

C.1.46

Laplace-Wahrscheinlichkeiten

Spielerische Wahrscheinlichkeit – Fußball und Würfelspiel

Alfred Müller



© RAABE 2025

© Havana1234/ iStock / Getty Images Plus

Viele gängige Spiele lassen sich zumindest teilweise, mithilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung beschreiben. Wie wahrscheinlich ist der Eintritt einer bestimmten Spiel-Situation? Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt man? Wie viele Spiele muss man abschließen, um eine vorgegebene Mindestanzahl an Siegen zu erlangen?

Zwei Übungsblätter gehen diesen und weiteren Fragen am Beispiel des Fußballspiels sowie des Würfels nach. Dabei nutzen die Schülerinnen und Schüler ihr Wissen über Kombinatorik, Binomialverteilung oder bedingte Wahrscheinlichkeiten.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 10/11/12/13

Kompetenzen: Analysekompetenz, mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Textkompetenz

Methoden: Diagrammerstellung, Diskussion, Übung

Thematische Bereiche: Kombinatorik, Baumgraphen, Gegenwahrscheinlichkeit, Binomialverteilung, bedingte Wahrscheinlichkeit

Fachliche Hinweise

Die Schülerinnen und Schüler sind mit den Grundlagen der Kombinatorik vertraut und wissen, wie sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten bestimmen müssen. Sie können die Binomialverteilung anwenden und bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten. Ferner sind sie in der Lage, Aufgaben in Textform in mathematischer Weise darzustellen.

Auf einen Blick

Aufgaben rund um das Würfelspiel

M 1 Fußballspiel und Wahrscheinlichkeiten

M 2 Spiel mit mehreren Würfeln

Benötigt: ☐ Formelsammlung
☐ Taschenrechner oder PC

Fußballspiel und Wahrscheinlichkeiten

M 1

Für ein bevorstehendes Turnier muss der Trainer einen Mannschaftskapitän (bzw. Kapitän) und dessen Stellvertreter benennen. In die engere Auswahl kommen die Spieler Michael, Phillip, Bastian und Arne. Michael hat erklärt, dass er nicht als Stellvertreter zur Verfügung steht, wenn er nicht Kapitän wird.

1. In einem Fernsehmagazin wird nach einer Zuschauerumfrage spekuliert, dass Michael mit von 50 % Wahrscheinlichkeit zum Kapitän ernannt wird, Phillip und Bastian mit je 20 % und Arne mit 10 %. Nach der Bestimmung des Kapitäns sind die Chancen für die Ernennung zum Stellvertreter für jeden Kandidaten gleich groß.
 - a) Zeichne nach der im Magazin geäußerten Meinung ein Baumdiagramm und gib die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse an:
 E1: „Michael wird Kapitän und Arne sein Stellvertreter.“
 E2: „Bastian wird Kapitän oder Stellvertreter.“
 E3: „Bastian wird Kapitän, wenn bekannt ist, dass er nicht zum Kapitän ernannt wird.“
 - b) Überprüfe, ob die Ereignisse E: „Michael wird Kapitän“ und E': „Phillip wird Stellvertreter“ stochastisch unabhängig voneinander sind.
2. Der Trainer entscheidet sich, dass Phillip bei allen möglichen 7 Spielen des Turniers Kapitän ist. Falls Phillip ausgewechselt wird, was mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % auftritt, soll Bastian sein Amt übernehmen.
Bestimme die Wahrscheinlichkeiten, dass
 - a) Phillip in allen 7 Spielen durchgehend Kapitän ist,
 - b) Bastian mehr als zweimal als Kapitän zur Verfügung stehen muss.
3. Stürmer Marco erzielt immer dann, wenn er eingewechselt wird, mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % (mindestens) ein Tor.
 - a) Marco soll in jedem der sieben Spiele eingewechselt werden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er dabei
 - (i) in jedem Spiel ein Tor,
 - (ii) in mehr als sechs Spielen ein Tor,
 - (iii) in höchstens vier Spielen ein Tor?
 - b) In wie vielen Spielen müsste Marco mindestens eingewechselt werden, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99,9 % in wenigstens einem Spiel ein Tor erzielt?

Spiel mit mehreren Würfeln

M 2

1. Ein Laplace-Würfel (sechs Seiten mit 1 bis 6 Augen) wird zweimal geworfen.
 - a) Es wird das Produkt der Augenzahlen gebildet. Welches Produkt tritt am wahrscheinlichsten auf und wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit?
 - b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:
 E1: „Die erste geworfene Zahl ist größer als die zweite.“
 E2: „Das Produkt der beiden geworfenen Zahlen ist ungerade.“
 E3: „Die erste Zahl ist größer als 3 und die Summe der beiden Zahlen beträgt 10.“
 - c) Betrachten Sie die beiden folgenden Ereignisse:
 F1: „Die Summe der beiden Augenzahlen ist durch 3 teilbar.“
 F2: „Die Summe der beiden Augenzahlen ist gerade.“
 Sind die beiden Ereignisse unabhängig?
2. Zwei sechsseitige Laplace-Würfel, die jeweils 1 bis 6 Augen zeigen, werden geworfen. Dabei werden die Punkte gemäß folgender Regel ermittelt:
 Würfelt man zwei gleiche Augenzahlen, erhält man die **Summe** als Punktezahl.
 Würfelt man jedoch zwei unterschiedliche Augenzahlen, erhält man die **größere** der beiden als Punktezahl.
 - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man genau vier Punkte?
 - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man mindestens vier Punkte?
 - c) Die Zufallsgröße Z gebe die erzielte Punktezahl an. Geben Sie eine Verteilung von Z an und berechnen Sie den Erwartungswert $E(Z)$.
 - d) Bei einem Wurf wurde die Punktezahl 6 erzielt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit waren die Augenzahlen unterschiedlich?
 - e) Die beiden Würfel werden zehnmal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht man genau dreimal die Punktezahl 4?
3. Ein Laplace-Würfel wird dreimal geworfen.
 - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird wenigstens eine 3 geworfen, wenn mindestens einer der Würfel eine 6 zeigt?
 - b) Der dreimalige Würfelwurf wird für ein Glücksspiel verwendet. Man gewinnt, wenn wenigstens eine 6 fällt.
 - (i) Wie groß ist die Gewinnwahrscheinlichkeit bei diesem Spiel?
 - (ii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert man bei zehn Spielen höchstens ein Spiel?
 - (iii) Wie oft muss das Glücksspiel mindestens ausgeführt werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % wenigstens einmal zu gewinnen?

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

