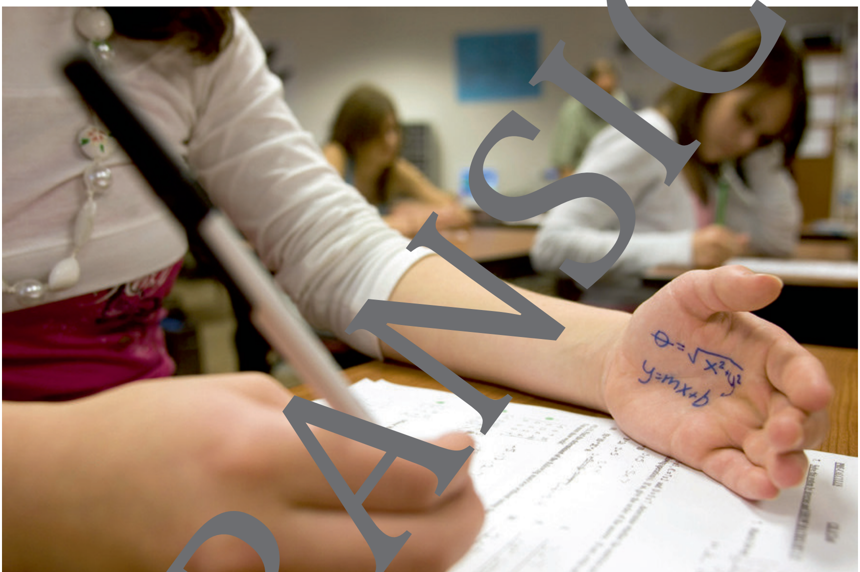
# Analysis im Kontext – kompetenzorientierte LEKs

Udo Mühlenfeld, Hiddenhausen
Illustrationen von Udo Mühlenfeld





Der Beitrag ermöglicht Ihren Schülerinnen und Schülern, weitgehend selbstständig die zentralen Themen der Analysis (Funktionen als mathematische Modelle, Fortführung der Differenzialrechnung, Grundverständnis des Integralbegriffs, Integralrechnung) gerade auch mit Blick auf das Abitur zu wiederholen. Dabei wird jeweils zwischen dem grundlegenden und dem erhöhten Anforderungsniveau differenziert. Zu jeder Aufgabe bieten Tippkarten außerdem zusätzliche Differenzierungsmöglichkeiten.



RAABE
KLASSE SCHULE

# Analysis im Kontext – kompetenzorientierte LEKs

## Oberstufe (Grundlegendes/erhöhtes Niveau)

Udo Mühlenfeld, Hiddenhausen
Illustrationen von Udo Mühlenfeld


| | |
|---|---|
| **Didaktisch-methodische Hinweise** | **1** |
| **M 1/M 2 Funktionen als mathematische Modelle** | **4** |
| **M 3/M 4 Fortführung der Differenzialrechnung** | **6** |
| **M 5/M 6 Grundverständnis des Integralbegriffs** | **8** |
| **M 7/M 8 Integralrechnung** | **10** |
| **M 9/M 10 Tippkarten** | **12** |
| **Lösungen** | **14** |


## Die Schülerinnen und Schüler lernen:

sich eigenständig mit kontextbezogenen Aufgaben auseinanderzusetzen, die sich den vier zentralen Gebieten der Analysis zuordnen lassen:

– Funktionen als mathematische Modelle
– Fortführung der Differenzialrechnung
– Grundverständnis des Integralbegriffs
– Integralrechnung

Dadurch werden Kompetenzen gefördert, die für ein erfolgreiches Abschneiden bei Lernerfolgskontrollen wie auch im schriftlichen und mündlichen Abitur unabdingbar sind.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:
**Ab** = Arbeitsblatt **LEK** = Lernerfolgskontrolle
**BA** = Bildanalyse **DA** = Datenauswertung

| Thema | Material | Methode |
|---|---|---|
| Funktionen als mathematische Modelle | M1, M2 | Ab, LEK, BA |
| Fortführung der Differenzialrechnung | M3, M4 | Ab, LEK, BA |
| Grundverständnis des Integralbegriffs | M5, M6 | Ab, LEK, BA, DA |
| Integralrechnung | M7, M8 | Ab, LEK, BA |
| Tippkarten zu M1 – M4 | M9 | Ab |
| Tippkarten zu M5 – M8 | M10 | Ab |

### Erklärung zu Differenzierungssymbolen

| | | |
|---|---|---|
| einfaches Niveau | mittleres Niveau | schwieriges Niveau |
| | Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben. | |

### Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Modellierung durch ganz-rationale und e-Funktionen, Steigung, Krümmung, Extremwerte, Änderungsraten und Bestand, Ober- und Untersummen, bestimmtes Integral und Flächeninhalte, Rotationskörper

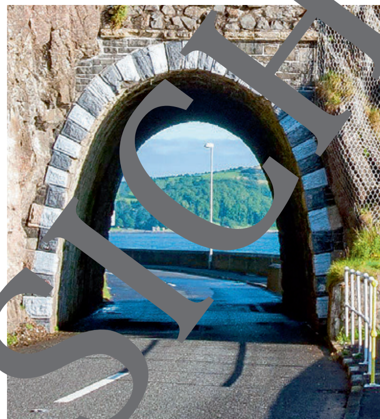
**Medien:** GTR

**Kompetenzen:** Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), Kommunizieren (K6)

# M 1 Funktionen als mathematische Modelle (GK)

## Tunnelquerschnitte

Es gibt Straßentunnel, deren Querschnitte sich durch Parabeln modellieren lassen:



© kilhan/iStock/Getty Images Plus

1. Ermitteln Sie anhand des Fotos die lichte Höhe des Parabelbogens sowie die maximale Breite, wobei das Geländer im Foto real 1,40 m hoch ist.
2. Berechnen Sie mithilfe einer geeigneten Modellfunktion, wie hoch ein 2,30 m breiter Transporter maximal sein darf, um diesen Tunnel zu durchfahren.
3. Untersuchen Sie, ob sich für den Transporter eine größere Durchfahrtshöhe ergibt, wenn für den Querschnitt bei gleicher maximaler Breite und Höhe ein Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis gewählt wird („Semicircular").


© pialhovik/iStock/Getty Images Plus

4. Erläutern Sie, welchen Vorteil das Modell „Segmental" in der Praxis bietet.
5. Betrachten Sie folgende Modelle (Ursprung des Koordinatensystems mittig auf der Straße, y-Achse senkrecht zur Straße):
   „Parabolic": $f(x) = -2{,}4x^2 + 3{,}75$
   „Semicircular": Höhe des Rechtecks: 2,50 m
   „Segmental": $g(x) = -0{,}48x^2 + 3{,}75$; Höhe des Rechtecks: 3 m
   Zeigen Sie, dass alle Tunnelquerschnitte die gleiche maximale Breite und Höhe haben.
6. Ermitteln Sie für alle drei Modelle rechnerisch, über welche Fahrbahnbreite die Durchfahrtshöhe mindestens 3,20 m beträgt.

# M 2 Funktionen als mathematische Modelle (LK)

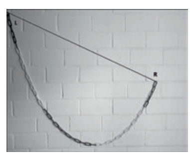
## Hängebrücke und Kettenlinie

Die „neue" Brücke über den kleinen Belt in Dänemark ist mittlerweile fünfzig Jahre alt, eine 1700 m lange Hängebrücke mit einer Spannweite von 600 m zwischen den beiden Pfeilern.

*© Thue C. Leibrandt/Wikimedia; Creative Commons*

Die beiden Pfeiler sind oberhalb der Fahrbahn 7[illegible] m hoch. Der tiefste Punkt der beiden Tragkabel liegt 3 m über der Fahrbahn. Die vertikalen Tragseile haben zueinander einen Abstand von 28,1 m.

1. Beschreiben Sie in einem geeigneten Koordinatensystem die Lage eines Tragkabels zwischen den beiden Pfeilern durch eine Parabel.
2. In einem anderen Modell lässt sich der Verlauf eines Tragkabels auch durch den Graphen der Funktion g mit $g(x) =$ [illegible] $\left(e^{b\cdot x} + e^{-b\cdot x}\right); a,b > 0$ beschreiben.
   Ermitteln Sie die Werte für die Parameter a und b.
3. Stellen Sie beide Graphen in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar und vergleichen Sie beide Modellierungen.
4. Berechnen Sie in beiden Modellen jeweils die Länge des ersten vertikalen Tragseils neben einem Pfeiler.
5. Ermitteln Sie die Stelle(n) mit dem größten vertikalen Abstand der Funktionen.
6. Berechnen Sie in beiden Modellen die Steigung des Tragkabels an den Pfeilerspitzen und vergleichen Sie diese mit dem Verlauf des Tragkabels in der Abbildung.
7. In Bezug auf den tiefsten Punkt hat der linke Aufhängepunkt L in der nebenstehenden Grafik die Koordinaten L(–66|110) und der rechte Aufhängepunkt R die Koordinaten R(45|50). Alle Angaben in cm.
   Ermitteln Sie rechnerisch den größten Durchhang in Bezug auf die Verbindungslinie der Aufhängepunkte.



*Grafik: U. Mühlenfeld*