

Mit Parabeln Nachrichten entschlüsseln

Wolfgang Göbels, Bergisch Gladbach
Illustrationen von Wolfgang Göbels



Foto: Wolfgang Göbels

Dieser Beitrag transferiert den Umgang mit Parabeln (und auch Geraden) auf spielerische Art und Weise. Ihre Schülerinnen und Schüler erkennen in den Schaubildern von Graphen Buchstaben und Umgekehrt stellen sie mithilfe von ganzrationalen Funktionen zweiten Grades und Geraden Buchstaben dar. Die Lernenden ermitteln Funktionsgleichungen und Zeilenbereiche, die als Geheimcode verschlüsselt sind. Der Beitrag eignet sich für den Einsatz in das Thema „Parabeln“, als Wiederholung am Stundenanfang oder für Vertiefungsstunden.

Mit Parabeln Nachrichten entschlüsseln

Mittelstufe (Niveau)

Wolfgang Göbels, Bergisch Gladbach

Illustrationen von Wolfgang Göbels

Hinweise	1
M 1 Lineare Funktionen wiederholen	3
M 2 Quadratische Funktionen wiederholen	4
M 3 Parabeln zeichnen	6
M 4 Welchen Buchstaben codiert der Funktionsgraph?	8
M 5 Funktionsterm und Buchstaben	9
M 6 Finde passende Parabelgleichung	10
M 7 Ein Portrait codieren	11
M 8 Kompletter Code für die Lernarbeit	12
Lösungen	14

Die Schritte lernen:

den Umgang mit Parabeln auf spielerische Art und Weise. Alle Schülermaterialien sind vielseitig einsetzbar und eignen sich je nach Ihrer Präferenz gleichermaßen für Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit. In jedem Fall erhöhen die spielerischen Anreize die Motivation und führen damit letztendlich auch zu größeren Lernerfolgen.

Hinweise

Ziel dieses Beitrags ist es, den Umgang mit Parabeln, teilweise in Verbindung mit Geraden, spielerisch und spannend zu trainieren. Die Materialien **M 1** und **M 2** sind eine kompakte Wiederholung von Geraden und Parabeln. Das Verständnis dieser beiden Materialien ist Voraussetzung für die Bearbeitung der Materialien **M 3** bis **M 5**. Statt einer detaillierten Auflistung von Formeln und abstrakten Begriffen dienen konkreten Beispiele in übersichtlicher tabellarischer Form dazu, die Grundtatsachen einprägsam zu verdeutlichen. So werden die Zusammenhänge plausibel. Die Materialien bauen aufeinander auf. Setzen Sie die Arbeitsblätter daher der Reihe nach.

Knacke den Code – Parabeln zeichnen

Die Materialien **M 3** und **M 4** gehören zusammen. Die Tabelle in **M 4** enthält Gruppen von je ein bis drei Funktionstermen, die nur in bestimmten angegebenen Bereichen zu zeichnen sind. Sie liefern mehr oder weniger stilisierte, aber bei richtiger Lösung gut erkennbare Großbuchstaben. Die Graphen werden in die vorgezeichneten Koordinatensysteme von **M 3** eingezeichnet und müssen gegebenenfalls noch gemäß den Angaben in der letzten Tabellenspalte von **M 4** gedreht werden. Hierzu bekommt jede Schülerin und jeder Schüler eine Kopie von **M 3**, zwei Kopien der folgenden Seite und eine Kopie von **M 4**. Jeder muss 15 Koordinatensysteme zeichnen (vgl. Vorlage für Koordinatensysteme im Archiv). Die Graphen werden ausgeschnitten und gemäß der in **M 3** angegebenen Blatteinteilung (acht Graphen in die erste Zeile, zwei in die zweite Zeile und fünf in die dritte Zeile) auf ein leeres Blatt geklebt. Sie ergeben den Lösungsspruch „Learning By Doing“, ein Prinzip der Handlungsorientierung, das gut zur Vorgehensweise passt.

Welcher Funktionsterm gehört zu welchem Buchstaben? – Ordne zu

In **M 5** geht es darum, die richtige Zuordnung zwischen den Gruppen von Funktionsvorschriften und den buchstabenförmigen Schaubildern zu finden. Hier tauchen neben quadratischen auch verstärkt lineare Terme auf.

Parabelklebblatt – finde passende Parabelgleichungen

Gegenüber M 3 und M 4 sollen die Schülerinnen und Schüler in **M 6** den umgekehrten Weg beschreiten: Aus dem insgesamt sechs Parabelbögen umfassenden Klebblatt sind die zugehörigen Funktionsterme und Zeichenbereiche abzulesen und zwar sowohl in der Scheitelpunktsform als auch in der Normalform. Hier muss die Klasse die Lage der Scheitel und die Tatsache erkennen, dass es sich in allen Fällen um vertikal bzw. gespiegelte Normalparabeln handelt, bei denen also $|a| = 1$ ist.

Codiere sein Portrait mithilfe von Geraden und Parabeln

Vom Prinzip her ist **M 7** ähnlich gestaltet. Auch hier sind aus einem Schaubild die zugehörigen Funktionsterme und Zeichenbereiche abzulesen. Im Unterschied zu M 6 kommen hier sowohl Parabel- als auch Geradenabschnitte vor. Einer der Parabeln ist gegenüber der Normalparabel um den Faktor zwei gestreckt. Dies zu erkennen, bleibt der Kreativität der Schülerinnen und Schüler bzw. noch als Ihrer Feststellungen überlassen. Ermitteln Sie eine Parabelgleichung aus drei Punkten.

Weiterführung und Archiv

Da die Schülermaterialien nicht alle als Graphen verschlüsselte Großbuchstaben enthalten, umfasst Material **M 8** das vollständige Großbuchstaben-Alphabet. Somit können Sie für die Schülerinnen und Schüler beliebig viele weitere Worte, Begriffe oder Sätze nach dem Muster von M 3/M 4 verschlüsseln. Aus Platzgründen wurde auf die Angabe der stilisierten Originalbuchstaben verzichtet.

Das Archiv enthält jedoch sämtliche in Koordinatensysteme eingebettete Originalbuchstaben als WMF-Dateien (Meta Files) und noch gesondert als Worddokument *Alphabet.doc*. Die Originalbuchstaben eignen sich ideal zum Einbinden in Word-Arbeitsblätter. Zusätzlich ist die Datei *Geraden_Parabeln.xls* enthalten, welche Grundwissen über Geraden und Parabeln beinhaltet. Die Eingabe erfolgt dynamisch über Schieberegler, die ähnlich wie die bekannten Bildlaufleisten zu handhaben sind.



M 1 Lineare Funktionen wiederholen



Das Schaubild einer Funktion f mit der Gleichung $f(x) = mx + b$ ist eine Gerade mit der Steigung m und dem y -Achsenabschnitt b . f heißt auch lineare Funktion.

Spezialfälle

- Ist $m = 0$, so ist $f(x) = b$ und der zu f gehörige Graph eine Parallele zur x -Achse durch den Punkt $(0|b)$.
- Ist $b = 0$, so ist $f(x) = mx$ und der zu f gehörige Graph eine Ursprungsgerade mit der Steigung m .

Beispiele für lineare Funktionen

Funktionsname	f	g
Geradenpunkte	$A_1(3 -1\frac{1}{4})$ $B_1(-6 4\frac{3}{4})$	$A_2(-1 3,1)$ $B_2(-1 -3,8)$
Steigung	$m_1 = \frac{4\frac{3}{4} - (-1\frac{1}{4})}{-6 - 3} = \frac{6}{-9} = -\frac{2}{3}$	$m_2 = \frac{-3,8 - 3,1}{-1 - 2} = \frac{-6,9}{-3} = 2,3$
y-Achsenabschnitt	$f(x) = -\frac{2}{3}x + b_1$ $f(3) = -\frac{2}{3} \cdot 3 + b_1 = -1\frac{1}{4}$ $b_1 = \frac{3}{4}$	$g(x) = 2,3x + b_2$ $g(-1) = 2,3 \cdot (-1) + b_2 = -3,8$ $b_2 = -1,5$
Gleichung	$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$	$g(x) = 2,3x - 1,5$
Schaubild		<p>Grafiken: W. Göbels</p>



M 2 Quadratische Funktionen wiederholen

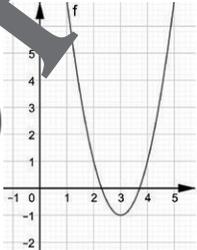
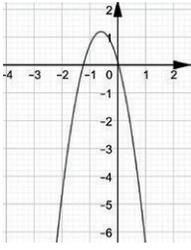


Das Schaubild einer Funktion f mit der Gleichung $f(x) = a(x-d)^2 + e$ ist eine Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(d|e)$. f heißt auch quadratische Funktion. $f(x) = a(x-d)^2 + e$ nennt man die Scheitelpunktsform der Parabelgleichung. Eine andere Form der Parabelgleichung ist $f(x) = ax^2 + bx + c$. Diese Form ist Normalform der Parabelgleichung. **Spezialfall Normalparabel:** Ist sowohl $a = 1$ als auch $b = c = 0$ bzw. $d = e = 0$, so heißt der Graph von f Normalparabel.

Eigenschaften von Parabeln

- $a < -1$ Parabel nach unten und enger geöffnet als die Normalparabel.
- $a = -1$ Parabel nach unten und genauso weit geöffnet wie die Normalparabel.
- $-1 < a < 0$ Parabel nach unten und weiter geöffnet als die Normalparabel.
- $0 < a < 1$ Parabel nach oben und weiter geöffnet als die Normalparabel.
- $a = 1$ Parabel nach oben und genauso weit geöffnet wie die Normalparabel.
- $a > 1$ Parabel nach oben und enger geöffnet als die Normalparabel.

Beispiele für quadratische Funktionen

Funktionsname	f	g
Scheitelpunkt	$S_1(3 -1)$	$S_2(-0,6 1,2)$
Öffnung/Weite	$a = 2$	$a = -3$
Scheitelpunktsform/Normalform	$f(x) = 2(x-3)^2 - 1$ $f(x) = 2(x^2 - 6x + 9) - 1$ $f(x) = 2x^2 - 12x + 17$	$g(x) = -3(x+0,6)^2 + 1,2$ $g(x) = -3(x^2 + 1,2x + 0,36) + 1,2$ $g(x) = -3x^2 - 3,6x + 0,12$
Schaubild		

Grafiken: W. Göbels

Aufgabe zu linearen Funktionen

- a) Zeichne die Geraden, die zu den angegebenen Funktionsgleichungen bzw. Punkten gehören, in ein gemeinsames Koordinatensystem. Wähle den Maßstab so, dass bei jeder Geraden die Schnittpunkte mit der x- bzw. y-Achse erkennbar sind.

$$f(x) = 3x + 1$$

$$g(x) = -1,2x - 3$$

$$h: A\left(-2 \mid -1\frac{4}{5}\right), B(11|-0,3)$$

$$i: C\left(\frac{4}{9} \mid \frac{1}{3}\right), D\left(-\frac{2}{3} \mid 1\frac{1}{6}\right)$$

- b) Trage die Namen der Geraden in das Schaubild ein.
- c) Bestimme zu den Geraden h und i jeweils die zugehörige Funktionsgleichung.

Aufgabe zu quadratischen Funktionen

- a) Bestimme rechnerisch den Scheitel der Parabel aus der Gleichung $f(x) = x^2 - 3x + 4$.

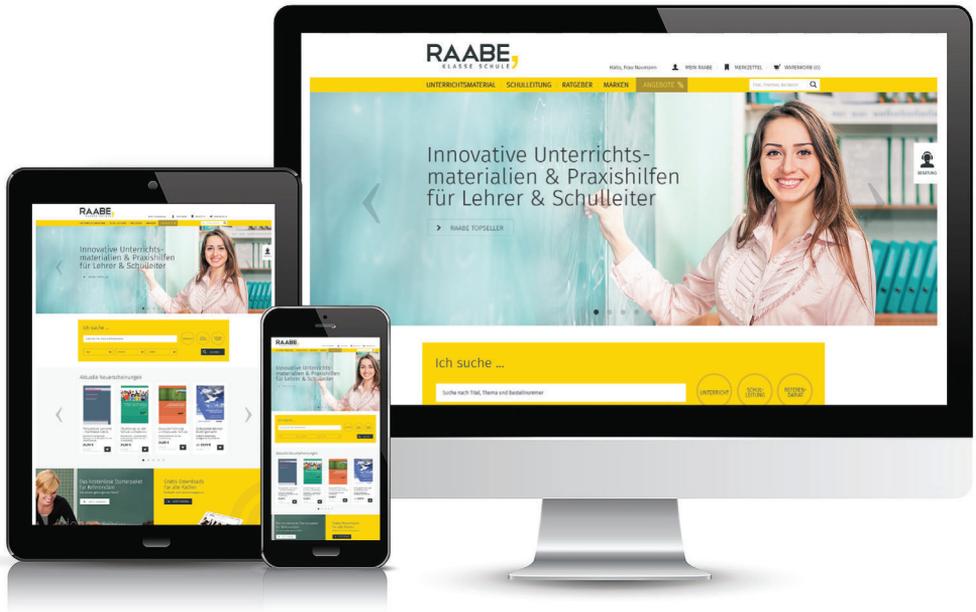


Hinweis:

Wende auf den Funktionsterm die quadratische Ergänzung an.

- b) Zeichne die Parabel in ein Koordinatensystem.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de