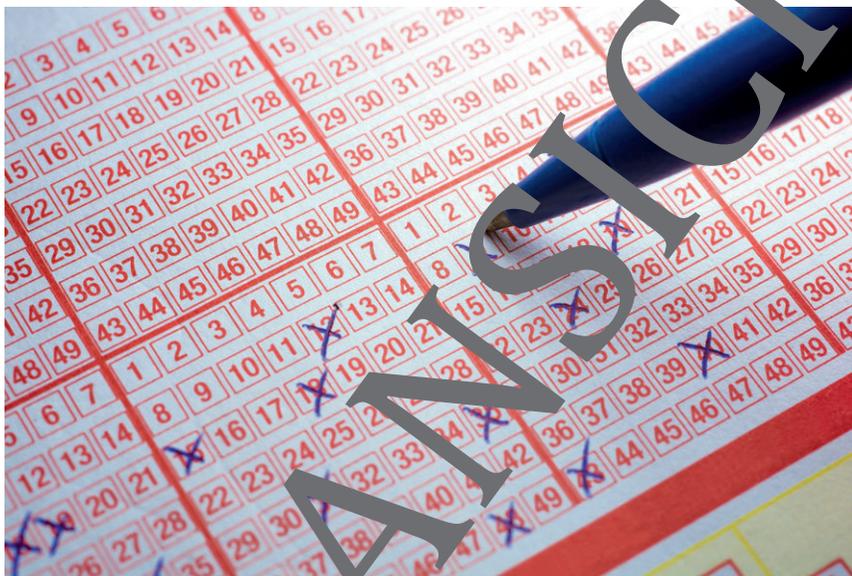


## C.1.45

### Laplace-Wahrscheinlichkeiten

## Aufgaben rund ums Lottospiel

Alfred Müller



© RAABE 2024

© Ralf Geithe / iStock / Getty Images Plus

Wer hat nicht schon mitgefebert, wenn am Mittwoch oder Samstag sechs Zahlen gezogen werden, die über Reihen imentscheiden können. Das Lottospiel 6 aus 49 ist angewandte Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung: Auf wie viele Arten können die Zahlen gezogen werden? Welche Wahrscheinlichkeiten ergeben sich daraus? Und wie wird die Superzahl mit einbezogen?

Damit, aber auch mit der Frage wie wahrscheinlich zwei oder drei aufeinander folgende Zahlen sind, in welcher Wahrscheinlichkeit das Geburtsdatum unter den Gewinnzahlen ist oder wie groß der Abstand zwischen der kleinsten und größten gezogenen Zahl ist, beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler in den Aufgaben dieses Materials.

## KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	10/11/12/13
<b>Kompetenzen:</b>	Analysekompetenz, mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Textkompetenz
<b>Methoden:</b>	Definition, Diagrammherstellung, Diskussion
<b>Thematische Bereiche:</b>	Kombinatorik, Baumgraphen, Gegenwahrscheinlichkeit

## Fachliche Hinweise

Die Schülerinnen und Schüler sind mit den Grundlagen der Kombinatorik vertraut und wissen, wie sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten bestimmen müssen. Ferner sind sie in der Lage, Aufgaben in Textform in mathematischer Weise vorzustellen.

## Auf einen Blick

### Aufgaben rund ums Lottospiel

M 1 Zum Lottospiel

M 2 Aufgabe

**Benötigt:**  Kartensammlung  
 Taschenrechner oder PC

### Erklärung zu den Symbolen



## Zum Lottospiel

Beim Zahlenlotto „6 aus 49“, bei dem in einem Spielfeld des Lottoscheins 6 der 49 Zahlen anzukreuzen sind, werden wöchentlich mittwochs und samstags sechs Gewinnklassen aus

den Zahlen 1 bis 49 gezogen. Das ist auf  $\binom{49}{6} = \frac{49!}{6! \cdot 43!}$  Arten möglich. Danach wird aus

den Zahlen 0 bis 9 eine Superzahl gezogen. Diese ist auf dem Lottoschein die letzte Ziffer der Losnummer des Spielscheins. Dies ist auf  $\binom{10}{1} = 10$  Arten möglich.

Beim Lottospiel gibt es neun Gewinnränge oder Gewinnklassen, für die im Folgenden die Gewinnwahrscheinlichkeiten angegeben sind.

### Mit Superzahl

Für die Gewinnklassen 1, 3, 5, 7, 9 von 6, 5, 4, 3, 2 richtig angekreuzten Zahlen mit Superzahl gilt:

$$P(Z=k) = \frac{\binom{6}{k} \cdot \binom{43}{6-k} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{9}{0}}{\binom{49}{6} \cdot \binom{10}{1}}, k=6,5,4,3,2$$

### Ohne Superzahl

Für die Gewinnklassen 2, 4, 6, 8 von 6, 5, 4, 3 richtig angekreuzten Zahlen ohne Superzahl gilt:

$$P(Z=k) = \frac{\binom{6}{k} \cdot \binom{43}{6-k} \cdot \binom{1}{0} \cdot \binom{9}{0}}{\binom{49}{6} \cdot \binom{10}{1}}, k=6,5,4,3$$

Dabei beträgt die (konstante) Wahrscheinlichkeit eines Treffers bzw. Nicht-Treffers bei der Superzahl

$$\text{Mit Superzahl: } \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{9}{0}}{\binom{10}{1}} = \frac{1}{10}; \text{ ohne Superzahl } \frac{\binom{1}{0} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{10}{1}} = \frac{9}{10}$$

## M 2 Aufgaben

1. Johannes kennt die in **M 1** angegebenen Gewinnwahrscheinlichkeiten.

- Er möchte das nächste Mal die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 tippen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt er in der Gewinnklasse 1?
- Er überlegt, bei welchem der beiden folgenden Verfahren er die größere Gewinnchance für mindestens einen Gewinn in der Gewinnklasse 1 hat:  
Er gibt für eine Ausspielung 100 verschiedene Tippreihen ab.  
Er gibt bei den nächsten zehn Ausspielungen zehn verschiedene Tippreihen ab.  
Interpretieren Sie die Ergebnisse.

2. Stefanie hat am 23. Oktober Geburtstag.

Sie interessiert sich für die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl ihres Geburtsmonats (des Tages) gezogen wird. Dazu stellt sie zuerst folgende Überlegungen an:  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass allgemein die Zahl  $k$  ihres Geburtsmonats (Geburstages)

- als erste der sechs Gewinnzahlen,
- als  $i$ -te Zahl ( $i \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ),
- in jeder der nächsten drei Ausspielungen gezogen wird?

Die Zahl  $k = 10$  ( $k = 23$ ) ihres Geburtsmonats (Geburstages) wird gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie

- die größte,
- die kleinste der sechs Gewinnzahlen ist?

3. Volker macht sich derweil andere Gedanken zum Lottospiel.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die sechs Gewinnzahlen in aufsteigender (fallender) Reihenfolge gezogen werden?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die sechs Gewinnzahlen gerade Zahlen sind?
- Welche Anzahl an geraden Zahlen unter den sechs Gewinnzahlen ist am wahrscheinlichsten?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Differenz zwischen der größten und der kleinsten der sechs Gewinnzahlen einen fixen Wert  $d$  besitzt?
- Für welchen Wert von  $d$  ist diese Wahrscheinlichkeit am größten?

# Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.  
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online  
14 Tage lang kostenlos!

[www.raabits.de](http://www.raabits.de)

