie das Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Binomialverteilung.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab Arbeitsblatt

BA Bildanalyse



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M1	Ab

Kompetenzprofil:

Inhalt: ganzrationale Funktion 2. Grades, Scheitelpunktform der Parabel, bestimmtes Integral, knickfrei Baumdiagramm, Achtfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeit, Binomialverteilung

Medien: GTR/CAS, GeoGebra

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Im Bereich der Analysis kennen Ihre Schülerinnen und Schüler die Scheitelpunktform der Parabel. Zudem können sie Parabelfunktionen mithilfe der Potenz- oder Kettenregel ableiten und die Stammfunktion von Parabeln bestimmen. Das Lösen von linearen Gleichungssystemen bereitet ihnen keine Schwierigkeiten. Der Begriff „knickfrei“ muss nicht bekannt sein und kann vor der Bearbeitung der Aufgabe eingeführt und veranschaulicht werden.

Im Bereich der Stochastik kennen die Jugendlichen die Pfadregeln und können bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen. Ebenso ist das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Binomialverteilung und der Aufbau einer Vierfeldertafel bekannt.

Lehrplanbezug

Im Kernlernplan

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GoSt_Mathematik.pdf

(aufgerufen am 19.01.2023) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen: Im Inhaltsfeld Stochastik sind unter anderem folgende Kompetenzerwartungen aufgeführt:

Die Schülerinnen und Schüler ...

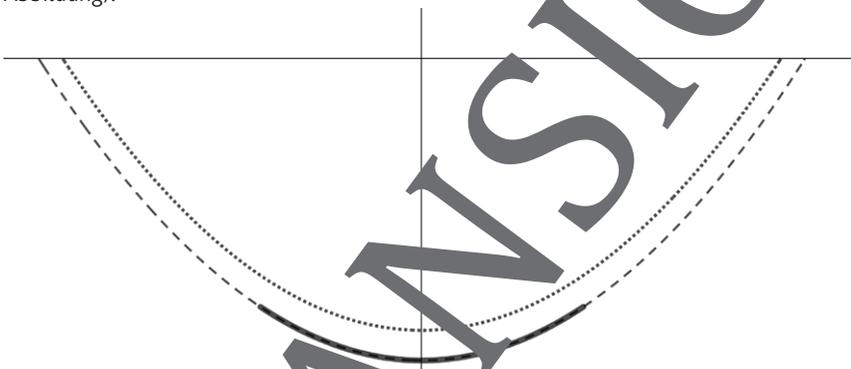
- modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen,
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten,
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln
- verwenden Bernoulli-Ketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente.

Die Inhaltsfelder Analysis und Stochastik sollen laut Kernlehrplan zudem nicht von Grund auf isoliert nebeneinander, sondern konzeptionell vernetzt betrachtet werden, z. B. durch übergreifende Konzepte wie der funktionale Zusammenhang. So spricht der vorliegende Beitrag nicht nur die Stochastik, sondern auch folgende Kompetenzen aus dem Bereich der Analysis an.

Aufgaben

M1

Ein 500 m langer fast geradliniger Flussabschnitt soll hinsichtlich Hochwasserschutzmaßnahmen neu gestaltet werden. In einem geeigneten Koordinatensystem kann das Querschnittsprofil des Flussbettes im gesamten Abschnitt näherungsweise durch die Funktion $p_1(x) = 0,01x^2 - 2,25$ ($1 \text{ LE} \hat{=} 1 \text{ m}$) beschrieben werden (siehe gestrichelte Profillinie in der nachfolgenden Abbildung). Das in der Nähe des Flusslaufs liegende Gelände kann durch die x-Achse dargestellt werden. Während der Umbauarbeiten wird der Fluss auf dem gesamten Abschnitt umgeleitet. Das neue Flussbett soll um 2 m verbreitert und um 25 cm vertieft werden (siehe gestrichelte Profillinie in der nachfolgenden Abbildung).



© RAABE 2023

Grafik: Günther Weber

1.
 - a) Geben Sie die Breite und die Tiefe des vorhandenen Flussbettes an.
 - b) Bestimmen Sie eine quadratische Funktion, die das neue Querschnittsprofil des Flussbettes angibt.

Das neue Flussbett soll an der Flusssohle durch eine Schicht mit größeren Steinen befestigt werden. Dies soll in dem Bereich geschehen, in dem die Steigung der Profillinie höchstens 7,5° beträgt (siehe dickere Linie in obiger Abbildung).

- c) Bestimmen Sie, wie viel Prozent der neuen Profillinie des Flusses durch größere Steine befestigt werden.

Hinweis: Für die Länge s des Graphen einer Funktion f über dem Intervall $[a; b]$

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

2. Das Flussbett soll an beiden Seiten durch einen 4 m breiten Damm, der durch eine Parabel angenähert werden kann, gegen das ebene Gelände abgegrenzt werden. Hierzu gibt es drei Vorschläge, für die jeweils die Gleichungen der Parabeln zu bestimmen sind:
- Vorschlag 1: Der Damm soll eine Höhe von 80 cm haben.
 - Vorschlag 2: Ein Drittel des ausgehobenen Materials ist für den Dammbau geeignet und soll für den Bau des Dammes verwendet werden.
 - Vorschlag 3: Das Profil des Dammes und das Flussbettprofil sollen knickfrei ineinander übergehen.
3. Entlang des Damms, der die rechte Seite des Flussbettes gegen das ebene Land abgrenzt, soll ein 1,2 m breiter Weg für Radfahrer:innen und Fußgänger:innen sowie Fußgänger gebaut werden. Am Weg soll eine Werbetafel aufgestellt werden. Aus einer Befragung von Personen an einem anderen Weg entlang des Flusses weiß man ungefähr, wie eine Werbetafel beachtet wird. Einige der Wahrscheinlichkeiten sind in dem Baumdiagramm auf der nächsten Seite eingetragen.
- Ergänzen Sie das Baumdiagramm auf der nächsten Seite.
 - Übertragen Sie die Wahrscheinlichkeiten in die nachfolgende Achtfeldertafel

	A		\bar{A}		Summe
	m	w	m	w	
R					
F					
Summe					

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
 - eine weibliche Person die Werbung nicht beachtet
 - eine Person (beliebiges Geschlecht) die Werbung beachtet
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
 - eine Rad fahrende Person männlich ist und die Werbung nicht beachtet
 - eine die Werbung beachtende Person eine Fußgänger:in ist.

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de