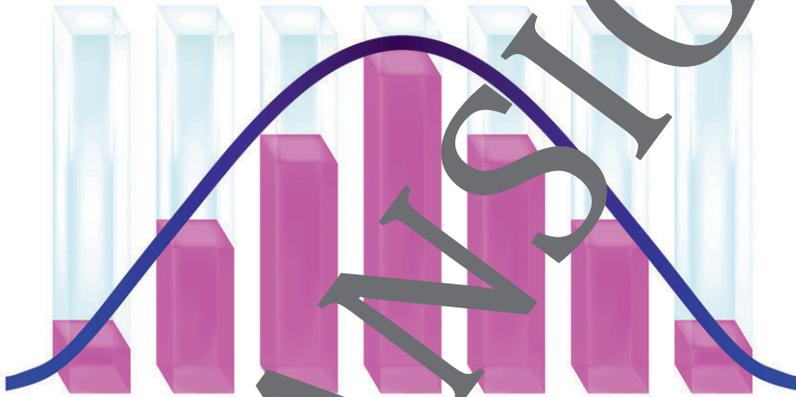


F.2.55

Binomialverteilung

Aufgaben zur Binomialverteilung – Zwillingengeburt, Tomahola und Zufallszahlen

Alfred Müller



© RAABE 2024

© petroudny / iStock / Getty Images Plus

Anhand einer Reihe von Teilaufgaben wenden Ihre Schülerinnen und Schüler ihr Wissen über die Binomialverteilung an. Sie bei müssen sie aus den Beschreibungen ableiten, welche Werte für die Berechnungen relevant sind und wie sie die Binomialverteilung anwenden müssen, um die gesuchten Wahrscheinlichkeiten zu bestimmen.

Das Ergebnis erhalten die Lernenden dann mithilfe von PC oder Taschenrechner oder durch Ablesen aus einem Tabellenwerk.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 10/11/12/13

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischer, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösekompetenz, Textkompetenz

Methoden: Computer- und Softwareeinsatz, Diskussion, Textarbeit

Thematische Bereiche: Binomialverteilung, Nutzung von Tabellenwerk, Nutzung von PC und Taschenrechner, Gegenwahrscheinlichkeit

Fachliche Hinweise

Die Schülerinnen und Schüler kennen das Konzept der Binomialverteilung und sind in der Lage, Aufgaben in Textform auf die Binomialverteilung zurückzuführen. Das eigentliche Lösen der Aufgaben erfolgt mithilfe von Wahrscheinlichkeitstabellen zur Binomialverteilung oder auch mithilfe von PC und/oder Taschenrechner.

Auf einen Blick

Aufgaben zur Binomialverteilung

M 1 Binomialverteilung – Überblick

M 2 Aufgaben

Benötigt:

- Tabellen (Binomialverteilung)
- Taschenrechner
- PC

Binomialverteilung – Überblick

M 1

Die Binomialverteilung ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, mit der sich eine Reihe von unabhängigen Versuchen beschreiben lässt, für die es jeweils genau zwei mögliche Ergebnisse gibt, die sich z. B. als „Erfolg“ und „Misserfolg“ beschreiben lassen. Die Wahrscheinlichkeit für einen „Erfolg“ wird dabei mit p bezeichnet, der „Misserfolg“ entspricht der Gegenwahrscheinlichkeit $1 - p$.

Beispiele für die Anwendung:

- Werfen von Münzen: „Zahl“ = „Erfolg“, „Wappen“ = „Misserfolg“ (oder umgekehrt)
- $p = 1 - p = 0,5$
- Werfen eines Würfels: Ergebnis 6 = „Erfolg“, alle anderen Zahlen = „Misserfolg“

$$p = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{Gegenwahrscheinlichkeit} = 1 - p = \frac{5}{6}$$

Mit der Binomialverteilung lässt sich die Frage klären, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, mindestens, höchstens oder genau k Erfolge bei einer Reihe von n Versuchen zu erzielen.

Genau k Erfolge bei n Versuchen und einer Erfolgswahrscheinlichkeit p :

$$B_p^n(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$$

Mindestens k Erfolge bei n Versuchen und einer Erfolgswahrscheinlichkeit p :

$$B_p^n(X \leq k) = B_p^n(X = 0) + B_p^n(X = 1) + \dots + B_p^n(X = k) = \sum_{i=0}^k B_p^n(X = i)$$

Anhand dieser Formeln lassen sich weitere Wahrscheinlichkeiten bestimmen.

Höchstens k Erfolge bei n Versuchen und einer Erfolgswahrscheinlichkeit p :

Verwendung der Gegenwahrscheinlichkeit

$$B_p^n(X \geq k) = 1 - B_p^n(X < k)$$

Mindestens k und höchstens j Erfolge bei n Versuchen und einer Erfolgswahrscheinlichkeit p :

$$B_p^n(k \leq X \leq j) = B_p^n(X \leq j) - B_p^n(X < k)$$

Hinweis: Es ist wichtig, immer genau aufs Relationszeichen zu achten:

$$B_p^n(X < k) = B_p^n(X \leq k - 1)$$

Eine manuelle Berechnung kann abhängig von den Werten k und n sehr aufwendig sein. Daher empfiehlt sich der Einsatz von Computer oder Taschenrechner bzw. eines Tabellenkalkulators zur Binomialverteilung.

M 2 Aufgaben

1.
 - a) Die Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt beträgt in Deutschland $\frac{1}{4}$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat eine Familie mit
 - (i) drei Kindern nur Mädchen,
 - (ii) vier Kindern mehr Mädchen als Jungen,
 - (iii) fünf Kindern mindestens einen Jungen und mindestens ein Mädchen?
 - b) Die Wahrscheinlichkeit für eine Zwillingengeburt beträgt $1,25\%$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei den nächsten 50 Geburten in einem Krankenhaus wenigstens eine Zwillingengeburt auftritt?
 - c) Die Wahrscheinlichkeit, dass unter Zwillingen beide Kinder Mädchen sind, beträgt 35% . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter
 - (i) acht Zwillingspaaren die Hälfte,
 - (ii) unter 20 Zwillingspaaren mehr als 6 und weniger als 8 Mädchenpaare sind?
2.
 - a) Bertram bereitet sich auf eine Latein-Vokabel-Arbeit vor und weiß, dass er 75% der Vokabeln beherrscht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit weiß er von 20 Vokabeln
 - (i) mindestens 18,
 - (ii) höchstens 10?
 - b) Susi lernt Latein-Vokabeln mit Hilfe eines Computerprogramms und hat dabei eine Erfolgsquote von 95% . Mit welcher Wahrscheinlichkeit
 - (i) kennt sie von 50 Vokabeln höchstens fünf nicht,
 - (ii) ist die 50. Vokabel die fünfte, die sie nicht kennt?
3. 43% der Deutschen haben Blutgruppe A. Wenn sich n Personen rein zufällig zur Blutspende. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
 - a) hat erst der dritte Spender die Blutgruppe A,
 - b) ist der zehnte der Dritte mit der Blutgruppe A,
 - c) ist frühestens der fünfte der erste mit der Blutgruppe A?
4. Beim Schulfest des „Los-Glück-Gymnasiums“ werden Tombola-Lose verkauft, deren Gewinnwahrscheinlichkeit bei 25% liegt.
 - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt man mit 100 Losen höchstens zehnmal,
 - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt man mit 100 Losen mindestens 16-mal?
 - c) Die Lose werden auch im „Zehnerpack“ verkauft mit der Maßgabe, dass bei keinem Gewinn der Kaufpreis des Zehnerpacks zurückerstattet wird. Wie groß ist das Risiko für eine Rückerstattung?

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

