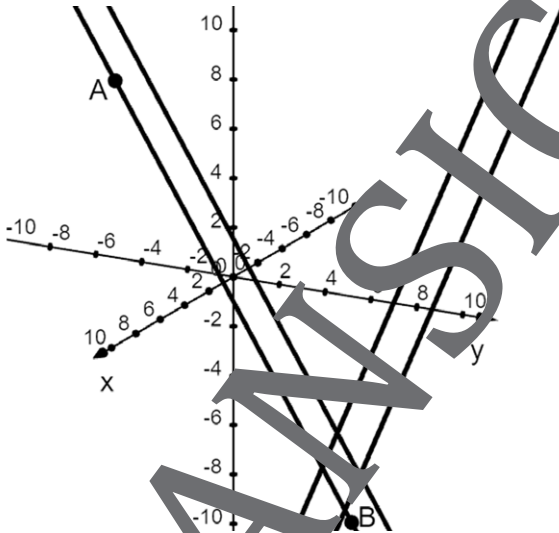


U.2.12

Stochastik und andere Gebiete der Mathematik

Lagebeziehung von Geraden und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Günther Weber



Sechs Geraden, von denen teilweise die Parameterform unbekannt ist, untersuchen die Lernenden hier paarweise auf ihre Lagebeziehung (identisch, echt parallel, sich schneidend, windschief). Mit der Lagebeziehung und den Indizes zweier Geraden als Eigenschaft werden Ereignisse geformt, um die Wahrscheinlichkeiten die Jugendlichen berechnen. Ereignisse werden zudem festgelegt, indem mehrmals hintereinander zwei Geraden ausgewählt und wieder zurückgelegt werden. Diese Wahrscheinlichkeiten bestimmt die Klasse dann mithilfe von Baumdiagrammen und der Binomialverteilung.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 10/11/12/13

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischer, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Methoden: Computer- und Softwareeinsatz, Diagrammerstellung

Thematische Bereiche: Geradengleichung, Lagebeziehung von Geraden, Pfadadditionsregel, Pfadmultiplikationsregel, Binomialverteilung

Fachliche Hinweise

Lernvoraussetzungen

Die Lernenden kennen die Zwei-Punkte-Form bzw. Punkt-Richtungs-Form der Geradengleichung. Sie können nachweisen, ob zwei Vektoren linear abhängig sind und das Lösen eines überbestimmten Gleichungssystems mit Hilfe der Cramersche Regel keine Schwierigkeit. Die Schülerinnen und Schüler kennen umfangreiche Baumdiagramme und können die Pfadmultiplikations- bzw. Pfadadditionsregel anwenden. Sie verwenden sicher die Binomialverteilung.

Lehrplanbezug

Im Kernlehrplan des Landes Nordrhein-Westfalen

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/331/gost_klp_m_2023_06_07.pdf

(aufgerufen am 12.11.2023) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen, die der Beitrag gezielt fördert:

Kompetenzerwartungen aus der Analytischen Geometrie

Die Schülerinnen und Schüler ...

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar,
- untersuchen Lagebeziehungen von Geraden.

Kompetenzerwartungen aus der Stochastik

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen.

Didaktisch-methodische Hinweise

In einigen Bundesländern wie NRW werden beim Abitur nach G9 die im Beitrag auftretenden Inhalte der Stochastik in Jg. 10 und die Inhalte der Analytischen Geometrie in Jg. 11 unterrichtet. Setzen Sie den Beitrag also zur Festigung der Inhalte der Analytischen Geometrie und zugleich zur Wiederholung der Inhalte der Stochastik ein.

Wird bei Aufgabe **1b)** ein Baumdiagramm gezeichnet, so kann bei schwächeren Lerngruppen darauf hingewiesen werden, dass die Lagebeziehung zweier Geraden h_1 und h_2 die gleiche ist wie die Lagebeziehung der Geraden h_2 und h_1 (Kommutativgesetz).

Bei Aufgabe **1c)** sollten die Schülerinnen und Schüler den größten Teil der Rechnungen per Hand erledigen, da Aufgaben dieser Art auch im hilfsmittelfreien Teil der zentralen Klausur oder des Abiturs vorkommen können. Die Untersuchung der Lagebeziehung der Geraden kann gruppenweise nach Schema 1 bzw. Schema 2 (siehe **M 1**) durchgeführt werden, wobei nach der Bearbeitung der Arbeitsaufwand bei den Lösungen verglichen werden kann.

Eine Lösung von **1c)** kann so erfolgen, dass zuerst die Lagebeziehung der Geraden g_1 zu den anderen Geraden untersucht wird. Anschließend schließen die Lernenden mithilfe der Identität zweier Geraden bzw. der Transitivität von Geraden – den Begriff der Transitivität erklären Sie etwa anhand eines Beispiels – auf die Lagebeziehung anderer Geradenpaare. Bei schwächeren Lerngruppen kann Sie diesen Hinweis am besten vor der Bearbeitung im gemeinsamen Unterrichtsgespräch.

Bei der Aufgabe **1c)** bietet es sich zudem an, dass die Jugendlichen ihre Ergebnisse z. B. mit GeoGebra überprüfen, um weiteren Aufgaben darauf aufbauen.

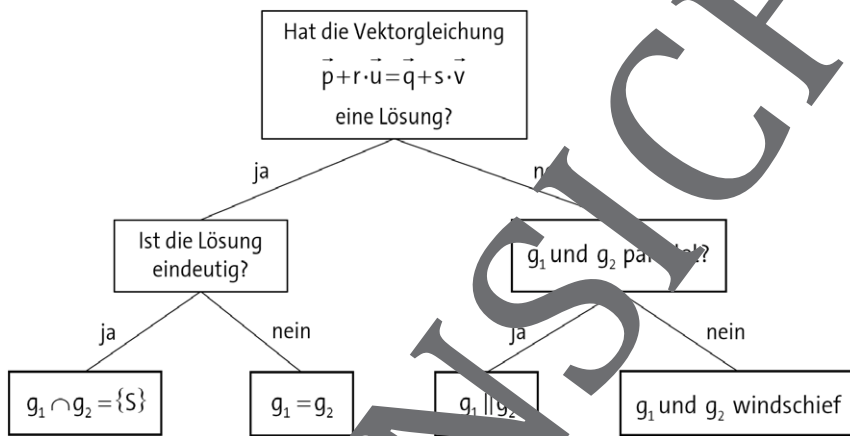
Untersuchung der Lage zweier Geraden

M 1

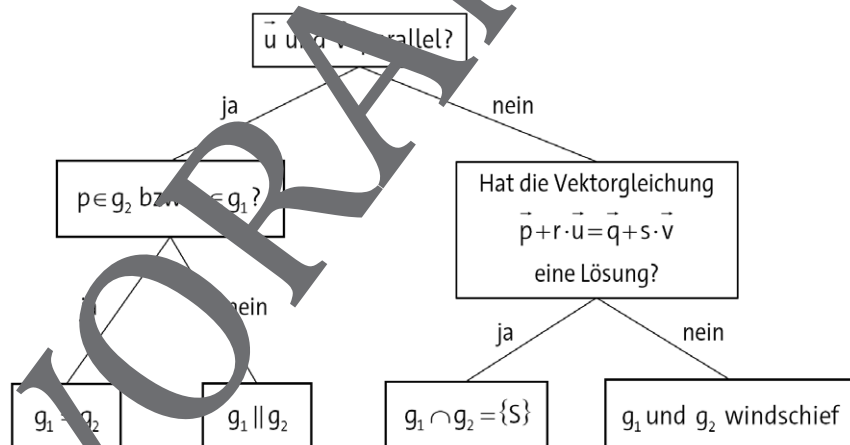
Gegeben sind die Geraden

$$g_1: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} \quad \text{und} \quad g_2: \vec{x} = \vec{q} + s \cdot \vec{v} \quad \text{mit} \quad r, s \in \mathbb{R}$$

Lösungsschema 1



Lösungsschema 2



Grafiken: Gerd Gerstbrein

M 2 Aufgaben

Gegeben sind die sechs Geraden $g_1 \dots g_6$.

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R}$$

$$g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -10 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -0,5 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$$

Die Gerade g_4 ist festgelegt durch die Punkte $A(5|-2,5|9)$ und $B(-5|2,5|-11)$,
 die Gerade g_5 durch die Punkte $C(13|-3|22)$ sowie $D(-12,5|9,75|-9)$ und
 die Gerade g_6 ist festgelegt durch den Punkt $E(0|2|-1)$ und den Richtungsvektor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

1.

- Bestimmen Sie die Parameterform der Geraden g_4 , g_5 und g_6 .
- Die Lage jeweils zweier Geraden zueinander soll untersucht werden. Bestimmen Sie die Anzahl der Geradenpaare, die zu untersuchen sind. Benutzen Sie hierzu evtl. ein Baumdiagramm.
- Bestimmen Sie die Lagebeziehung (identisch, echt parallel, sich schneidend, windschief) der Geradenpaare zueinander.

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

