

R.22

Anwendungsaufgaben

Elfmeterschießen und Stochastik

Günther Weber



© RAABE 2025

Connect Images / Connect Images / Getty Images Plus

Elfmeter während eines Fußballspiels sind oft spielentscheidende Situationen. Muss jedoch z. B. bei Pokalspielen ein Sieger ermittelt werden und steht dieser nach der Verlängerung noch nicht fest, so findet ein Elfmeterschießen statt, bis der Sieger feststeht. In den Aufgaben werden Ihre Schülerinnen und Schüler die geschossenen Elfmeter der Saison 23/24 der 1. Bundesliga mithilfe einer Autfelder-Tafel aus. Darauf aufbauend definieren die Jugendlichen Ereignisse und bestimmen ihre (bedingten) Wahrscheinlichkeiten. Sie benutzen hierzu Baumdiagramme sowie die Binomial- bzw. hypergeometrische Verteilung. Mit der Trefferquote für Elfmeter aus der Saison 23/24 wird zudem ein „verrücktes“ Elfmeterschießen mit insgesamt 34 geschossenen Elfmetern untersucht.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12/13
Dauer:	3–4 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen, mathematisch modellieren, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
Methoden:	Übung
Materialart	Differenzierungsmaterial
Thematische Bereiche:	Baumdiagramm, Pfadmultiplikations- und Pfadadditionsregel, (bedingte) Wahrscheinlichkeit, hypergeometrische Verteilung, Binomialverteilung

Fachliche Hinweise

Ihre Klasse kennt verkürzte Baumdiagramme und die Pfadregeln. Die Lernenden berechnen ohne Schwierigkeiten Wahrscheinlichkeiten und bedingte Wahrscheinlichkeiten mit unterschiedlichen Lösungsverfahren. Die Achtfelder-Tafel muss nicht bekannt sein, der Aufbau der Tafel wird dann durch Hinweis auf die Vierfelder-Tafel im Unterricht geklärt. Gleiches gilt für die hypergeometrische Verteilung.

Lehrplanbezug

In den Kernlernplänen NRW (http://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SII/m/KLP_GOST_Mathematik.pdf aufgerufen am 9.10.2024) sind im Inhaltsfeld „Stochastik“ unter anderem folgende Kompetenzerwartungen aufgeführt:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente,
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen,
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln,
- modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln,
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten,
- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente,
- erkennen die Binomialverteilung und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen.

Didaktisch-methodische Hinweise

Da es in jeder Lerngruppe wahrscheinlich Schüler und Schülerinnen gibt, die Fußball spielen, können diese kurz die Begriffe Elfmeter bzw. Elfmeterschießen erklären. Sind die Lernenden mit der Achtfelder-Tafel nicht so vertraut, so kann der Aufbau der Tafel gemeinsam besprochen werden. Nach der Bearbeitung von Aufgabe 1) sollten die Zahlen der Achtfelder-Tafel vertauscht werden, da in den Folgeaufgaben auf diese zugegriffen wird. Vor der Bearbeitung von Aufgabe 7) wird evtl. noch einmal der Begriff und die Berechnung einer O-Umgebung wiederholt. Vor der Bearbeitung von Aufgabe 8c) kann man die Jugendlichen schätzen lassen.

Auf einen Blick

Elfmeterschießen und Stochastik

M 1 Aufgaben

Benötigt: ☐ evtl. Internet

Erklärung zu den Symbolen



Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.



leichtes Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

M 1 Aufgaben

Näheres zum Strafstoß oder Elfmeter siehe: <https://de.wikipedia.org/wiki/Strafsto%C3%9F> (abgerufen am 11.03.2025)

In der 1. Bundesliga zeigten die Schiedsrichter*innen in der Saison 23/24 insgesamt 101 mal auf den Elfmeterpunkt. Wertet man die geschossenen Elfmeter nach dem Kriterium Elfmeter verwandelt/verschossen, Elfmeter in der 1. Halbzeit / 2. Halbzeit geschossen bzw. Elfmeter von einem Stürmer/„Nichtstürmer“ geschossen aus, so können die Ergebnisse der Auswertung in eine Achtfelder-Tafel eingetragen werden.

Auf der Website

<https://www.transfermarkt.de/bundesliga/elfmeterstatistik/wettbewerb/L1/plus/1?saisonid=2023> (abgerufen am 11.03.2025)

findet man zum Elfmeter z. B. folgenden Eintrag:

ELFMETERSTATISTIK: GETROFFEN					
Spieltag	Verein/Schütze	Verein/Torhüter	Stand	Minute	Endstand
1	FC Augsburg Sven Michel Linksaußen	Borussia Dortmund Jonas Ormrod	3 : 3	45	4 : 4

Eingetragen wird dieser Elfmeter in die Achtfelder-Tafel somit bei Elfmeter verwandelt („Treffer“), Stürmer und Halbzeit 1 (abgekürzt mit „S, 1“).

- Einige Werte der Auswertung sind in der nachfolgenden Achtfelder-Tafel eingetragen.

		1		
T			$\bar{S}$	
	2		S	68
$\bar{T}$			$\bar{S}$	
	49			

8. Verrücktes Elfmeterschießen in der Qualifikation der Europa-League

In der 3. Runde der Europa-League-Qualifikation fand das Rückspiel Ajax Amsterdam gegen Panathinaikos Athen am Donnerstag, den 15.08.2024 statt. Nach dem 1 : 0 für Ajax im Hinspiel gewann Panathinaikos das Rückspiel 1 : 0, sodass das Spiel in die Verlängerung ging. In dieser fiel kein weiterer Treffer, sodass die Entscheidung im Elfmeterschießen herbeigeführt werden musste. Dieses gewinnt Ajax nach 3 geschossenen Elfmetern mit 13 : 12 verwandelten Elfmetern. Eine Anzahl von 34 geschossenen Elfmetern ist für einen UEFA-Wettbewerb ein Rekord.

Informationen zum Elfmeterschießen

Beim Elfmeterschießen werden je Mannschaft 5 Spieler bestimmt, die wechselweise von der Strafstoßmarke aus auf das Tor schießen. Es gewinnt diejenige Mannschaft, die von ihren fünf Elfmetern mehr verwandelt als die andere Mannschaft. Bei einem unentschiedenen Stand wird das Elfmeterschießen so lange von einem Wechselschützen je Mannschaft verlängert, bis eine Entscheidung gefallen ist. Andererseits ist es aber auch möglich, dass das Elfmeterschießen vorzeitig endet, und zwar dann, wenn eine Mannschaft einen nicht mehr einholbaren Vorsprung erzielt hat. Vor dem Elfmeterschießen wird per Los festgelegt, wer das Elfmeterschießen beginnt. Ausführlichere Informationen siehe:

<http://de.wikipedia.org/wiki/Elfmeterschie%C3%9Fen> (abgerufen am 11.03.2025)

- a)
 - (1) Nach 5 geschossenen Elfmetern ist der Spielstand 4 : 4 (nur die verwandelten Elfmeter werden gezählt). Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten die es gibt, dass dieser Spielstand zustande kommt.
 - (2) Panathinaikos beginnt das Elfmeterschießen, Mancini tritt an und verschießt. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten die es gibt, dass ein Spielstand von 4 : 4 zustande kommt.
- b) In der Verlängerung des Elfmeterschießens wurde der erste Elfmeter von beiden Mannschaften im Tor „versehrt“, anschließend kam es bei beiden Mannschaften zu zwei Fehlschüssen. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten für den weiteren Verlauf des Elfmeterschießens.
- c)
 - (1) Berechnen Sie mit der Trefferquote der 1. Bundesliga aus der Saison 23/24 (siehe Aufgabe 7) die Wahrscheinlichkeit für das „Rekord“-Elfmeterschießen.
 - (2) Vergleichen Sie die in Aufgabenteil (1) ermittelte Wahrscheinlichkeit mit der Wahrscheinlichkeit für „6 Richtige“ im Lotto.

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

